

PROBLEMAS ARITMÉTICOS



Unidad 2

Prob. Proporcionalidad

P. Simple

P. Compuesta

Repartos
Proporcionales

Prob. Mezclas

Prob. Móviles

Prob. Porcentajes

Prob.
Depósitos y
Prestamos

Interés
Compuesto

Problemas de Proporcionalidad Simple

Proporcionalidad Directa

Magnitud 1 (+)

Magnitud 2 (+)

A

B

C

x=?

$$\frac{A}{C} = \frac{B}{x} \rightarrow x = \frac{B \times C}{A}$$

Problemas de Proporcionalidad Simple

Cinco metros y medio de cable eléctrico han costado 4,51 €. ¿Cuánto costarán 8 m 35 cm del mismo tipo de cable?

Problemas de Proporcionalidad Simple

Proporcionalidad Inversa

Magnitud 1 (+)

Magnitud 2 (-)

A

B

C

x=?

$$\frac{A}{C} = \frac{x}{B} \rightarrow x = \frac{A \times B}{C}$$

Problemas de Proporcionalidad Simple

*Un ganadero tiene reservas de pasto para alimentar a 35 vacas durante 60 días.
¿Cuánto le durarán sus reservas si vende 15 vacas?*

Ejercicios – Pag 26

1 Escribe las razones correspondientes a las siguientes situaciones.

- a) De las 350 páginas que tiene un libro, he leído 95.
- b) Hemos recorrido 260 de los 600 km que nos separan de la playa.
- c) Silvia tiene 28 de los 72 cromos de su álbum.
- d) De 32 dientes que tenemos, al bebé le han salido 4.

Ejercicios – Pag 28

- 6 A Jesús le ha costado 66,95 € llenar el depósito de su coche. ¿Cuántos litros de gasolina ha puesto, si cada litro vale 1,339 €?
- 7 En mi habitación tengo tres estanterías iguales en las que caben 27 videojuegos. ¿Cuántas estanterías como las anteriores necesito comprar para colocar 36 nuevos videojuegos?

Ejercicios – Pag 28

- 8 En la etiqueta de un yogur leemos que aporta 54 kcal por cada 100 g. ¿Cuántas calorías aporta un vasito de yogur cuyo peso es de 125 g?
- 9 Una asociación de 35 socios recaudó el año pasado 1 400 € con sus cuotas. Si este año hay nuevas incorporaciones y han recaudado en total 2 000 €, ¿cuántos socios nuevos hay?

Ejercicios – Pag 29

- 10** ¿Son inversamente proporcionales las siguientes magnitudes?
- a) Velocidad y kilómetros recorridos.
 - b) Número de personas y horas empleadas en hacer determinado trabajo.
 - c) Edad y estatura.
 - d) Consumo eléctrico y número de horas de luz solar.

Ejercicios – Pag 29

- 12** En la granja, 30 gallinas tardan 10 minutos en comer un saco de pienso. Si se compran 20 gallinas más, ¿cuánto tardarán todas en consumir el saco?
- 13** Para pintar un bloque de pisos en 30 días se ha previsto que se necesitan 10 personas. ¿Cuántos días tardarán en pintarlo 15 personas?

Ejercicios – Pag 29

- 14** Tengo dinero suficiente para 12 días, gastando 8 € diarios. Si quiero que me dure 15 días, ¿cuánto dinero puedo gastar cada día?
- 15** En una planta embotelladora, 16 máquinas tardan 6 horas en embotellar un pedido. ¿Cuántas máquinas se necesitan para hacer este pedido en 4 horas?

Ejercicios Propuestos

- 1 Una sandía de 3,4 kg ha costado 2,21 €. ¿Cuánto costará otra sandía de 4,8 kg?
- 2 Si cada día gasto 3,60 €, mis ahorros durarán 15 días. ¿Cuánto durarían si gastase 4,50 € diarios?
- 3 Un hortelano tiene agua almacenada para regar un campo de dos hectáreas durante tres días. ¿Cuánto le duraría el agua si decidiera regar solamente 1,2 ha?

Ejercicios Propuestos

- 4 En el comedor del colegio se han consumido 132 barras de pan durante tres días. Si una barra cuesta 0,35 €, ¿qué presupuesto debe destinar el administrador del comedor para la compra de pan cada semana?
- 5 Ricardo compra en la pescadería tres cuartos de kilo de calamares a 8,60 €/kg y una pescadilla de 650 gramos a 6,20 €/kg. ¿Cuánto le devolverán si paga con un billete de 20 euros?

Problemas de Proporcionalidad Compuesta

Proporcionalidad Directa-Directa

Magnitud 1 (+)

Magnitud 2 (+)

Magnitud 3 (+)

A

B

C

D

E

x=?

$$\frac{A}{D} \cdot \frac{B}{E} = \frac{C}{x} \rightarrow x = \frac{C \cdot D \cdot E}{A \cdot B}$$

Problemas de Proporcionalidad Compuesta

1

Un tablero de $2,80\text{ m} \times 1,20\text{ m}$ cuesta 42 € . ¿Cuánto costará otro tablero de $1,65\text{ m} \times 0,80\text{ m}$?

Problemas de Proporcionalidad Compuesta

Proporcionalidad Directa-Inversa

Magnitud 1 (+)

Magnitud 2 (-)

Magnitud 3 (+)

A

B

C

D

E

x=?

$$\frac{A}{D} \cdot \frac{E}{B} = \frac{C}{x} \rightarrow x = \frac{C \cdot B \cdot D}{A \cdot E}$$

Problemas de Proporcionalidad Compuesta

2

Una cuadrilla de 5 obreros ha cobrado 1 050 € por un trabajo que ha durado tres días. ¿Cuántos obreros forman otra cuadrilla que, cobrando las mismas tarifas, ha presentado una factura de 1 680 € por un trabajo de 6 días?

Ejercicios Propuestos

3

Una empresa ha cobrado 30 € por el alquiler de una máquina cortacésped durante 5 días. ¿Cuánto recibirá por el alquiler de dos cortacésped durante 4 días?

4

Con un caño que arroja un caudal de medio litro por segundo, se llena un camión cisterna en 3 horas. ¿Qué caudal debería proporcionar el caño para llenar dos cisternas a la hora?

5

Una pieza de tela de 2,80 m por 1,20 m cuesta 42 €. ¿Cuál será la longitud de otra pieza de la misma tela que mide 0,80 m de ancha y cuesta 16,50 €?

Ejercicios Propuestos

6

Un pintor ha cobrado 480 € por cuatro jornadas de 8 horas. ¿Cuánto cobrarán dos pintores por tres jornadas de 10 horas?

7

Un taller de reprografía, trabajando 8 horas al día, ha obtenido un beneficio de 1 120 € en 12 días. ¿Qué beneficio obtendrá en los próximos 10 días si aumenta la jornada laboral en una hora diaria?

8

Un coche consume 6,5 litros cada 100 kilómetros. Si la gasolina está a 0,82 € el litro, ¿cuál será el presupuesto para el combustible de un viaje de 480 km?

Ejercicios Propuestos

9. ¿Cuánto tiempo emplea una persona en recorrer 720 km andando 8 horas diarias si en 15 días ha recorrido 405 km andando 9 horas diarias? (Sol: 8 h)
10. Si 8 albañiles, en 6 días, con una jornada de 6 horas diarias, han realizado 180 metros de obra, ¿cuántas horas diarias tendrán que trabajar 5 albañiles durante 10 días para hacer 250 metros cuadrados de obra trabajando al mismo ritmo? (Sol: 30 días)
11. Se necesitan 216 kg de pienso para alimentar 4 caballos durante 6 días. En las mismas condiciones, ¿cuántos días se podrán alimentar 10 caballos con 1'26 Tm de pienso? (Sol:14 días)
12. Una familia compuesta de 5 miembros gasta en 2 meses 1590 euros en alimentación. ¿Cuánto gastará, en las mismas condiciones, otra familia de 6 personas durante un año?

Ejercicios Propuestos

13. Si 6 grifos llenan un depósito de una capacidad de 400 kl en 10 horas, ¿cuántos minutos tardarán 15 grifos, análogos a los anteriores, para llenar un depósito de 600.000 litros?
14. Con 2.320 kg de heno se pueden alimentar 50 caballos durante 5 días. ¿Cuántos días podrán alimentarse 100 caballos con 1262 kg de heno comiendo las mismas raciones?
15. Ocho toneles de sesenta litros cada uno cuestan 2.750 €. ¿Cuánto costarán doce toneles que tengan una capacidad de diez litros?
16. Para preparar una cuneta de 200 m de larga, 3 m de ancha y 2 m de profundidad, 180 obreros han trabajado 6 días durante 10 horas diarias. Trabajando 8 horas diarias, 100 hombres, para hacer otra cuneta de 400 m de larga, 4 m de ancha y 3 m de profundidad, y trabajando al mismo ritmo, ¿cuántos días necesitarían?
17. Dos bombas, que trabajan 5 horas diarias durante 4 días, consiguen bajar el nivel de agua de una piscina en 65 cm. ¿Qué tiempo invertirán tres bombas semejantes para bajar el nivel de agua en 780 mm funcionando durante 8 horas diarias?
18. Para asfaltar una plaza de 1.800 m² han trabajado 10 obreros durante 40 días. ¿Cuánto tardarán 5 obreros más en adoquinar el doble de superficie trabajando al mismo ritmo diario?

Problemas de Repartos Proporcionales

Queremos repartir una cantidad total T proporcionalmente a 3 valores a, b y c

Llamamos $S = a + b + c$

1ª Persona \rightarrow Le corresponden $(a/S) * T$

2ª Persona \rightarrow Le corresponden $(b/S) * T$

3ª Persona \rightarrow Le corresponden $(c/S) * T$

Problemas de Repartos Proporcionales

Tres socios invierten 1 millón, 2 millones y 5 millones de euros, respectivamente, en un negocio que al cabo de un año rinde un beneficio de 600 000 €. ¿Qué cantidad de los beneficios corresponde a cada uno?

Problemas de Repartos Proporcionales

¿Cómo se pueden repartir 2310 € entre tres hermanos de forma que al mayor le corresponda la mitad que al menor y a este el triple que al mediano?

Ejercicios Propuestos

Tres socios pusieron 2, 3 y 6 millones, respectivamente, para crear una empresa.

a) ¿Cómo se repartirán las ganancias?

b) Si las ganancias del primer año fueron de 75 900 €, ¿cuánto corresponderá a cada uno?

¿Es lo mismo repartir en partes proporcionales a 2, 3 y 4 que repartir en partes proporcionales a 6, 9 y 12? Justifica tu respuesta comparando las fracciones correspondientes al reparto en cada clase.

Ejercicios – Pag 67

Dos hermanas compran cinco juegos de toallas por 175 €. Una se queda con tres juegos, y la otra, con dos.
¿Cuánto debe pagar cada una?

Tres amigas que comparten piso reciben una factura de la compañía eléctrica por un importe de 62,40 €. Amelia llegó al piso hace 60 días; Laura, 20 días después, y Cristina solo lleva en la casa 20 días.
¿Cuánto debe pagar cada una?

Problemas de Repartos Inversamente Proporcionales

Queremos repartir una cantidad total T inversamente proporcional a 3 valores a, b y c

Hacer un reparto inversamente proporcional a a, b y c es lo mismo que hacer un reparto proporcional a $1/a, 1/b$ y $1/c$

Problemas de Repartos Inversamente Proporcionales

Ejemplo:

Repartir 9765 unidades en partes inversamente proporcionales a:

2 , 4 y 8

Solución:

$$a=1/2, b= 1/4, c=1/8 \rightarrow S=1/2 + 1/4 + 1/8 = 7/8$$

$$1^{\text{a}} \text{ Persona recibe } 9765 * (a/S)=9765 * [(1/2):(7/8)]= 5580$$

...

Problemas de Repartos Inversamente Proporcionales

Actividad 1.

Los dos camareros de un bar se reparten al final de mes un bote con 136 euros de propina de forma inversamente proporcional al número de días que han faltado. Si uno ha faltado 3 días y otro 5, ¿cuántos euros corresponde a cada uno?

Actividad 2.

Según un testamento, una fortuna de 65000 euros, se reparte entre tres personas en partes inversamente proporcionales al sueldo de cada una de ellas. Si los sueldos de estas personas son de 900, 1350 y 1800 euros, ¿cuánto le corresponde a cada una?

Actividad 3.

Repartir 114 caramelos entre cuatro niños de forma inversamente proporcional a las edades de ellos que son de 3, 4, 5 y 6 años respectivamente.

Actividad 4.

En una competición se van a repartir 174 puntos entre cinco participantes, en orden inversamente proporcional al tiempo que tardan en realizar la prueba. Si los participantes tardan 4, 6, 8, 10 y 12 minutos respectivamente, ¿cuántos puntos le corresponde a cada uno?

Problemas de Mezclas

1

Se muelen conjuntamente 50 kg de café de 8,80 €/kg y 30 kg de otro café de inferior calidad, de 6,40 €/kg. ¿A cómo resulta el kilo de la mezcla obtenida?

	CANTIDAD	PRECIO	COSTE
CAFÉ SUPERIOR	50 kg	8,80 €/kg	$50 \cdot 8,80 = 440 \text{ €}$
CAFÉ INFERIOR	30 kg	6,40 €/kg	$30 \cdot 6,40 = 192 \text{ €}$
MEZCLA	80 kg		632 €

$$\text{Precio de la mezcla} = \frac{\text{Coste total}}{\text{Peso total}} = \frac{632 \text{ €}}{80 \text{ kg}} = 7,90 \text{ €/kg}$$

Ejercicios – Pag 68

2

Si mezclamos 12 kg de café de 12,40 €/kg con 8 kg de café de 7,40 €/kg, ¿cuál será el precio de la mezcla?

3

Si mezclamos un lingote de 3 500 g con un 80% de oro con otro lingote de 1 500 g con un 95% de oro, ¿qué proporción de oro habrá en el lingote resultante?

4

Un barril contiene 1 *hl* de vino de alta graduación, cotizado a 3,60 €/l. Para rebajar el grado alcohólico se le añaden 20 litros de agua. ¿Cuál es ahora el precio del vino?

Ejercicios – Pag 68

5

Un litro de agua pesa 999,2 g, y un litro de alcohol, 794,7 g.

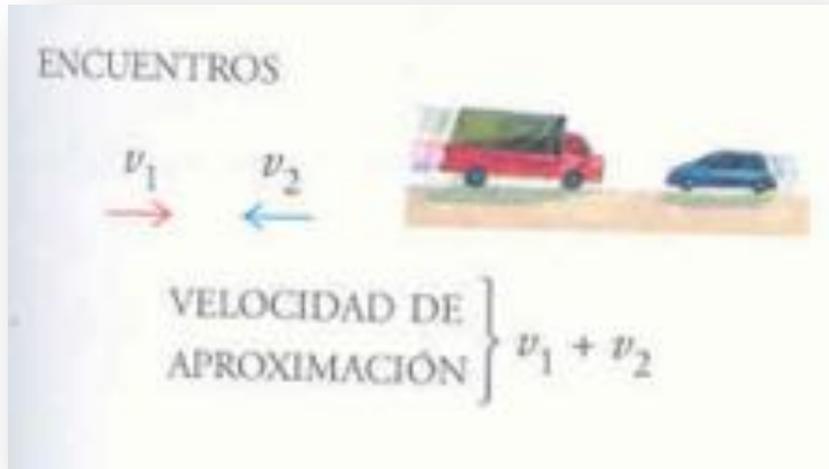
¿Cuál es el peso de un litro de la disolución obtenida al mezclar 3 l de agua con 7 l de alcohol?

6

Un joyero quiere fundir un lingote de 2 kg de oro de ley 0,85 con otro lingote de 1,5 kg de oro y cuya ley es 0,9. ¿Cuál es la ley del lingote resultante?

(La ley de una aleación es el cociente entre el peso del metal precioso y el peso total de la aleación).

Problemas de Móviles



$$E = V * T$$



$$\text{N}^\circ \text{Litros} = \text{Caudal} * T$$

Problemas de Móviles

ENCUENTROS

Dos poblaciones A y B distan 350 km. A las nueve de la mañana sale de A hacia B un camión a una velocidad de 80 km/h. Simultáneamente, un coche sale de B hacia A a 120 km/h. ¿A qué hora se cruzan?

Idea clave: Se aproximan a razón de $80 + 120 = 200$ km/h.

¿Cuánto tardarán, a 200 km/h, en recorrer los 350 km que les separan?

Tiempo en encontrarse:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{350}{200} = \frac{7}{4} \text{ de hora} = 1 \text{ h } 45 \text{ min}$$

Se cruzan a las once menos cuarto de la mañana.

Problemas de Móviles

ALCANCES

Un ciclista profesional, entrenándose, avanza por una carretera a una velocidad de 38 km/h. Más adelante, a 22 km, un cicloturista avanza en la misma dirección a 14 km/h. ¿Cuánto tarda el uno en alcanzar al otro?

Idea clave: Se aproximan a razón de $38 - 14 = 24$ km/h.

¿Cuánto tardarán, a 24 km/h, en recorrer los 22 km que les separan?

Tiempo hasta el encuentro:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{22}{24} = \frac{11}{12} \text{ de hora} = 55 \text{ min}$$

Ejercicios – Pag 69

1

Un coche va a 120 km/h y un camión a 90 km/h.

- Si el coche sigue al camión a 75 km de distancia, ¿cuánto tardará en alcanzarlo?
- Si están a 504 km y se dirigen uno hacia el otro, ¿cuánto tardarán en cruzarse?

2

Un tren que avanza a una velocidad de 70 km/h lleva una ventaja de 90 km a otro tren que avanza por una vía paralela a 110 km/h. Calcula el tiempo que tarda el segundo en alcanzar al primero y la distancia recorrida hasta lograrlo.

Ejercicios – Pag 69

3

Dos manantiales vierten sus aguas en un depósito de 345 litros de capacidad.

Si el caudal del primero es de 50 ℓ/min , y el del segundo, 40 ℓ/min , ¿cuánto tiempo tardarán en llenar el depósito?

4

Una balsa contiene 28 600 ℓ de agua para riego. Se abren simultáneamente el desagüe de la balsa, que emite 360 ℓ/min , y un grifo que alimenta a la balsa con 140 ℓ/min .

¿Cuánto tarda la balsa en vaciarse?

Porcentajes

- Cálculo directo de %
- Disminución Porcentuales
- Aumentos Porcentuales

Cálculo general de %
mediante una regla de 3

Ejercicios – Pag 31

- 16** El aire limpio tiene un 21 % de oxígeno, mientras que el de una ciudad contiene un 14 %. Si nuestros pulmones inspiran 2 litros de aire cada vez que respiramos, ¿cuánto oxígeno dejamos de respirar por estar contaminado el aire?
- 17** En rebajas, la tienda de ropa de Loli hace un 10 % de descuento. Si un jersey costaba 42 €, ¿cuál es su precio rebajado?

Ejercicios Descuentos/Aumentos – Pag 32

19 Una raqueta de tenis cuesta 182 € más el 21 % de IVA. ¿Cuánto tengo que pagar si me compro esa raqueta?

20 La entrada a un museo, que costaba 12 €, ha subido este año un 9,5 %. ¿Cuál es su precio actual?

21 El teléfono móvil que acaban de regalar a Guillermo tiene una autonomía de 6 horas al 100 % de carga. Por utilizarlo, la batería ha disminuido un 28 %. ¿Cuántas horas de autonomía tiene ahora?



Ejercicios Descuentos/Aumentos – Pag 32

- 22 Por arreglar su coche, Alberto paga un total de 328 € tras hacerle un descuento del 15%.
¿Cuánto costaba el arreglo?



- 23 El menú de un restaurante cuesta 10 € los días de diario, y 11,50 € los fines de semana.
¿En qué porcentaje aumentan su precio?

Problemas de Porcentajes Sucesivos

ENCADENAMIENTO DE VARIACIONES PORCENTUALES

Cierto capital sufre las siguientes variaciones a lo largo de un año: aumenta un 15%, disminuye un 20% y, finalmente, vuelve a aumentar un 12%. ¿Cuál es su variación total?

$$C \xrightarrow{+15\%} C \cdot 1,15 \xrightarrow{-20\%} (C \cdot 1,15) \cdot 0,80 \xrightarrow{+12\%} (C \cdot 1,15 \cdot 0,80) \cdot 1,12$$

La variación total ha sido:

$$C \rightarrow C \cdot 1,15 \cdot 0,80 \cdot 1,12 = C \cdot 1,0304$$

Ejercicios Porcentajes Sucesivos – Pag 33

- 24** El precio de una televisión era de 458 €. En el mes de diciembre subió un 24 % y en las rebajas de enero bajó un 20 %. ¿Cuál es su precio ahora?
- 25** Una comunidad de vecinos genera diariamente 56 kg de basura, pero durante el mes de agosto, como había vecinos de vacaciones, se produjo una disminución del 17,5 % en los residuos. Ahora, en septiembre, han aumentado el 21 %. ¿Cuántos kilos de basura generan los vecinos diariamente en septiembre?

Ejercicios Porcentajes Sucesivos – Pag 33

- 26** Un bosque ha perdido un 23 % de superficie arbolada debido a un incendio. Se ha repoblado el 11 % para intentar recuperarlo. Si la superficie total era de 16 000 hectáreas, ¿cuántas hectáreas quedan aún sin repoblar?
- 27** Un coche pierde el 18 % de su valor en el momento en que se matricula, y registra una depreciación del 10 % anual durante los 6 primeros años. ¿Cuánto valdrá al final del tercer año un coche que se compró por 15 000 €?

Problemas de Depósitos y Préstamos

Interés Simple

(No se cobran intereses hasta el final del tiempo establecido)

$I = (C * R * t) / 100$ -> t años, C capital y R el % anual

$I = (C * R * t) / 1200$ -> t meses, C capital y R el % anual

$I = (C * R * t) / 36500$ -> t días, C capital y R el % anual

Ejercicios Interés Simple- Pag 34

- 28** Halla el tiempo que Martin ha mantenido 2 000 € a un rédito del 3,25 % anual, si ahora tiene 2 260 €.
- 29** ¿A qué rédito hemos puesto un capital de 3 500 € durante 3 años, si al cabo de ese tiempo obtenemos 3 788,75 €?
- 30** ¿Cuántos días debemos mantener un capital al 7,5 %, para duplicarlo?

Ejercicios Interés Simple– Pag 34

- 31** Calcula la cantidad que retiraremos de un banco en el que, hace 23 meses, ingresamos 2 700 € a un rédito del 5,5 % anual.
- 32** En un banco se ofrece un 5,2 % de rédito y un teléfono valorado en 180 €, por 4 500 € de inversión a 4 años. Y, en otro, la oferta es de un 6 % de rédito el primer año, y, después, un 4,8 % sobre el capital inicial. ¿Qué oferta es más ventajosa?

Problemas de Interés Compuesto

El capital final C_F al cabo de n años de depositar un capital C al $r\%$ anual es:

$$C_F = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

Los intereses se cobran cada periodo de tiempo (cada año, cada mes, ...). Hay capitalizaciones cada uno de los periodos.

Ejemplo:

The diagram illustrates the growth of a 1000€ investment at a 6% annual interest rate over time. It shows three steps of compounding:

- ① $1000 \xrightarrow{+6\%} 1000 \cdot 1,06 = 1060 \text{ €}$
- ② $1060 \xrightarrow{+6\%} 1000 \cdot 1,06^2 = 1123 \text{ €}$
- ③ $1123 \xrightarrow{+6\%} 1000 \cdot 1,06^3 = 1191 \text{ €}$

...
④ $\longrightarrow 1000 \cdot 1,06^n$

Nota: Se puede adaptar la fórmula a intereses mensuales dividiendo por 1200.

Ejercicios Interés Compuesto – Pag 35

- 33** Calcula el capital final de una inversión de 5 600 € a interés compuesto al 3,8 % anual durante 10 años.
- 34** ¿Cuál será el capital final de una inversión a interés compuesto de 14 000 € durante 12 años al 2,4 % anual, con intereses cuatrimestrales?
- 35** Fran recibe 13 506,10 € tras 4 años al 3 % anual con interés compuesto. ¿Cuánto dinero invirtió?

Ejercicios Interés Compuesto – Pag 35

- 36** Calcula el capital que se obtiene al invertir 25 000 € con un rédito del 5 % anual en 5 años, si los intereses se acumulan mensualmente.
- 37** Paco ha comprado un aparato de aire acondicionado para su casa de la playa. Lo ha financiado al 2,9 % anual durante 4 años con interés compuesto. El precio final que ha pagado es de 896,91 €. ¿Cuánto costaba sin financiar?