Problemas Aritméticos
Proporcionalidad
Porcentajes

Problemas de Proporcionalidad Simple

Proporcionalidad Directa

Magnitud 1 (+)	Magnitud 2 (+)
A	B
C	x=?

$$\frac{A}{C} = \frac{B}{x} \rightarrow x = \frac{B \times C}{A}$$

Ejercicio

Ejemplo 1

Para transportar 120 000 l de agua, se necesitan 8 camiones cisterna. ¿Cuántos camiones se necesitarán para transportar 315 000 l?

Problemas de Proporcionalidad Simple

Proporcionalidad Inversa

Magnitud 1 (+)	Magnitud 2 (-)
A	B
C	x=?

$$\frac{A}{C} = \frac{x}{B} \rightarrow x = \frac{A \times B}{C}$$

Ejercicio

Ejemplo 2

Seis pintores tardan 8 días en pintar una casa. ¿Cuánto tardarían 4 pintores en realizar la misma tarea?

Problemas de Proporcionalidad Compuesta

Proporcionalidad Directa-Directa

Magnitud 1 (+)	Magnitud 2 (+)	Magnitud 3 (+)
A	B	C
D	E	x=?

$$\frac{A}{D} \cdot \frac{B}{E} = \frac{C}{x} \rightarrow x = \frac{C \cdot D \cdot E}{A \cdot B}$$

Ejercicio

Ejemplo 3

Para calentar 100 gramos de aceite, desde la temperatura ambiente, 15 °C, hasta 70 °C, se han necesitado 2585 calorías. ¿Cuántas calorías se necesitarán para calentar un litro de aceite (980 g) desde la temperatura ambiente hata 95 °C?

A más cantidad de aceite, más calorías
A mayor salto térmico, más calorías
} → ambas son directas

Problemas de Proporcionalidad Compuesta

Proporcionalidad Directa-Inversa

Magnitud 1 (+)	Magnitud 2 (-)	Magnitud 3 (+)
A	B	C
D	E	x=?

$$\frac{A}{D} \cdot \frac{E}{B} = \frac{C}{x} \rightarrow x = \frac{C \cdot B \cdot D}{A \cdot E}$$

Ejercicio

Ejemplo 4

Se han necesitado 2585 calorías para calentar 100 g de aceite desde 15 °C hasta 70 °C. ¿Cuál será la temperatura final de un litro de aceite (980 g) que está a 15 °C, si se le suministran 39 151 calorías?

A más calorías, más sube la temperatura → directa

A más aceite, menos sube la temperatura → inversa

Ejercicio

Un solador embaldosa 260 m^2 de suelo en 5 días trabajando 8 horas diarias. Se compromete a embaldosar un suelo de 500 m^2 en 7 días. ¿Cuántas horas diarias tiene que trabajar?

Ejercicios – Pag 46

1. Un barreño de 150 litros se llena con un grifo que mana 5 litros por minuto. ¿Qué caudal de agua se necesita para llenar una balsa de 2400 litros en el mismo tiempo?

2. En una granja, 16 conejos consumen 100 kg de alfalfa en 12 días. ¿Cuántos días pueden comer 6 conejos con 100 kg de alfalfa?

3. Si 15 *l* de agua se convierten en 16 *l* de hielo, ¿qué volumen ocuparán, al congelarse, 2 m^3 de agua?

Ejercicios – Pag 46

4. Un grifo que mana 5 litros por minuto llena un cierto barreño en 30 minutos. ¿Qué caudal debe tener otro grifo que lo llene en 40 minutos?

5. Para calentar una pieza de hierro de 1 240 g de 10 °C a 150 °C se han necesitado 18 228 cal. ¿Cuántas calorías se necesitarán para subir una pieza de hierro de 3 480 g de 0 °C a 210 °C?

Ejercicios – Pag 46

6. Para calentar una pieza de hierro de 1 240 g de 10 °C a 150 °C se han necesitado 18 228 cal. ¿A qué temperatura se pondrá una pieza de hierro de 5 kg que está a 20 °C, si se le suministran 20 000 cal?

7. En los trabajos de una autopista, 20 camiones trabajando 8 horas diarias logran llevar del tajo a la escombrera 4 dam^3 de tierra cada día. ¿Cuánta tierra moverán en un día 12 camiones trabajando en turnos de 10 horas diarias?

Ejercicios – Pag 46

8. Para que un gramo de agua suba un grado, se necesita una caloría. ¿Cuánto calor es necesario para subir a punto de ebullición un litro de agua que sale del grifo a 12 °C?

9. Una piara de 23 cerdos se come, en 50 días, 2 990 kg de pienso. ¿Cuántos días duran 6 240 kg de pienso a 75 cerdos?

Repartos Directamente Proporcionales

Sumar las partes a repartir y calcular la fracción que representa cada parte. (a/(a+b+c) de N, ….)

EJEMPLO

Un agricultor quiere regar con 300 m^3 de agua tres parcelas de forma directamente proporcional a sus superficies, que son 2, 3 y 5 hectáreas respectivamente. ¿Cuántos metros cúbicos destinará al riego de cada parcela?

Ejercicio

Tres grifos aportan 2 l/s, 5 l/s y 7 l/s, respectivamente. Se abren los tres simultáneamente para llenar una balsa de 17 080 l. Cuando la balsa está llena, ¿qué volumen de agua habrá manado de cada grifo?

Ejercicios – Pag 47

1. Tres socios pusieron 2, 3 y 6 millones de euros, respectivamente, para crear una empresa.

Si las ganancias del primer año ascienden a 75 900 €, ¿cuánto corresponderá a cada uno?

2. ¿Cómo se podrían repartir 2 310 € entre tres hermanos de forma que al mayor le corresponda la mitad que al menor, y a este, el triple que al mediano?

Ejercicios – Pag 47

3. Tres personas poseían 1/3, 2/9 y 1/6, respectivamente, de una urbanización, junto con un cuarto socio que se retira llevándose su parte. ¿Qué parte de lo que queda corresponde a cada uno?

4. Una balsa de 12 150 *l* se llena con tres grifos cuyos caudales son 14,6 *l*/s; 8,9 *l*/s y 4,2 *l*/s. ¿Cuánto ha aportado cada uno al total de la balsa? Da la solución aproximando hasta las decenas de litro.

Repartos Inversamente Proporcionales

Si hay que hacer un reparto inversamente proporcional a "a, b y c", hacer un reparto directamente proporcional a "1/a , 1/b y 1/c"

(1/a)/(1/a+1/b+1/c) de N , …

EJEMPLO

Tres camareros se reparten 295 € de propinas en partes inversamente proporcionales a los días que faltaron en el trimestre, que fueron 2, 5 y 7. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

Ejercicios

Reparte 70 en partes inversamente proporcionales a los números 3 y 4.

Reparte 1.100 en partes inversamente proporcionales a los números 5 y 6.

Quiero repartir 620 € entre mis sobrinos, en partes inversamente proporcionales a sus edades, que son 1, 3 y 7 años. ¿Cuánto le tengo que dar a cada uno?

Problemas de mezclas

1. *Se muelen conjuntamente 50 kg de café de 8,80 €/kg y 30 kg de otro café de inferior calidad, de 6,40 €/kg. ¿A cómo resulta el kilo de la mezcla obtenida?*

	CANTIDAD	PRECIO	COSTE
CAFÉ SUPERIOR	50 kg	8,80 €/kg	
CAFÉ INFERIOR	30 kg	6,40 €/kg	
MEZCLA	80 kg		632 €

Problemas de mezclas

2. *Un orfebre mezcla tres lingotes de distinta pureza: uno de 37,84 kg con un 68,3 % de plata; otro de 7,35 kg y 82,15 % de plata, y un tercero de 16,89 kg de plata pura. Hallar el porcentaje de plata en la aleación, redondeando a las unidades.*

	PESO TOTAL	LEY	PESO DE PLATA
1.er LINGOTE	37,84	0,683	
2.º LINGOTE	7,35	0,8215	
3.er LINGOTE	16,89	1	
TOTAL	62,08		

Ejercicios – Pag 48

5. Si mezclamos 12 kg de café de 12,40 €/kg con 8 kg de café de 7,40 €/kg, ¿cuál será el precio de la mezcla?

6. Si mezclamos un lingote de 3 500 g con un 80 % de oro con otro lingote de 1 500 g con un 95 % de oro, ¿qué proporción de oro habrá en el lingote resultante? ¿Y si añadimos 2 kg de oro puro?

Ejercicios – Pag 48

7. Un litro de agua pesa 999,2 g, y un litro de alcohol, 794,7 g. ¿Cuál es el peso de un litro de la disolución obtenida al mezclar 3 *l* de agua con 7 *l* de alcohol?

8. Un joyero quiere fundir un lingote de 2 kg de oro de ley 0,85 con otro lingote de 1,5 kg de oro cuya ley es 0,9. ¿Cuál es la ley del lingote resultante?

Problemas de móviles

ENCUENTROS

VELOCIDAD DE APROXIMACIÓN $\} v_1 + v_2$

ALCANCES

VELOCIDAD DE APROXIMACIÓN $\} v_1 - v_2$

E=V*T

NºLitros= Caudal*T

Problemas de móviles

1. *Un ciclista profesional, entrenándose, avanza por una carretera a una velocidad de 38 km/h. Más adelante, a 22 km, un cicloturista avanza en el mismo sentido a 14 km/h. ¿Cuánto tarda el ciclista profesional en alcanzar al cicloturista?*

Problemas de móviles

2. *La Vía Láctea se dirige hacia Andrómeda a una velocidad de 112,2 km/s. La galaxia Andrómeda se dirige hacia la Vía Láctea a una velocidad de 75,4 km/s. Se encuentran a una distancia de 2,5 millones de años luz. Si mantuvieran sus velocidades, ¿cuánto tardarían en colisionar?*

Ejercicios – Pag 49

9. Un coche va a 120 km/h y un camión a 90 km/h.

a) Si el coche sigue al camión a 75 km de distancia, ¿cuánto tardará en alcanzarlo?

b) Si están a 504 km y se dirigen el uno hacia el otro, ¿cuánto tardarán en cruzarse?

Ejercicios – Pag 49

10. La capacidad de un pantano es 981,1 hm^3. Actualmente se encuentra al 43 % del total, y está recibiendo una aportación de 45 m^3/s mientras que se desembalsan 3 200 *l*/s. De mantenerse este ritmo, ¿cuánto tiempo tardará en llenarse hasta un 95 % de su capacidad?

PORCENTAJES

Calcular Porcentaje = Calcular Regla de 3

Cantidad (+)	**Porcentaje** % (+)
Total	**100 %**
Parte	**x=?**

EJEMPLOS

En un instituto de 200 alumnos, el 25 % de los alumnos llevan gafas.
¿Cuántos alumnos llevan gafas?

¿Qué porcentaje de aciertos tuve si encesté 7 canastas de 32 intentos?

Formas cortas de calcular Porcentajes

1

Porcentaje de una cantidad

$$35\% \text{ de } 180 = \frac{35}{100} \cdot 180 = 0{,}35 \cdot 180 = 63$$

El 35% de una cantidad desconocida, x, es 63. Calculemos x:

$$35\% \text{ de } x = 63 \rightarrow 0{,}35 \cdot x = 63 \rightarrow x = 63 : 0{,}35 = 180$$

Formas cortas de calcular Porcentajes

2

Aumentos Porcentuales

Un viticultor recogió en la campaña pasada 180 toneladas de uva, pero este año espera un 20% más. ¿Cuántas toneladas espera cosechar este año?

Formas cortas de calcular Porcentajes

3

Disminuciones Porcentuales

¿Cuál es el coste final de una bicicleta de 620 € que está rebajada un 15%?

Ejercicios – Pag 50

1. Calcula.

a) El 24 % de 300.

b) El 112 % de 560.

c) El 3 % de 83 200.

d) El 30 % de 83 200.

e) El 230 % de 5 200.

f) El 300 % de 40.

2. Calcula el tanto por ciento que representa.

a) 45 respecto a 225.

b) 6 160 respecto a 56 000.

c) 4 230 respecto a 9 000.

d) 1 922 respecto a 1 240.

e) 6 000 respecto a 4 000.

f) 975 respecto a 32 500.

Ejercicios – Pag 51

3. Unas acciones que valían a principios de año 13,70 € han subido un 35 %. ¿Cuánto valen ahora?

4. En una comunidad autónoma había 69 580 parados. Han disminuido un 15 %. ¿Cuántos hay ahora?

Ejercicios – Pag 52

Tras aumentar su precio un 35 %, un ordenador cuesta 783 €. ¿Cuánto valía antes de la subida?

Ejercicios – Pag 52

5. El precio de una batidora, después de cargarle un 18 % de impuestos, es de 70,80 €. ¿Cuál es su precio antes de cargarle esos impuestos?

6. Al estirar una goma elástica, su longitud aumenta un 30 % y, en esa posición, mide 104 cm. ¿Cuánto mide sin estirar?

Ejercicios – Pag 52

7. En unas rebajas en las que se hace el 30 % de descuento, Roberto ha comprado una cámara fotográfica por 50,40 €. ¿Cuál era su precio inicial?

8. Un cartero ha repartido el 36 % de las cartas que tenía. Aún le quedan 1 184. ¿Cuántas tenía antes de empezar el reparto?

Encadenar variaciones porcentuales

Una cantidad aumenta un 25 % y, después, el resultado aumenta un 33 %. ¿Cuál ha sido el porcentaje de aumento total?

$$C \xrightarrow{+25\,\%} C \cdot 1{,}25 \xrightarrow{+33\,\%} (C \cdot 1{,}25) \cdot 1{,}33 = C(1{,}25 \cdot 1{,}33) = C \cdot 1{,}6625$$

66,25 %

Ejercicios – Pag 53

9. Un comerciante aumenta el precio de sus productos un 30 % y, después, pretendiendo dejarlos al precio inicial, los rebaja un 30 %.

a) Un ordenador que inicialmente costaba 1 000 €, ¿cuánto costará en cada paso del proceso?

b) ¿Cuál es la variación porcentual que sufren los artículos respecto al precio inicial?

10. Un capital de 42 000 € se deposita en un banco al 5 % anual. ¿En cuánto se habrá convertido en un año? ¿Y en dos? ¿Y en tres años?

Problemas de Depósitos y Préstamos

Interés Simple

Un capital, C, colocado al $r\%$ anual durante t años produce un beneficio I

Problemas de Depósitos y Préstamos

El **interés simple**, I, es el beneficio que origina una cantidad de dinero, denominada **capital**, C, en un **tiempo**, t, a un **rédito** anual, $r\,\%$.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \text{ (tiempo en años)}$$

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1.200} \text{ (tiempo en meses)}$$

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36.000} \text{ (tiempo en días)}$$

Problemas de Depósitos y Préstamos

Ejemplo

Un banco ofrece un beneficio anual del 4%. ¿Qué beneficio obtendremos si depositamos 750 € durante 3 años?

CAPITAL		TIEMPO		INTERÉS
100	$\longrightarrow$	1	$\longrightarrow$	4
750	$\longrightarrow$	3	$\longrightarrow$	I

$$\frac{100}{750}\cdot\frac{1}{3}=\frac{4}{I}\rightarrow I=\frac{750\cdot 4\cdot 3}{100}$$

Ejercicios

ACTICA

Calcula el interés que producen 1.800 € en 9 meses al 4 % anual.

LICA

Marta le prestó a Juan 2.460 € al 3 % durante 4 años. ¿Cuánto dinero en total le devolvió Juan tras ese tiempo?

Ejercicios – Pag 123

¿Qué interés recibiremos por una inversión de 4.500 € al 4 % anual si se retira 2 meses y 9 días después del comienzo de la inversión?

FLEXIONA

Averigua el capital que he invertido en un banco al 4,5 % durante 2 años si en total me han devuelto 1.463 €.

Interés compuesto

El capital final C_F al cabo de n años de depositar un capital C al $r\,\%$ es:

$$C_F = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

Ejercicios – Pag. 54

1. ¿En cuánto se transforma un capital de 20 000 € colocado al 3,6 % anual durante 5 años?

2. ¿En cuánto se transforman 20 000 € colocados 5 años al 3,6 % anual, con pago de intereses mensual?