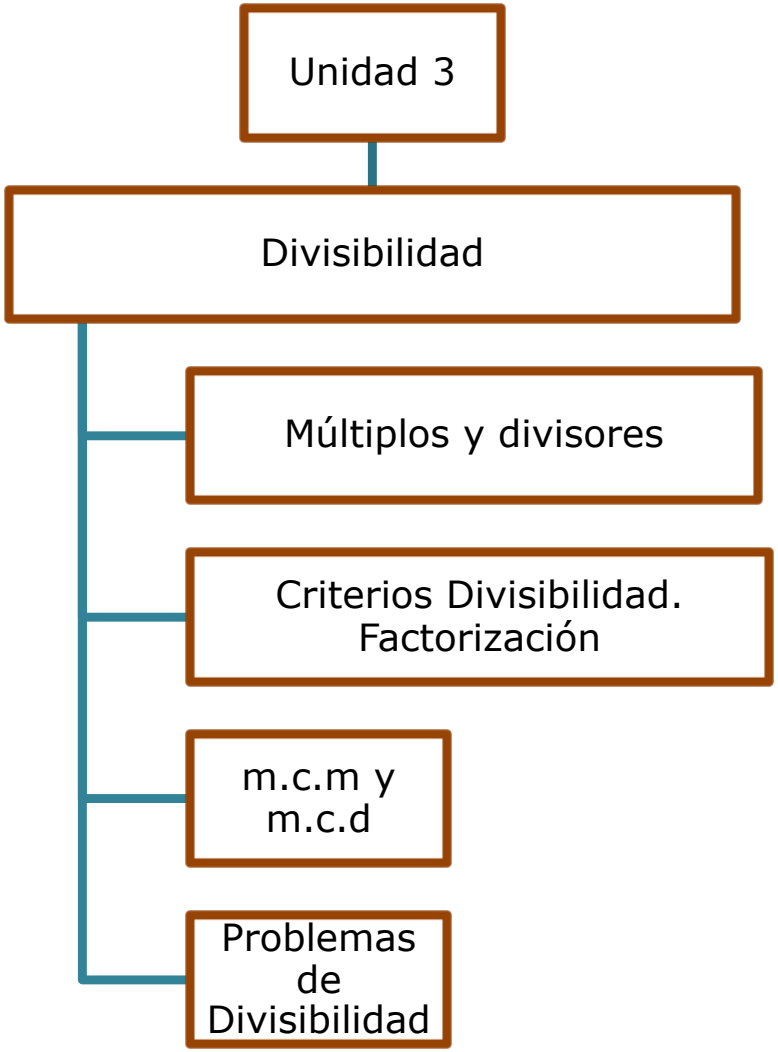
Divisibilidad

Estándares del tema

B2.C2.2. Aplica los criterios de divisibilidad y los emplea en actividades y problemas contextualizados
B2.C2.1. Resuelve problemas sobre divisibilidad
B2.C2.3. Identifica y calcula el mcd y el mcm de dos o más números naturales mediante el algoritmo adecuado y lo aplica a problemas.

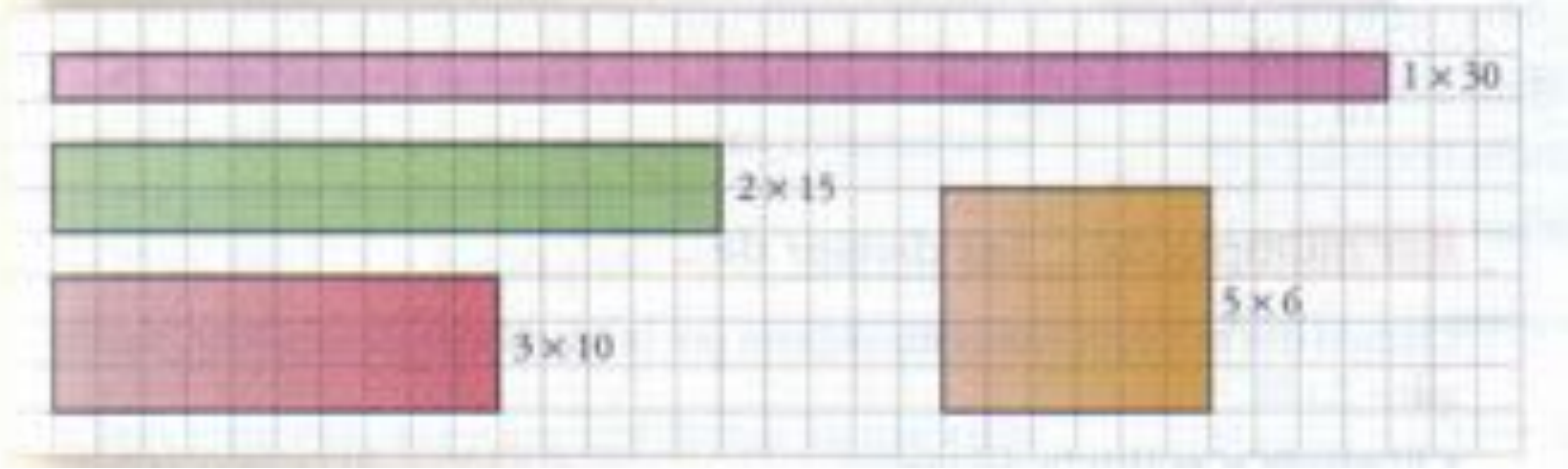
Esquema del tema



Relación de divisibilidad

Rectángulos

Sobre una cuadrícula, se pueden construir cuatro rectángulos diferentes que ocupen una superficie de 30 cuadraditos:



2 Dibuja sobre una cuadrícula todos los rectángulos que ocupen 36 cuadraditos.

3 ¿Cuántos rectángulos de 100 cuadraditos podrías construir? ¿Y de 101?

Relación de divisibilidad

1. Contesta justificando tus respuestas:

a) ¿Se puede dividir un conjunto de 26 caramelos en paquetes de 3 sin que sobre ninguno?

b) ¿Tiene el mes de marzo un número exacto de semanas?

c) ¿Podemos meter un tonel de 1000 litros de vino en botellas de 5 litros sin que sobre nada?

d) Si tenemos 40 metros de cuerda, ¿se puede partir en trozos iguales de 0,30 metros?

Múltiplos y divisores

Si la división $a : b$ es exacta
- a es **múltiplo** de b.
- b es **divisor** de a.

60	20
0	3

→ 60 es múltiplo de 20.
20 es divisor de 60.

¿Es 28 múltiplo de 4? ¿Y de 5?

Comprueba si 8 y 9 son divisores de 48.

Múltiplos y divisores

2. Contesta justificando tus respuestas:

a) ¿28 es un múltiplo de 7?. Razona tu respuesta.

b) ¿6 es un divisor de 48?. Razona tu respuesta

c) Rodea aquellos nºs que son divisores de 36:

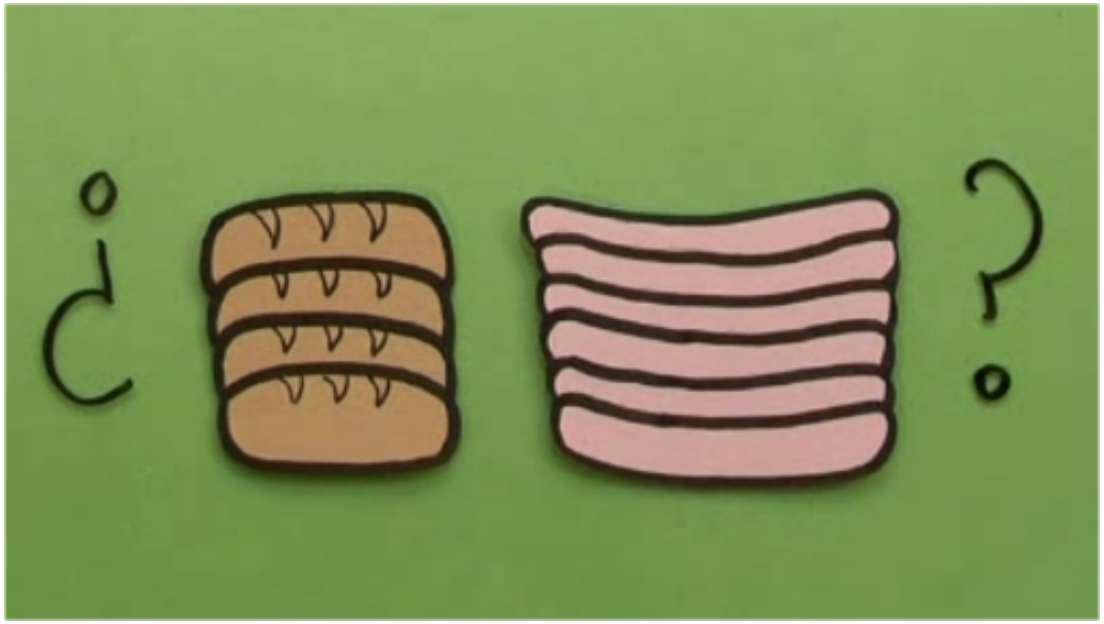
7	2	12	18	8
5	1	3	36	4

Múltiplos y divisores

3. Indica si es verdadero o falso justificando tu respuesta:

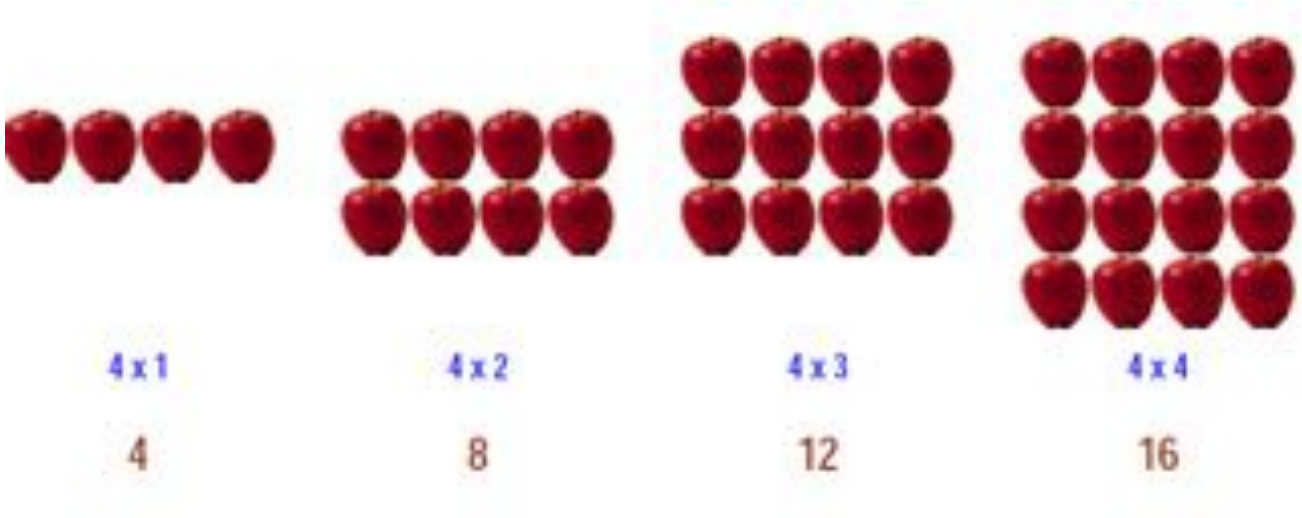
Afirmación	V/F	Justificación de tu respuesta
a) 6 es divisible por 30		
b) 54 es divisible por 6		
c) 22 está contenido exactamente 3 veces en 66		
d) 7 es un múltiplo de 42		
e) 6 es divisor de 48		
f) 522 es múltiplo de 29		
g) 13 es divisor de 169		

Vídeo: ¿Qué son los múltiplos de un número?
10_Videos>02_Números>
T03_01_Multiplos.flv



¿Cómo construir múltiplos de un número?

Escribe los 4 primeros múltiplos de 4 …



4. Escribe los 5 primeros múltiplos de 12 …

¿Cómo construir múltiplos de un número?

5. ¿Cuántos múltiplos tiene el número 9?. Escribe algunos.

6. Halla todos los múltiplos de 7 comprendidos entre 100 y 130.

¿Cómo construir múltiplos de un número?

7. Halla todos los múltiplos de 11 comprendidos entre 200 y 250.

8. Halla todos los múltiplos de 3 comprendidos entre 123 y 133.

¿Cómo sacar los divisores de un número?

9. Escribe los divisores de 12 …

10. Escribe los divisores de 20 …

¿Cómo sacar los divisores de un número?

11. Calcula todos los divisores de los siguientes números: 15, 27, 42 y 75

¿Cómo sacar los divisores de un número?

12. Calcula todos los divisores de los siguientes números: 24, 25, 13 y 32

Múltiplos y divisores

13. El nº de alumnos de todo 1º de ESO cumple que se puede agrupar por parejas, por tríos y en grupos de 5 sin que sobre ninguno. ¿Cuántos alumnos son si el nº de alumnos está entre 55 y 65?.

Múltiplos y divisores

14. ¿De cuántas formas se pueden plantar 36 pinos en un parque rectangular formando filas y columnas?

Múltiplos y divisores

15. Tenemos 24 botellas de agua. Queremos envasarlas en cajas que sean todas iguales sin que sobren ni falten botellas. Averigua todas las soluciones posibles.

Múltiplos y divisores

16. En el almacén tenemos 45 paquetes de 1 kg de arroz. Hay que meterlos en cajas iguales sin que sobren ni falten. Calcula todas las soluciones posibles.

Múltiplos y divisores

17. De cuántas formas distintas se pueden envasar 80 botes de mermelada en cajas iguales? Indica el nº de cajas necesarias y el número de botes por caja.

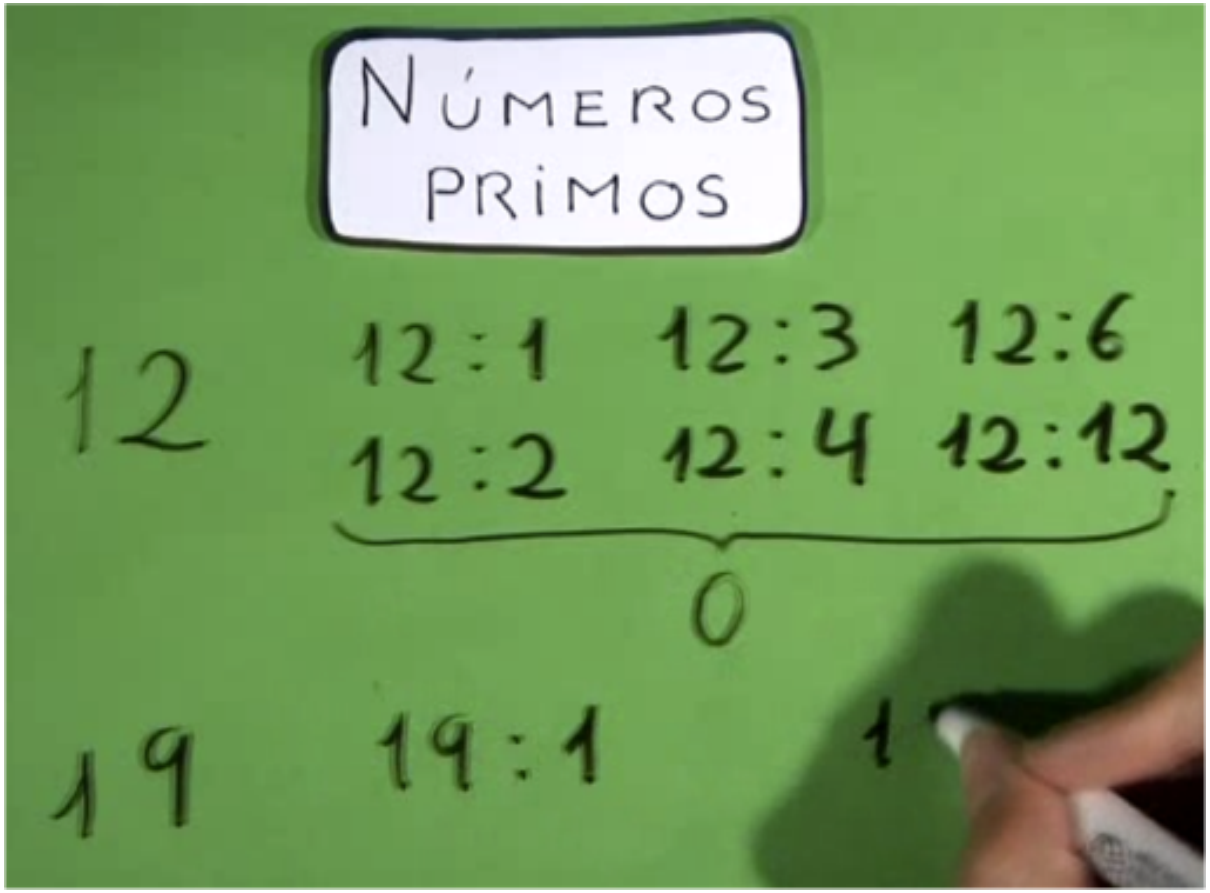
Números Primos y Compuestos

- Un **número** a es **primo** si solo tiene dos divisores: él mismo y la unidad:

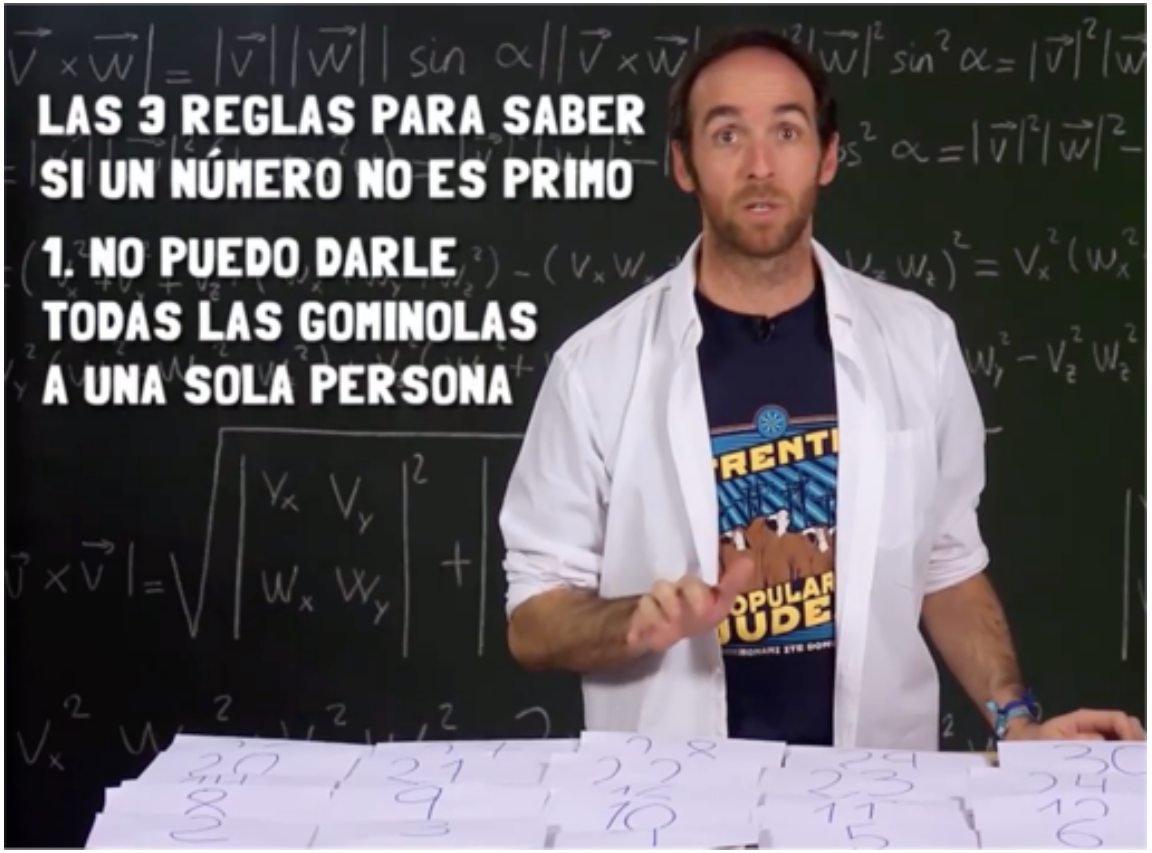
$$a \text{ es primo si Div } (a) = \{1, a\}.$$

- Si un número tiene más de dos divisores, decimos que es un **número compuesto**.
- El número 1 no es ni primo ni compuesto.

Vídeo: Números Primos
10_Videos>02_Números>
T03_02_Números_Primos.flv



Vídeo: Criba de Erastótenes (Canal Derivando)
10_Videos>02_Números>
T03_03_Derivando_Primos_Criba_Erastotenes



¿Cómo encontramos números primos?

La regla para calcular números primos es muy sencilla, pero nadie ha dado con una fórmula para saber si un número muy grande es primo y cuál será el siguiente. Si un número es muy, muy grande, a una computadora puede llevarle años calcular si es un número primo.

Los números primos son útiles para crear códigos y en Estados Unidos los consideran Material Militar y si descubres uno de más de 100 dígitos tienes que decírselo a la CIA y te lo compran por 10.000 dólares. Pero no sería una forma demasiado buena de ganarse la vida.

18. Criba de Erastótenes

Ejemplo de Criptografía

19. A cada letra del alfabeto le haremos corresponder un número de dos cifras. La letra A la sustituiremos por 10, la B por 11 y así sucesivamente.

a/10	b/11	c/12	d/13	e/14	f/15	g/16
h/17	i/18	j/19	k/20	l/21	m/22	n/23
ñ/24	o/25	p/26	q/27	r/28	s/29	t/30
u/31	v/32	w/33	x/34	y/35	z/36	

Traduce
211029 2210301429 2225211023

Ejemplo de Criptografía

El problema es que es código lo traduce un ordenador probando en tan sólo 1 segundo.

Traduce		
211029	2210301429	2225211023
Las	mates	molan

Ejemplo de Criptografía

20. Para complicar la traducción, los números primos se dejan igual y a los no primos se les suma 30.

a/40	b/11	c/42	d/13	e/44	f/45	g/46
h/17	i/48	j/19	k/50	l/51	m/52	n/23
ñ/54	o/55	p/56	q/57	r/58	s/29	t/60
u/31	v/62	w/63	x/64	y/65	z/66	

TRADUCE

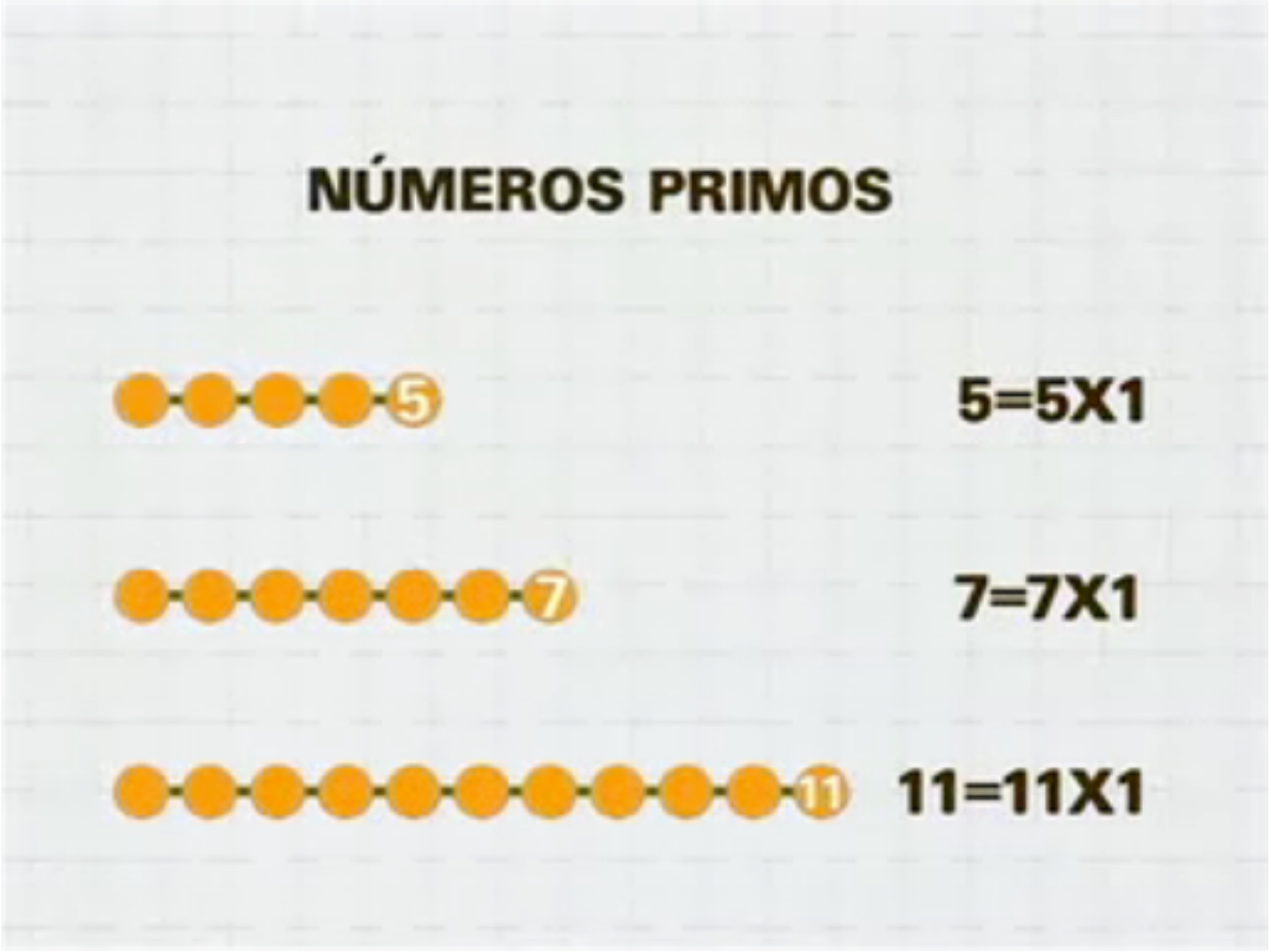
604844234429 573144 442960311348405 8

VIDEO SERIE +X- SOBRE ANECDOTAS DE LOS NÚMEROS PRIMOS

21. Responde en tu cuaderno al ver el video:
Escribe tres fórmulas que permiten generar números primos.

Vídeo incluido en la siguiente diapositiva...

Vídeo Serie+x- Nº Primos (Capítulo 8)



Reglas de divisibilidad

Divisible por…	Criterio de divisibilidad
2	Si la última cifra es 0 o par.
3	Si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
5	Si la última cifra es 0 o 5.
11	Si la diferencia entre la suma de las cifras de lugar par y la suma de las de lugar impar es 0 o múltiplo de 11.

Aplica al número 1.254 los criterios de divisibilidad que conoces.

Otras Reglas de divisibilidad

Regla del 4: Un número es divisible por 4 si las últimas dos últimas cifras son divisibles por 4.

Regla del 9: Un número es divisible entre 9 cuando la suma de sus dígitos es 9 o múltiplo de 9.

Regla del 7. Para saber si un número es divisible entre 7 hay que restar el número sin la cifra de las unidades y el doble de la cifra de las unidades. Si el resultado es 0 o múltiplo de 7 entonces el número es divisible entre 7.

Vídeo de Troncho y Poncho – C. Divisibilidad

Juego de buscar primos con 3 dados

22. Juego de buscar primos con 3 dados

Nºs Dado	Regla del 2	Regla del 3	Regla del 5	Regla del 11	Regla del 4	Regla del 9	Divisible por 7

23. Aplica los criterios de divisibilidad del 2, 3, 5, 7 y 11 a los siguientes números:

	Regla del 2	Regla del 3	Regla del 5	Regla del 7	Regla del 11
30					
363					
66					
5025					
262					
900					
245					

Reglas de divisibilidad

24. Completa los siguientes números para que sean divisibles por 3

a) 4 _ 3

b) 111 _

c) 74 _2

d) _112

e) 56 _8

Reglas de divisibilidad

25. Encuentra cuál de los siguientes números es primo justificando tu respuesta:

Números	¿Es primo?	Justificación
13330		
853		
702		
3113		
287		

Reglas de divisibilidad

26. Inventa números que cumplan las siguientes condiciones:

a) Un número de 4 cifras que sea divisible por 2	
b) Un número de 6 cifras que sea divisible por 3	
c) Un número de 5 cifras que sea divisible por 5	
d) Un número de 3 cifras que sea divisible por 7	
e) Un número de 4 cifras que sea divisible por 11	

Reglas de divisibilidad

27. Completa los siguientes números para que sean divisibles por 2 y por 3

a) 4 _ b) 12_ c) 25_

Reglas de divisibilidad

28. Halla la descomposición factorial de los siguientes números: 30, 16, 18 y 60

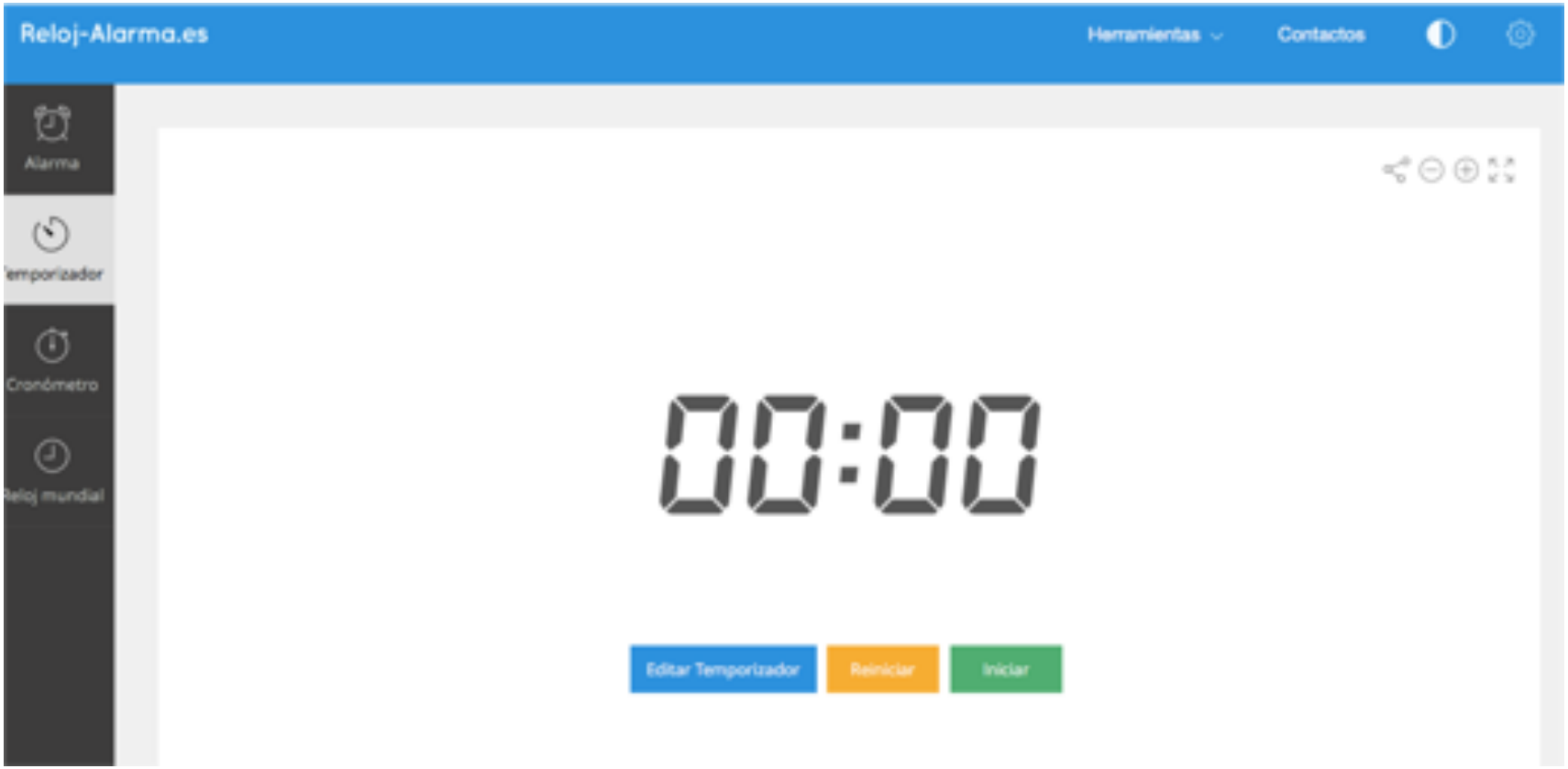
Reglas de divisibilidad

29. Halla la descomposición factorial de los siguientes números: 36, 98, 100 y 150

Reglas de divisibilidad

30. Halla la descomposición factorial de los siguientes números: 242, 77, 29 y 2400

COMPETICIÓN FACTORITRÓN



CARRERAS DE DIVISORES Y DE FACTORIZACIÓN

Dos carreras por parejas.

1) Por cada divisor acertado el alumno se suma 1 punto y por cada fallo se resta 1 punto.

2) La suma de los factores serán los puntos. Cada fallo resta 10 puntos.

Múltiplos y Divisores

31. Una caja de bombones contiene menos de 100 bombones. Contados de 7 en 7 sobran 3, y contados de 11 en 11 sobra 1. ¿Cuántos bombones tiene la caja?

Si contamos de 7 en 7, sobran 3.
Hacemos: $(7 \cdot 1) + 3$; $(7 \cdot 2) + 3$; $(7 \cdot 3) + 3$...
Obteniendo la tabla {10, 17, 24, 31, 38, **45**, 52, 59, 66, 73, 80, 87 y 94}.

Si contamos de 11 en 11, sobra 1.
$(11 \cdot 1) + 1$; $(11 \cdot 2) + 1$; $(11 \cdot 3) + 1$...
y así obtenemos la tabla de números:
{12, 23, 34, **45**, 56, 67, 78 y 89}

El número de bombones es 45 que está en las 2 tablas

Múltiplos y Divisores

32. Si agrupo mis amuletos en grupos de 11 me sobra 1 y si los agrupo en grupos de 7 me sobran 3. Si son menos de 50, ¿Cuántos amuletos tengo?.

Múltiplos y Divisores

33. Un pastor agrupaba sus ovejas de 3 en 3 y de 5 en 5 y siempre le sobraban 2 ovejas. Si las agrupaba de 7 en 7 no le sobraba ninguna. ¿Cuántas ovejas tenía si el rebaño tenía más de 100 y menos de 110?.

¿Qué es el M.C.M y el M.C.D?

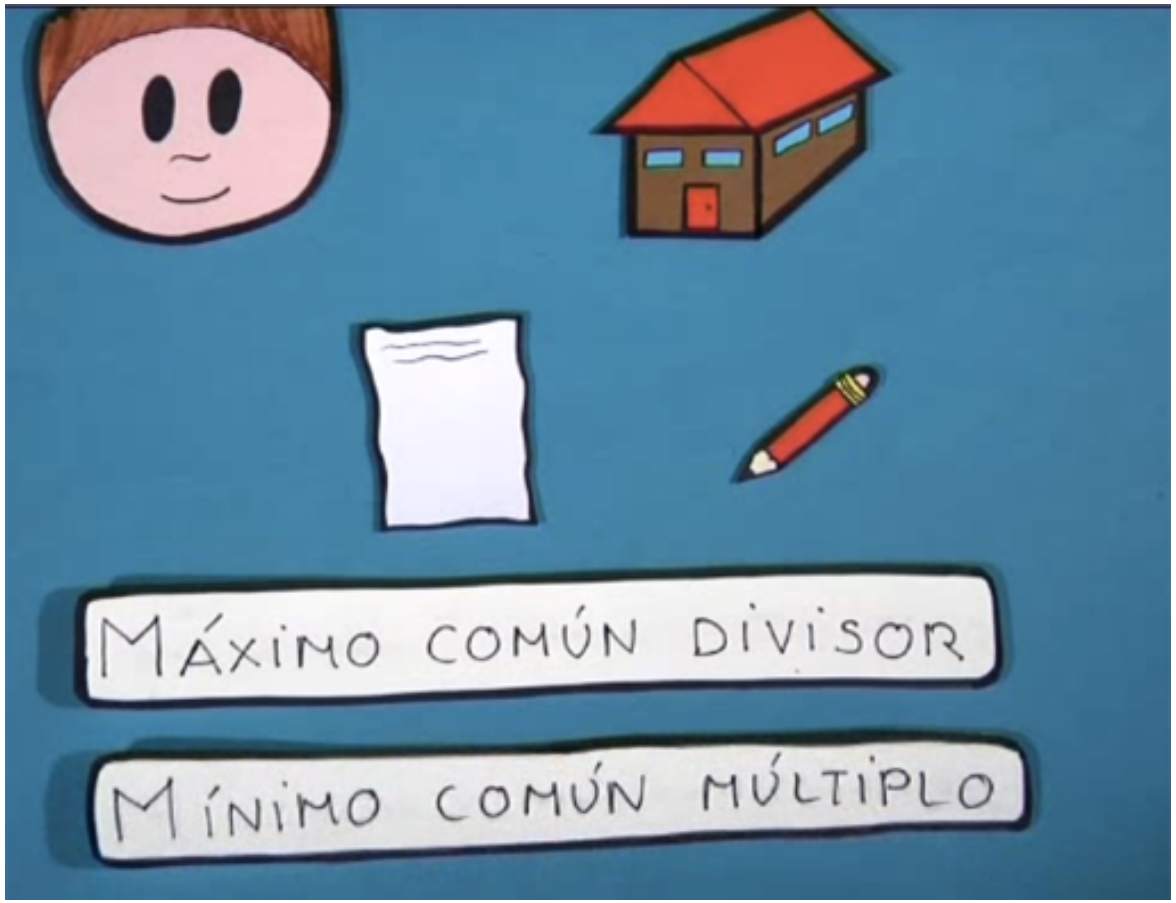
MCM -> Es el menor de los múltiplos comunes de los números que estemos estudiando.

34. Calcula el m.c.m(12, 15)

MCD -> Es el mayor de los divisores comunes.

35. Calcula el m.c.d(24, 36)

Vídeo: MCM y MCD
10_Videos>02_Números>
T03_04_MCM_MCD.flv



Calculo de MCM y MCD por descomposición

36. Calcula el mcm y el mcd de 18 y 24

Calculo de MCM y MCD por descomposición

37. Calcula el mcm y el mcd de 45 y 60

- Práctica de MCM y MCD con Gomets/Colores

38. Calcula el mcm y el mcd de 20 y 25

- Práctica de MCM y MCD con Gomets/Colores

39. Calcula el mcm y el mcd de 28 y 35

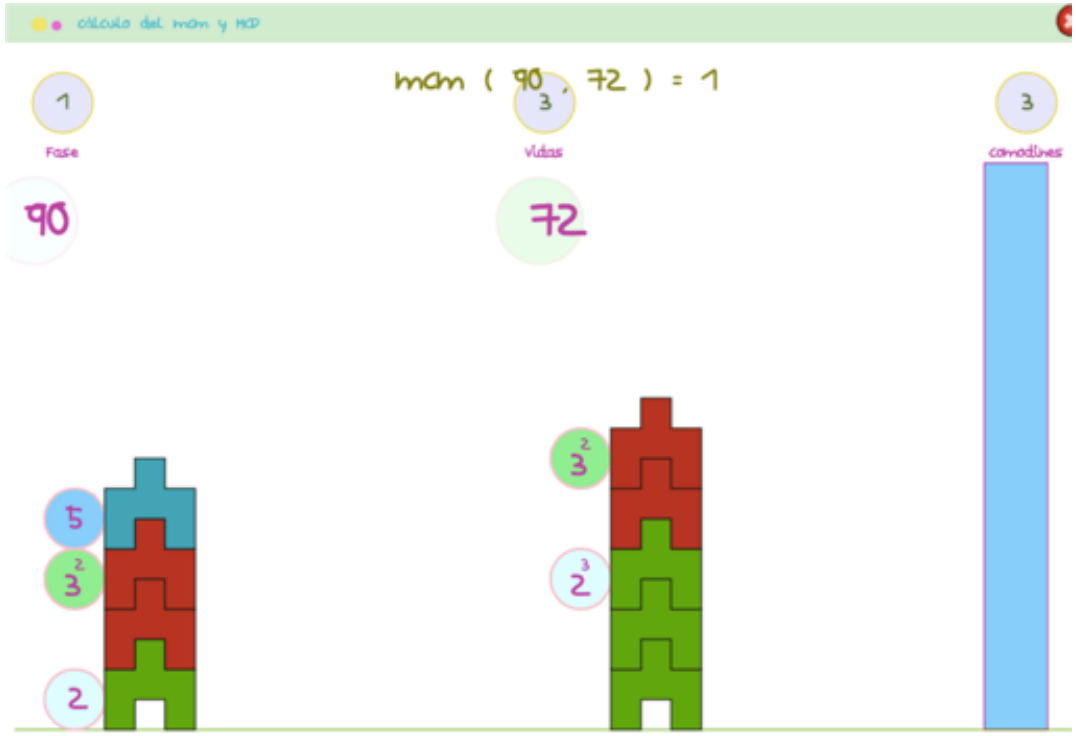
- Práctica de MCM y MCD con Gomets/Colores

40. Calcula el mcm y el mcd de 35 y 40

- **Práctica de MCM y MCD con Gomets/Colores**

- **Práctica de MCM y MCD con Retomates**

http://www.retomates.es/?idw=tt&idJuego=mcmmcd



Calculo de MCM y MCD por descomposición

41. Calcula el mcm y el mcd de 42 y 63

Calculo de MCM y MCD por descomposición

42. Calcula el mcm y el mcd de 56 y 70

Calculo de MCM y MCD por descomposición

43. Calcula el mcm y el mcd de 140 y 180

Ejemplos de Utilidad de MCM y MCD

44. Un faro se enciende cada 12 segundos, otro cada 18 segundos y un tercero cada 60 segundos. A las 18.30 de la tarde los tres coinciden. ¿A qué hora volverán a coincidir?

Mínimo Común Múltiplo – La plaga de Cigarras

-Escuchar un audio sobre una plaga de Cigarras. Una plaga de cigarras en la costa este de Estados Unidos (el audio correspondiente está entre el minuto 07:53 y el 13:19)

-Dos especies de cigarras: *Magicicada septendecim* y *Magicicada tredecim* tienen ciclos de vida de, respectivamente, 17 y 13 años (estos números son los que motivan el nombre de su especie). Aparecerán al mismo tiempo en la tierra solo una vez cada 221 años (el mínimo común múltiplo de esos dos números). Sin embargo, si sus ciclos vitales hubiesen sido de 18 y 12 años, respectivamente, coexistirían cada mcm(18,12)=36 años. Consecuentemente, si estos fueran los ciclos vitales, las especies competirían por recursos y espacios mucho más frecuentemente lo que haría más probable la muerte de sus especies.

Ejemplos de Utilidad de MCM y MCD

45. Queremos dividir dos cuerdas de 20 cm y 30 cm en trozos iguales, lo más grandes posibles, sin desperdiciar nada. ¿Cuánto medirá cada trozo?

Calculo de MCM y MCD por descomposición

DEBERES

46. Dos barcos salen del puerto de Cádiz. Uno vuelve al puerto cada 18 días y el otro cada 24 días. ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para que vuelvan a encontrarse?

Calculo de MCM y MCD por descomposición

DEBERES

47. Calcula el nº mínimo de páginas que debe tener un libro para que éste se pueda leer a razón de 15 páginas cada día, o bien 24 páginas cada día.

Calculo de MCM y MCD por descomposición

DEBERES

48. Antonio quiere poner el suelo de la cocina de losetas cuadradas del mayor tamaño posible. Si la cocina mide 4,4 m de largo por 3,2 m de ancho, ¿cuántos centímetros debe medir de lado la loseta?

Calculo de MCM y MCD por descomposición

DEBERES

49. Pedro y Sonia son primos. Pedro visita a sus abuelos cada 28 días, y Sonia, cada 35 días. Si un determinado domingo coinciden, ¿cuánto tiempo tardarán en volver a coincidir?

Calculo de MCM y MCD por descomposición

DEBERES

50. Los alumnos de 1º trabajan de dos en dos en clase de Matemáticas, hacen los trabajos de Lengua en grupos de 4, y los trabajos de Tecnología, en grupos de 5. Si la clase tiene menos de 40 alumnos, ¿cuántos alumnos son en total?

Calculo de MCM y MCD por descomposición

DEBERES

51. Se tienen dos cuerdas, una de 28 m y la otra de 32 m. Se quieren cortar en trozos iguales del mayor tamaño posible. Calcula: a) La longitud de cada trozo. b) El número total de trozos.

Calculo de MCM y MCD por descomposición

DEBERES

52. Tenemos 550 litros de aceite de oliva y 445 litros de aceite de girasol, y queremos envasarlos en garrafas iguales y del mayor tamaño posible. Calcula:
a) La capacidad de cada garrafa. b) El número de garrafas que se necesitan para envasar cada tipo de aceite

Calculo de MCM y MCD por descomposición

DEBERES

53. Una finca que tiene forma rectangular mide de largo 255 m, y de ancho, 125 m. Se quieren plantar nogales lo más separados posible y a igual distancia. Calcula a qué distancia se plantarán y cuántos se plantarán.

Calculo de MCM y MCD por descomposición

DEBERES

54. En una calle se quieren colocar farolas. Si se sitúan cada 12 m, cada 18 m o cada 25 m, coinciden una al principio y otra al final. ¿Cuál es la longitud mínima de la calle? ¿Cuántas farolas se necesitarán en cada caso?

Calculo de MCM y MCD por descomposición

DEBERES

55. En una sala de fiestas hay luces rojas, verdes y azules. Las rojas parpadean cada 4 s; las verdes, cada 6 s, y las azules, cada 5 s. ¿Cada cuánto tiempo parpadearán a la vez?

Calculo de MCM y MCD por descomposición

DEBERES

56. En un determinado día han recogido en una granja 510 huevos de clase extra y 690 de clase normal. Si se quieren colocar en cartones iguales que contengan el mayor número posible de huevos, ¿cuántos huevos se pondrán en cada cartón?

Calculo de MCM y MCD por descomposición

DEBERES

57. En una autopista se coloca un teléfono de emergencia cada 2 400 m y un punto kilométrico cada 1000 m. Si al principio de la autopista coinciden. ¿cada qué distancia coincidirán otra vez?

Calculo de MCM y MCD por descomposición

DEBERES

58. En una granja tienen 264 gallinas y 450 pollos. Se han de transportar en jaulas, sin mezclarlos, lo más grande posibles de modo que en todas haya el mismo número de animales. ¿Cuántos animales irán en cada jaula?

Examen de Repaso Problemas de Divisibilidad

1 ●● Cristina tiene 24 coches de juguete y quiere colocarlos en fila, de modo que en cada fila haya la misma cantidad de coches. ¿De cuántas maneras puede hacerlo?

2 ●●● Carmen cuenta sus 24 cochecitos de 3 en 3 y Alberto lo hace de 4 en 4. ¿Coinciden en algún número? ¿Qué tienen en común dichos números?

3 ●● Eduardo trabaja en una tienda de animales. Hay 8 canarios y quiere ponerlos en jaulas, con el mismo número de canarios en cada una, sin que sobre ninguno. ¿De cuántas formas puede colocar los canarios en las jaulas?

Problemas de Divisibilidad, MCM y MCD

4 ●● Queremos dividir una nave rectangular de 140 m de ancho y 200 m de largo en compartimentos cuadrados con la máxima superficie posible. ¿Cuánto debe medir el lado de cada compartimento?

5 ●● Se van a poner plaquetas cuadradas del mayor tamaño posible en un aula rectangular de 12 m de largo por 10 m de ancho.

a) ¿Cuál será el tamaño de cada plaqueta?

b) ¿Cuántas plaquetas se pondrán?

6 ●● Mercedes tiene 8 bolitas amarillas, 16 blancas, 16 rojas y 10 azules. Con todas las bolitas desea fabricar el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna bolita.

a) ¿Cuántos collares iguales puede hacer?

b) ¿Qué número de bolitas de cada color tendrán los collares?

Problemas de Divisibilidad, MCM y MCD

6 ●● María y Juan se turnan para ir a ver a sus padres. María va cada 5 días y Juan cada 6. Si coincidieron el día de Nochebuena:

a) ¿Cuándo volverán a coincidir?

b) ¿Cuántas visitas habrá hecho cada uno antes de que coincidan?

7 ●● En un árbol de Navidad hay bombillas rojas, verdes y amarillas. Las primeras se encienden cada 15 segundos, las segundas cada 18 y las terceras cada 10.

a) ¿Cada cuántos segundos coinciden las tres clases de bombillas encendidas?

b) En una hora, ¿cuántas veces se encienden a la vez?