Interpretaciones de las fracciones

Ana Helvia Quintero

Agosto, 2006

Resumen

En este artículo se presentan ejemplos de contextos que sirven de base para desarrollar el concepto de fracción. Se explica que las fracciones tienen diversas interpretaciones. Además, se discuten contextos para la interpretación de la fracción como parte y todo y se analiza cómo puede asociarse esta interpretación con la de la fracción como una medida.

Introducción

La investigación evidencia la gran dificultad que tienen los estudiantes, y aún los maestros, con las fracciones (Carpenter, Kepner, Corbitt, Linquist and Reys, 1980; Streefland, 1991; Gravemeijer, 1994; Zaskis and Campbell, 1996: Behr, Khoury, Harel, Post, and Lesh, 1997; Moss, 2005). Las fracciones requieren que el estudiante amplíe su concepto de número. Mientras que los enteros expresan cantidades fijas, las fracciones expresan relaciones. Por ejemplo, ½ puede ser una cantidad muy pequeña o muy grande. Puede ser la mitad de los estudiantes en el salón de clases o puede ser la mitad de los habitantes en los Estados Unidos. Así, las fracciones no representan una cantidad fija sino relaciones entre cantidades.

¿Cómo podemos desarrollar el concepto de las fracciones? Siguiendo los principios de la matemática realista (Freudenthal, 1991; Gravemeijer, 1994; Streefland, 1991; Van Den Heuvel-Panhuizen , 2003), el desarrollo de los conceptos matemáticos debe partir de situaciones problemáticas tomadas de la vida real, que ejemplifiquen el concepto y tengan sentido para los estudiantes. Así, para desarrollar el concepto de fracción, es preciso identificar contextos que ejemplifiqen el mismo y apoyen su desarrollo. Previo a trabajar con operaciones con fracciones es preciso que el estudiante las entienda bien.

Interpretaciones de las fracciones

Al identificar contextos para el desarrollo de las fracciones observamos que las fracciones adoptan diferentes interpretaciones. Pueden verse, por ejemplo, como:

a. una comparación de partes de enteros.

Ejemplo: ½ puede representar la mitad de un bizcocho.

b. un decimal.

Ejemplo: de cada diez personas 2.5 están propensas a desarrollar enfermedades cardiovasculares antes de los treinta años.

c. una razón.

Ejemplo: 2 pelotas rojas en una colección de cinco representa la misma razón que 4 pelotas rojas en una colección de diez pelotas.

d. una división.

Ejemplo: la fracción $^{21}/7$ puede interpretarse como la división de 21 por 7, es decir, 3.

e. una medida de cantidades discretas o continuas.

Ejemplo: la escuela queda a dos terceras partes de la distancia entre la casa y el centro del pueblo.

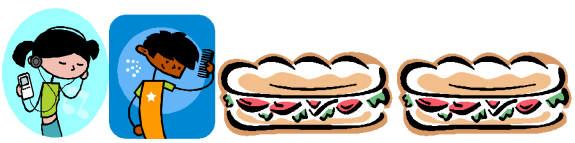
Es importante desarrollar estas diversas interpretaciones de las fracciones y estudiar las relaciones entre ellas. Ahora bien, en este proceso es preciso percatarse de que las diferentes interpretaciones de las fracciones tienen diversos grados de dificultad. Inclusive, dentro de una misma interpretación hay situaciones con diferentes grados de dificultad. Debemos pues iniciar con las interpretaciones más fáciles para el estudiante y poco a poco introducir contextos y situaciones más difíciles. En cada uno de estos contextos en necesario ofrecer el espacio para que el estudiante explore y desarrolle así su comprensión del concepto de fracción con sentido.

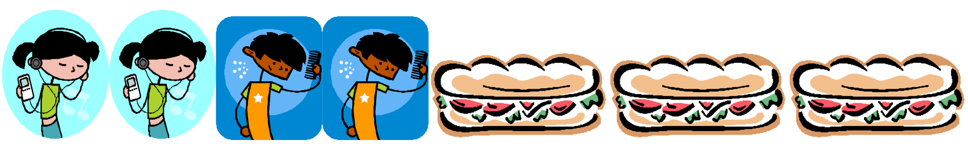
Contextos para las fracciones

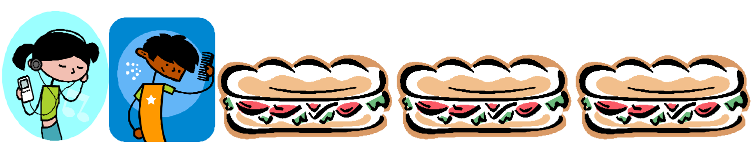
A. Dividir en partes iguales

Desde que el niño es relativamente pequeño surgen situaciones donde es necesario dividir en partes iguales. Así desde los grados preescolares, al dividir un dulce o una manzana podemos hablar de una mitad , un tercio, un cuarto. En el nivel de cuarto a sexto afianzamos este conocimiento con actividades de compartir alimentos y tareas.

Actividad 1 Compartimos alimentos







La clase de matemáticas va a hacer una jira. Deciden unir el dinero y comprar entre todos unos sándwiches submarinos. A la hora del almuerzo, se encuentran en grupos y se sientan a compartir los submarinos. En las ilustraciones de arriba observas cuatro de estos grupos y el número de sándwiches que tienen para compatir.

a) ¿En cuál de los grupos a cada estudiante le toca más sándwich? Explica tu contestación.

b) ¿En cuál de los grupos a cada estudiante le toca menos sándwich? Explica tu contestación.

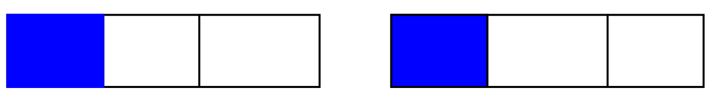
c) Entre las dos situaciones que quedan, ¿en cuál le toca más a cada estudiante? Explica tu contestación.

Al trabajar este problema con un grupo de estudiantes encontramos que no tenían dificultad en identificar la primera situación (3 sándwiches para 6 niños) como el grupo en que menos sándwich le tocaba a cada niño. Tampoco tuvieron dificultad en identificar la última situación (3 sándwiches para 2 niños) como aquella en la cual a cada niño le tocaba más sándwich. La dificultad surgió al decidir entre la segunda y la tercera situación.

Para comenzar, en cada una de estas situaciones los estudiantes dividieron los sándwiches en forma diferente. Por ejemplo, en la situación de 2 sándwiches para tres niños, un grupo dijo:

Una mitad para cada niño, y la mitad que queda la divido en tres.

Otros dijeron:



Divido cada sándwich en tres, y cada niño toma un pedazo de cada sándwich

A partir de las diversas formas de dividir los sándwiches surgen varias preguntas para investigar. Por ejemplo:

a) En la primera división, ¿a qué corresponde una tercera parte de una mitad?

b) ¿Cómo podemos representar en términos de las fracciones las dos situaciones?

Por ejemplo, la primera sería ½ + 1/6 , la segunda sería 1/3 +1/3

Podemos entonces preguntar, de qué otra forma podemos escribir

1/3 +1/3; y ½ + 1/6

c) Al considerar las dos formas de dividir los sándwiches, ¿reciben los niños la misma cantidad? ¿cómo lo sabes?

Una vez consideremos las diversas formas de representar cada situación y acordemos que podemos representar lo que le toca a cada niño como 2/3 en la segunda situación y ¾ en la tercera, surge la pregunta, ¿dónde comen más?

A partir de las contestaciones de los estudiantes surgen nuevamente una diversidad de preguntas y asuntos a discutir. Es importante analizar los mismos con calma, de forma que los estudiantes desarrollen un entendimiento profundo de las fracciones. Hemos visto que el análisis de este problema permite que se introduzcan de manera informal la representación de las fracciones simbólicamente y los conceptos de fracciones equivalentes y la suma de fracciones.

Para afianzar estos conceptos presentamos otras actividades del mismo tipo, como por ejemplo:

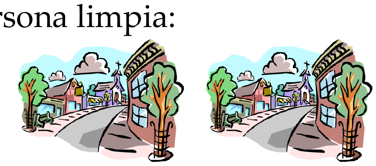
Actividad 2

Ayudar limpiar después del huracán

Luego de un huracán, los vecinos se unen a limpiar la acera. Observa a continuación varios vecindarios. Si en cada uno se dividen las aceras en forma igual, ¿qué parte de la acera limpia cada vecino?

Aceras	**Personas ayudando**

1. Cada persona limpia:



2. Cada persona limpia:

3. Cada persona limpia:

4. Cada persona limpia:

¿En qué vecindario trabajó más cada persona?

La representación de las fracciones como división en partes iguales, puede ser una metáfora integradora de las diversas interpretaciones de las fracciones. Por ejemplo, al discutir la fracción como una medida podemos iniciar con la siguiente actividad.

Actividad 3

Unidades de medida

Con papel de maquinilla, se construyen reglas de medida para todos los estudiantes del salón. La longitud de la regla debe ser igual al ancho del papel.

1. Solicite a los estudiantes que midan diferentes objetos en el salón, donde una unidad de medida es el largo de la regla de papel que construyeron anteriormente. Así, la longitud de la superficie de escribir del pupitre puede ser de dos unidades y "un poco más".
2. Elabore con los estudiantes la idea de cómo hacer más preciso el concepto de "un poco más". De esta necesidad de mayor precisión surge el concepto de fracción en la medida. Permita que cada estudiante divida su unidad de longitud como crea mas conveniente.
3. Discuta y compare estas diferentes formas de dividir el entero. Compare tamaños como por ejemplo, $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$. Observe ciertas regularidades; entre ellas, mientras en más pedazos se divide la unidad, es decir, mientras mayor sea el denominador de la fracción, menor resulta ser la fracción. Así notamos que :

$$\frac{1}{7} < \frac{1}{5} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$$

El uso de la franjita como herramienta de medir permite asociar la medida con la idea de parte/todo. Al introducir la regla de medir ampliamos esta representación al observar que la misma es la suma de unidades:

Una vez entendemos que cada espacio en la recta representa una unidad, pedimos que se represente, por ejemplo, $\frac{1}{2}$, $1\frac{2}{3}$. En el primer caso es la mitad de la primera unidad, en el segundo es una unidad y $\frac{2}{3}$ de la segunda.

En un próximo artículo analizamos cómo desarrollar otras interpretaciones de las fracciones a partir de contextos conocidos por los estudiantes.

Referencias

Behr, M. J., Khoury, H.A., Harel, G., Post, T. and Lesh, R. 1997. "Conceptual unit analysis of pre-service elementary school teachers' strategies on a rational- number- as- operator task". **Journal for Research in Mathematics Education, 28 (1).**

Carpenter, T.P., Kepner, H., Corbitt, M.K., Linquist, M.M. and Reys, R.E. 1980. "Results of the NAEP mathematics assessment: Elementary school" **Arithmetic Teacher, 27, 10-12,44-47.**

Freudenthal, H. 1991. **Revisiting Mathematics Education.** Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gravemeijer, K. 1994. **Developing realistic mathematics education.** Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Moss, J. 2005. "Pipes, tubes,and beackers: New approaches to teaching the rational-number system" **National Research Council, How students learn.** Washington, DC: The National Academies Press.

Streefland, L.(editor).1991. **Realistic Mathematics Education in Primary School**. Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute.

Van den Heuvel-Panhuizen, M.2003. “The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a logitudinal trajectory on percentage” en **Educational Studies in Mathematics, 54 (1), 9-35.**

Zaskis, R. and Campbell, S. 1996. “Divisibility and multiplicative structure of natural numbers: Preservice teachers' understanding" **Journal for Research in Mathematics Education,** 27 (5).