UNIDAD 1. NÚMEROS REALES

Estándares que se van a evaluar en esta unidad
B2.C1.5. Opera con números enteros, decimales y fraccionarios respetando la jerarquía de las operaciones
B2.C1.1. Reconoce los distintos tipos de números, los sabe representar y los emplea para la resolución de problemas de la vida cotidiana.
B2.C1.2. Distingue los tipos de decimales. Sabe pasar de fracción a decimal y a la inversa obteniendo su fracción generatriz.
B2.C1.3. Expresa números en notación científica, opera con ellos y los utiliza en problemas.
B2.C1.4. Aproximaciones y errores.
B2.C2.1. Potencias y raíces

Resumen del tema:

1. MCM y MCD. Descomponer factorialmente.
- **MCM**. Tomar comunes y no comunes al mayor exponente.
- **MCD**. Tomar comunes al menor exponente.

Ejemplo: $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \rightarrow MCM = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
$36 = 2^2 \cdot 3^2 \rightarrow MCD = 2^2 \cdot 3$

2. Operaciones con naturales y enteros:
- **Tipo I.** +3+5=+8 ; -4-2=-6 ;-3+8= +5 ;+3-7= -4
- **Tipo II. (Varias + y -).** 2+3-4+5-2+1=11– 6=5

Sumamos +, sumamos - y al final los restamos.
- **Tipo III.** 2 signos juntos utilizar la regla de los signos "2 signos iguales + y 2 signos distintos –"

++= +   - - = +   - + = -   + - = -

Ejemplo: - (+3) – (-5) + (-7) + (+3)= -3 +5 – 7 +3
- **Tipo IV.** Producto/ división con signos

Ejemplo: (-5)·(-7) = + 35 ; (-24):(+2) = -12
- **TIPO V.** Jerarquía de las operaciones:

(1) Potencias y raíces // (2) Paréntesis
(3) Multiplicaciones-divisiones // (4) Sumas-restas

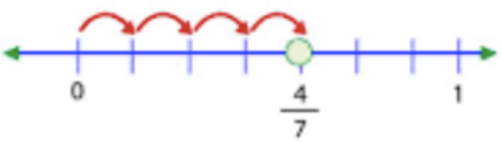
Opuesto y valor absoluto
Opuesto de 2 → -2
Valor absoluto |2|=2 y |-2|=2

3. Tipos de números
- **Naturales** (N): 0, 1, 2, …
- **Enteros** (Z): 0, 1, 2, … y -1,-2, -3, …
- **Racionales** (Q): Fracciones ($\frac{a}{b}$ $con\ a, b\epsilon R$)
- **Irracionales** (I): No pueden ponerse en fracción ($\pi, e, \sqrt{p}\ con\ p\ primo, 0´1234\ldots, 0´102030\ldots$)
- **Reales** (R): Racionales (Q) e irracionales (I)

4. Representación de fracciones y decimales en la recta. (https://www.youtube.com/watch?v=UiJZwbqT06U)

Fracciones: El denominador indica el nº de partes iguales en que dividir la unidad y el numerador las que coger.

Ej: 4/7



Nº decimales: Pasarlos a fracción y representar
- D.Exacto $1´2 = \frac{12}{10}$, $1´23 = \frac{123}{100}$
- P.Puro $1´\hat{6} = \frac{16-1}{9}$, $1´\widehat{23} = \frac{123-1}{99}$
- P.Mixto $1´2\hat{6} = \frac{126-12}{90}$, $1´6\widehat{23} = \frac{1623-16}{990}$

Nota: En la representación de fracciones, para dividir un segmento en partes iguales de forma exacta habría que usar el método de Thales. (**Vídeo:** https://www.youtube.com/watch?v=dqWRtHWI0-c)

5. Ordenar fracciones

- Si tienen el mismo denominador, es mayor la que tiene mayor numerador (Ej: $\frac{2}{5} < \frac{4}{5}$)
- Si tienen distinto denominador, hay que construir fracciones equivalentes a las dadas con el mismo denominador que será el m.c.m.

Ejemplo: Ordenar $\frac{7}{15}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}$

(1) Calculamos m.c.m (15, 5, 3) =15

(2) Construimos fracciones equivalentes con denominador 15.

$$\frac{7}{15} = \frac{7}{15} \; ; \; \frac{4}{5} = \frac{4\cdot3}{5\cdot3} = \frac{12}{15} \; ; \; \frac{2}{3} = \frac{2\cdot5}{3\cdot5} = \frac{10}{15}$$

(3) Ahora ya podemos ordenar $\frac{7}{15} < \frac{10}{15} < \frac{12}{15}$

6. Suma y resta fracciones

- Si tienen el mismo denominador ponerlo como denominador y sumar numeradores ($\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$)
- Si tienen distinto denominador, hay que construir fracciones equivalentes a las dadas con el mismo denominador que será el m.c.m.

Ejemplo: Resolver $\frac{7}{15} + \frac{4}{5} - \frac{2}{3}$

(1) Calculamos m.c.m (15, 5, 3) =15

(2) Construimos fracciones equivalentes con denominador 15.

$$\frac{7}{15} = \frac{7}{15} \; ; \; \frac{4}{5} = \frac{4\cdot3}{5\cdot3} = \frac{12}{15} \; ; \; \frac{2}{3} = \frac{2\cdot5}{3\cdot5} = \frac{10}{15}$$

(3) Finalmente $\frac{7}{15} + \frac{10}{15} - \frac{12}{15} = \frac{5}{15}$

7. Producto y división de fracciones

- Producto de 2 fracciones→ Multiplicar en línea

Ejemplo: $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1\cdot2}{2\cdot4} = \frac{2}{8}$

- División de 2 fracciones → Multiplicar en cruz

Ejemplo: $\frac{1}{2} : \frac{2}{4} = \frac{1\cdot4}{2\cdot2} = \frac{4}{4}$

8. Operaciones combinadas con fracciones

(1) Resolver paréntesis
(2) Multiplicaciones y divisiones
(3) Por último sumas y restas

Observación: como norma general se recomienda no hacer el mcm para poner el mismo denominador mientras haya alguna multiplicación o división de fracciones en la operación a realizar.

Ej: $\left(\frac{7}{5} : \frac{3}{2}\right) - \frac{3}{5} = \frac{14}{15} - \frac{3}{5} = \frac{14}{15} - \frac{3\cdot3}{5\cdot3} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

9. Tipos de problemas con fracciones

(1) Problemas de cantidad contraria
(2) Problemas de comparación de fracciones
(3) Problemas de fracción de un número
(4) Problemas de fracción de una fracción
(5) Problemas de fracción de x igual a un número
(6) Problemas de sumas y restas
(7) Problemas de producto y división
(8) Problemas dado el total
(9) Problemas dada una parte

10. Tipos de decimales

- **Decimales exactos** (Q): 1´23 , 2´7 , 3,845
- **Periódicos Puros** (Q): 1´666…=$1'\hat{6}$
- **Periódicos Mixtos** (Q): 1´366…=$1'3\hat{6}$
- **Ni exactos ni periódicos** (I - Irracionales) 0´12345 … , 0´102030…

Paso de fracción a decimal: Resolver la división.

¿Cómo saber el tipo de decimal mirando el denominador?

- Denominador factores 2 ó 5 → D. Exacto
- Denominador distintos 2 ó 5 →Periódico Puro
- Denominador mezcla 2 ó 5 y otros →P.Mixto

Paso de decimal a fracción:

- D.Exacto $1'2 = \frac{12}{10}$, $1'23 = \frac{123}{100}$
- P.Puro $1'\hat{6} = \frac{16-1}{9}$, $1'\widehat{23} = \frac{123-1}{99}$
- P.Mixto $1'2\hat{6} = \frac{126-12}{90}$, $1'6\widehat{23} = \frac{1623-16}{990}$

11. Aproximación y errores

Formas de aproximar:

- **Truncar a las décimas** (poner 0 desde las centésimas en adelante). Ej: 3,456 → 3,400
- **Redondear a las centésimas** (si la cifra siguientes es 5 o más subir una unidad a las centésimas y si es menor de 5 entonces truncar). Ej: 3,456 → 3,460

Error absoluto y error relativo:

$E_a = |Valor_{aprox} - Valor_{real}|$; $E_r = \frac{E_a}{Valor_{real}}$

El error relativo no tiene unidades y por tanto permite comparar el error entre magnitudes distintas.

Situaciones donde puede hacernos falta una aproximación:

- Cuando se conoce el valor real y no se quiere dar con precisión. Ej: El precio de un piso. Aprox.1 mill €

En este caso se suele usar el redondeo pudiendo indicarse de 2 maneras:

*Redondeo a las décimas, a las centésimas, a las milésimas, a las unidades, a las decenas,…

*Redondeo con cierto número de cifras significativas. Ej: Redondea 2´256 con 3 cifras significativas→ 2´26

No son cifras significativas los ceros a la izquierda, pero si los ceros entre 2 cifras distintas de 0.

Ej: 0,0023 → Tiene 2 cifras significativas, 30005 → Tiene 5 cifras significativas, 0,0103→Tiene 3 c.sign.

Ej: Redondea 0,0023 con 1 cifra significativa → 0,002

- Cuando se desconoce el valor real. Ejemplo: Distancia al nadar en una piscina. Aprox. 5 km.

En el caso de que no conozcamos el valor real, podemos establecer una **cota para el error absoluto** en función de las cifras con las que se de el número.

Ej: Altura Iglesia 15 m → Cota error: E_{abs}<0,5 m // Altura montaña 3,4 km → Cota error: E_{abs}<0,05 Km=50m

(https://www.youtube.com/watch?v=5cmpf8FNX2c)

12. Propiedades de las potencias

1. $a^0=1$
2. Base negativa. $(-a)^{par}=a^{par}$; $(-a)^{impar}= - a^{impar}$
3. Exp. negativo. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
4. Misma base. $a^n \cdot a^m=a^{n+m}$; $a^n : a^m=a^{n-m}$
5. Mismo exponente. $a^n \cdot b^n=(ab)^n$; $a^n : b^n=(a/b)^n$
6. Potencia de una potencia. $(a^n)^m=a^{n \cdot m}$

13. Notación científica

Expresar un número en notación científica consiste en expresarlo como el producto de un número entre 1 y 10 por una potencia de 10.

Ejemplos: ← + - →

a) 345678 = 3´45678 · 10^5

b) 0,000345 = 3´45· 10^{-4}

c) 345´6· 10^5 = 3´456· 10^7

(https://drive.google.com/file/d/0B-02ZNYAUZ9CXzRvU29Bc0pJNHM/view)

14. Operaciones en Notación científica

- Para realizar + y - en notación científica, se transforma cada exp. decimal de manera que se igualen los exponentes de 10 en cada uno de los términos.

$4\cdot10^8 + 2,3\cdot10^6 - 6,5\cdot10^5= 4000\cdot10^5+23\cdot10^5-6,5\cdot10^5$

- El producto (cociente) de dos nº decimales da como resultado la multiplicación (división) de los decimales y restar los exponentes de base 10.

$4\cdot10^8 \cdot 2´3\cdot10^6 = (4 \cdot 2´3) \cdot 10^{8+6}$

$4\cdot10^8 : 2´3\cdot10^6 = (4:2´3) \cdot 10^{8-6}$

15. Definición de radical

$\sqrt[n]{a} = b \leftrightarrow \quad a = b^n$ (a radicando y n índice)

Observaciones:

- Si a<0, entonces $\sqrt[n]{a}$ sólo existe con n impar.
- $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$; $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

16. Propiedades y operaciones con radicales

1. Producto/Cociente radicales del mismo índice: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ // $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
2. Potencia de una raíz $(\sqrt[n]{a})^p = \sqrt[n]{a^p}$
3. Raíz de una raíz $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$
4. Extraer factores de una raíz
5. Simplificar/amplificar raíces $\sqrt[np]{a^p} = \sqrt[n]{a}$
6. Producto/Cociente de raíces de distinto índice.
7. Suma de radicales. Descomponer radicandos y extraer factores

$$\sqrt{50} + \sqrt{8} + \sqrt{12} = \sqrt{2 \cdot 5^2} + \sqrt{2^3} + \sqrt{2^2 \cdot 3} = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} = 7\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

Vídeo 1: https://www.youtube.com/watch?v=oQRf4lSIfY4&vl=es

Vídeo 2: https://www.youtube.com/watch?v=n4LBiSxHv94

17. Racionalizar (quitar raíces del denominador)

1. $\boldsymbol{\sqrt{a}}$ **en el denominador**. Multiplicar numerador y denominador por $\sqrt{a}$. (Ej:$\frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{3 \cdot \sqrt{7}}{7}$)
2. $\boldsymbol{\sqrt[n]{a^m}}$ **en el denominador**. Multiplicar numerador y denominador por $\boldsymbol{\sqrt[n]{a^b}}$ con b lo que falta hasta n. (Ej:$\frac{3}{\sqrt[5]{7^3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{7^2}}{\sqrt[5]{7^3} \cdot \sqrt[5]{7^2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{7^2}}{\sqrt[5]{7^5}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{7^2}}{7}$)
3. $\boldsymbol{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$ **en el denominador**. Usar el conjugado. (Ej:$\frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{7}} = \frac{3 \cdot (\sqrt{2}-\sqrt{7})}{(\sqrt{2}+\sqrt{7}) \cdot (\sqrt{2}-\sqrt{7})} = \frac{3 \cdot (\sqrt{2}-\sqrt{7})}{-5}$)

https://www.youtube.com/watch?v=KTdBezXCjk0

Hoja de ejercicios del libro

B2.C1.1. Reconoce tipos de números. Representación de fracciones.

Fecha	Ejercicios
	1. Pag. 12 – 1 // Pag. 34. 1
	2. a) Representa 1/2, 2/3 y 3/4 utilizando triángulos. b) Representa 7/10 y 8 /15 utilizando pentágonos. c) Representa utilizando cuadrados las fracciones 9/8 y 7/3.
	3. Pag. 12 – 2
	4. Representa en la recta 5/3, 9/4, - 7/2 y -16/5.

B2.C1.5. Opera con fracciones respetando la jerarquía de las operaciones

Fecha	Ejercicios
	5. Comprueba si las siguientes fracciones son equivalentes justificando tu respuesta: a) $\frac{3}{5}\ y\ \frac{9}{15}$ b) $\frac{4}{10}\ y\ \frac{6}{15}$ c) $\frac{4}{3}\ y\ \frac{10}{8}$
	6. Calcula el valor de “x” para que las siguientes fracciones sean equivalentes: a) $\frac{2}{5}\ y\ \frac{8}{x}$ b) $\frac{10}{4}\ y\ \frac{x}{6}$ c) $\frac{4}{x}\ y\ \frac{8}{12}$
	7.Ordernar fracciones. Pag. 13 – 4 , 5
	8. Operaciones con fracciones Pag. 14 – 1, 2, 3, 4
	9. Fracción como operador. Opera: a) $\frac{2}{7}$ de 14 b) $\frac{3}{5}$ de 105 c) $\frac{3}{20}$ de 400

B2.C1.1. Resuelve problemas de fracciones

Fecha	Ejercicios
	10. Pag. 15 – 5, 6, 7
	11. Pag. 22 – 23 a 30 , 33 y 34

B2.C1.2. Tipos de decimales. Sabe de fracción a decimal y a la inversa // **B2.C1.1.** Representación

Fecha	Ejercicios
	12. Pag. 16 – 1, 2 y 3 // Pag. 17 – 4 // Pag. 23 – 5
	13. Pag. 18 – 1 // Pag. 19 – 5, 6, 7
	14. Pag. 23 – 42

B2.C1.4. Aproximación y errores

Fecha	Ejercicios
	15. Completa la siguiente tabla:

	2314	1325	4300	937	1554	1665	9555
Truncar a las centenas							
Redondear a las decenas							
Redondear a las u.millar							

16. Halla los errores absoluto y relativo que cometemos al redondear y truncar a las décimas la expresión decimal del número 10´476.

17. Supongamos que medimos la altura de un lápiz y obtenemos 17 cm, cuando en realidad mide 16,8 cm. También medimos la distancia a Murcia desde Hellín y nos salen 88 km, cuando en realidad son 90 km. ¿En qué caso hemos cometido un mayor en la medición?

18. Completa la siguiente tabla redondeando con el nº de cifras significativas indicado:

	Cifras significativas				
Número	1	2	3	4	5
$\sqrt{2}$					
1/3					
1´99995					

19. Establece una cota del error absoluto para las siguientes situaciones en que desconocemos el valor real: a) Volumen de una piscina 48 m^3 , b) Altura de una canasta 3,55 m , c) Altura de un helicóptero 35,5 km , d) Peso boli 35 g , e) Peso silla 3,25 kg

B2.C1.1. Potencias

Fecha	Ejercicios
	20. Inventa 2 situaciones de la vida real en las que aparezcan las potencias.
	21. Pag 28 – 1, 2 // Pag. 29 – 3, 4, 5 // Pag. 36 – 4, 5

B2.C1.3. Notación científica

Fecha	Ejercicios
	22. Pag. 36 – 6, 7, 8, 9 ,10
	23. Pag. 30 – 2 // Pag. 36 – 2 // Problemas propuestos en clase.

B2.C1.1. Raíces

Fecha	Ejercicios
	24. Pag. 32 – 1 // Pag. 33 – 4, 5, 3 // Pag.37 – 17, 18, 19, 20, 22
	25. Racionaliza y simplifica: a) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{7}{\sqrt{3}}$ c) $\sqrt{\frac{2}{5}}$ d) $\frac{7}{\sqrt[4]{3^3}}$ e) $\frac{2}{\sqrt[10]{7^7}}$ f) $\frac{5}{\sqrt[7]{3^2}}$ g) $\frac{1}{1+\sqrt{3}}$ h) $\frac{7}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ i) $\frac{5}{\sqrt{5}-2}$ j) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ k) $\frac{\sqrt{2}}{2-5\sqrt{3}}$