

Visita al Zoo con... Números enteros

Excursión al Zoo

Esta semana vamos de visita al zoo! Los alumnos están impacientes por conocer a todos los animales que allí les esperan.

Pero, además, el profesor ha pedido que durante la visita se fijen en el contenido matemático que vayan encontrando. Concretamente, los alumnos deberán escribir un diario matemático donde reflejen situaciones en las que aparezcan números positivos y negativos y sus operaciones...

¿Será posible?



Hoy en día estamos acostumbrados a ver **números negativos**: en la temperatura del congelador, las plantas del sótano, la carga eléctrica,... Pero, ¿desde cuándo se conocen estos números? ¿Sabías que no siempre se les ha aceptado como números "de verdad"?

Podemos considerar que nuestras matemáticas "nacieron" en la antigua **Grecia**. Pero los griegos hacían casi toda su matemática basándose en geometría, por lo que no tuvieron la necesidad de usar cantidades negativas.

Por otra parte, en el año 200 A.C., en **China** ya usaban los colores negro y rojo para referirse a números positivos y negativos. Principalmente era un uso comercial, para diferenciar saldos positivos de deudas.

En la **India**, el gran matemático Brahmagupta "inventó" el número cero, y comenzó a usar los números negativos y operar con ellos en el año 620 D.C.

Durante la edad media, los matemáticos **árabes**, como Al-Khwarizmi en el siglo IX, obtenían y manejaban números negativos como soluciones de ciertos problemas, pero los tomaban como números sin significado. Tan solo parecían verles sentido para representar deudas.

En **Europa** los números negativos no aparecen hasta el siglo XVI, con el matemático Simon Stevin, aunque matemáticos como Gerolamo Cardano todavía los consideraban como números "falsos".

A partir de 1770, con la publicación del "Tratado de Álgebra" del gran matemático Leonard Euler, los números negativos son aceptados como números "de verdad".

Contenido

Excursión al Zoo	1
1. ¿Qué aprenderemos en esta unidad?	3
2. Hormiguero con números enteros	4
2.1. El hormiguero.....	4
2.2. Matematiza tu diario.....	5
2.3. Usos de los números enteros.....	6
2.4. La recta numérica.....	7
2.5. Orden en los números enteros	7
3. Regla de los signos	9
4. Potencias	11
4.1. ¿A qué hora comemos?	11
4.2. Propiedades de las potencias.....	11
5. Operaciones combinadas	13
Tira de la cuerda.....	13
5.1. Ejercicios	13
6. Problemas.....	16
6.1. Soluciones a los problemas.....	17
Resumen. Números Enteros	18

1. ¿Qué aprenderemos en esta unidad?

A lo largo de la unidad, aprenderemos a:

- ☞ Conocer y calcular los [múltiplos](#) de un número
- ☞ Identificar y calcular todos los [divisores](#) de un número
- ☞ Aplicar los criterios de [divisibilidad](#) para, al menos, el 2, 3, 5, 9, 10 y 11
- ☞ Distinguir si un número es [primo](#) o compuesto
- ☞ [Descomponer](#) números en producto de factores primos
- ☞ Calcular el mínimo común múltiplo ([MCM](#)) y máximo común divisor ([MCD](#)) de varios números
- ☞ Resolver [problemas](#) contextualizados.

Iremos viendo todos los contenidos mediante su conexión con diferentes juegos y trucos de magia matemáticos. Además, se irán proponiendo **cuestiones para reflexionar** sobre las matemáticas que contienen.

La información está organizada en varios apartados, que constarán de contenido teórico, ejercicios de repaso, pero también trucos, juegos y curiosidades matemáticas relacionados con los contenidos que se van a trabajar.

Las última página es un [resumen](#) de los conceptos trabajados a lo largo de la unidad.



2. Hormiguero con números enteros

2.1. El hormiguero

Emi está observando un terrario de hormigas que hay a la entrada del zoo.

¿Te has fijado en que los números enteros son muy **útiles** para describir lo que ocurre?

- Si, por ejemplo, una hormiga se mueve 3 unidades a la derecha, usamos el +3, y si es a la izquierda -3.
- Igual si el movimiento es hacia arriba o abajo.
- Para indicar que queremos poner más o menos hormigas, también usamos números con signo.
- Si nos preguntamos a qué altura sobresale el hormiguero, o hasta qué profundidad llega, necesitaremos números positivos y negativos.
- Para estudiar las variaciones de temperatura de dentro a fuera del hormiguero.
- Para describir el movimiento de una hormiga, es más fácil sumar todos los números correspondientes a sus desplazamientos (izquierda/derecha o arriba/abajo), y así saber dónde acaba.



Números enteros

Números Enteros

$$\mathbb{Z} = \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

Negativos *Positivos*

Los **números enteros**, que son una ampliación de los naturales, donde se les agrega un **signo positivo** "+" o **negativo** "-". Así que:

- Los **números positivos** +1, +2, +3,... son números enteros, y también son enteros los **números negativos**: -1, -2, -3,...
- El conjunto de los números enteros se representa con la letra \mathbb{Z} .
(*) El 0 no suele considerarse positivo ni negativo.
- Es habitual omitir el signo "+" en los números positivos (los identificamos con los números naturales 1, 2, 3,...). Por eso, suele escribirse "1", en lugar de "+1", o "2" en lugar de "+2", etc.
- El **opuesto** de un número es el resultado de cambiarle el signo. Por ejemplo, el opuesto de +3 es -3, y el opuesto de -5 es +5.
- El **valor absoluto** de un número es el resultado de quitarle el signo. Lo escribimos mediante el número entre barras "| |". Por ejemplo, |+3|=3, y |-5|=5.

A lo largo de esta unidad iremos aprendiendo a utilizarlos y a resolver cálculos y problemas en los que intervienen.

2.2. Matematiza tu diario

Los profesores han propuesto como a los alumnos que escriban un **diario matemático** durante la visita al Zoo. Esto les servirá para comprobar sus conocimientos sobre números enteros y mostrar que, entrenando nuestra mirada, siempre podremos **modelar con matemáticas** nuestra vida cotidiana.

Nuestro turno

Nosotros, como actividad de esta unidad, también vamos a escribir nuestro propio diario matemático. ¿Parece difícil? Veamos que no.



Tan solo necesitamos ponernos nuestras gafas matemáticas. Para ello, mientras estamos trabajando esta unidad en clase...

- ☞ Cada día **observamos** en qué situaciones de nuestro alrededor aparecen los números enteros.
- ☞ Con cada situación, **escribimos** una entrada en el diario explicando cómo aparecen ahí las matemáticas.
- ☞ Al terminar la unidad, haremos una **exposición** con la información recogida. El profesor indicará si será por grupos o individual.

Indicaciones

¿Qué situaciones incluir?

Podemos incluir una entrada recogiendo cualquier momento en que detectemos que los números enteros están detrás de lo que hacemos.

- ☞ No hay que preocuparse por si puede parecer demasiado sencillo. Lo importante es que refleje algún aspecto de nuestra **vida cotidiana**.
- ☞ Tampoco es problema si en algún caso necesitamos incluir decimales. Se trata de que aprendamos a utilizar números con **signos** y a realizar sus **operaciones**.

¿Qué anotar?

Para cada entrada de nuestro diario de campo, anotaremos:

- ☞ Título de la actividad y fecha.
- ☞ Número de ficha.
- ☞ Investigador (nuestro nombre).
- ☞ Lugar donde se ha hecho la anotación.
- ☞ Descripción de la situación, indicando qué ocurría.
- ☞ Uso de los números y signos: cómo aparecen en ella tanto los números como los signos y sus operaciones.
- ☞ Una fotografía o imagen de la situación.
- ☞ Algún otro dato más o comentario que nos parezca interesante.

Mi diario de campo Matemático.		Ficha nº 01
Actividad: <i>Devolver una compra</i>	Fecha: <i>lunes, (día) de (mes) de (año)</i>	
Investigador/a: <i>Emilia Mª Fernández Rodríguez</i>		
Lugar: <i>tienda de ropa</i>		
Descripción: <i>La semana pasada compré una camiseta. Cuando me la probé en casa, no me gustaba mucho cómo me quedaba, así que hoy fui a la tienda a cambiarla por otra.</i>		
Uso de los números.	Representación:	Imagen:
<ul style="list-style-type: none">• Precio de la camiseta que compré: 12€• Dinero con el que pagué: 20€• Precio de la nueva camiseta: 15€	<ul style="list-style-type: none">-12+20-15	
Operaciones:		
<ul style="list-style-type: none">• Cuando compré: $-12 + 20 = 8€$• Al devolver la camiseta: $8 - (-12) = 8 + 12 = 20$• Al comprar la nueva camiseta: $20 - 15 = 5€$		

En el siguiente apartado podrás ver ejemplos de situaciones que se modelan mediante números enteros.

Para guardar la información, podemos utilizar una herramienta online, como penzu, crear nuestro propio modelo de ficha, o utilizar el siguiente modelo:

Mi diario de campo Matemático.		Ficha nº _____
Actividad:	Fecha: _____, ___ de ___ de _____	
Investigador/a:		
Lugar:		
Descripción:		
Uso de los números. • • • ...	Representación:	Imagen:
Operaciones: • • • ...		
Observaciones:		

2.3. Usos de los números enteros

Hay una gran cantidad de situaciones de nuestra vida cotidiana en la que resulta útil usar los números enteros. Por ejemplo:, los vemos en los botones del ascensor y la temperatura de los congeladores.

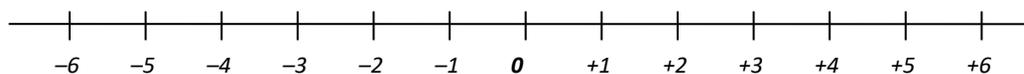
- ☞ Si en un **ascensor**, nos dirigimos a la tercera planta del sótano, marcaremos el **-3**, mientras que, si es al tercer piso, marcaremos el **3**.
- ☞ El siglo IV A.C. (antes de Cristo) se representaría con **-4**, mientras que, el siglo IV D.C. con **+4**.
- ☞ Si faltan 5 días para las vacaciones, matemáticamente lo representamos con **-5**.
- ☞ Si un pez nada a 2 metros bajo el nivel del mar, se representa con **-2**, mientras que si un pájaro vuela 10 metros por encima nuestra, lo representamos con **+10**.

Ejercicio 1. Escribe con qué número entero representarías las siguientes situaciones:

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> a. Estamos a 3 °C bajo cero b. Ya llevamos 6 minutos de camino... c. Faltan 15 minutos para que acabe la clase d. Llevamos 11 minutos esperando en la cola e. Hoy he leído 20 páginas de un libro f. El cohete despegará en 10 segundos g. La temperatura ha subido 4°C h. El congelador está a 9º bajo cero i. Subimos el termostato del frigorífico 2°C j. Subimos 3 pisos en el ascensor | <ul style="list-style-type: none"> k. Debo 10€ a un amigo l. Este mes he ganado 20€ m. Pagamos 12€ por una camiseta n. Al precio, hay que añadirle 5€ de IVA o. Dentro de 6 años... p. He mejorado mis notas en 2 puntos q. Tengo 6 preguntas bien r. Acabo de perder 8 puntos en este juego s. Una carga negativa de 4 unidades t. Retrocedemos 5 casillas |
|--|---|

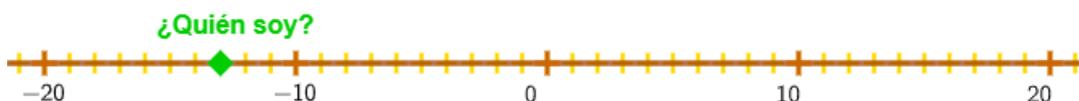
2.4. La recta numérica

Ya conocemos la representación de los números naturales en la recta numérica. Así que, ya sabemos representar los números positivos. Los números negativos se representan de forma similar, solo que en este caso, contamos hacia la izquierda a partir del cero (en lugar de hacia la derecha).

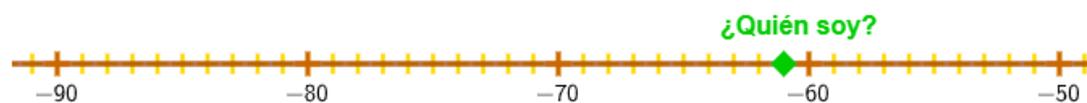


Ejercicio 2. Utiliza la recta numérica para responder:

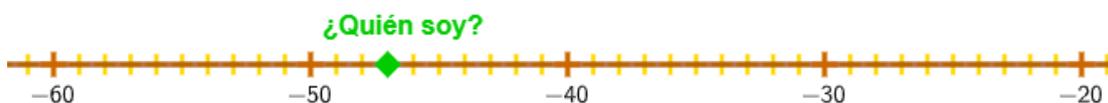
a) ¿Cuál es el valor de este número? Marca los números -3 , -18 , $+3$ y $+18$.



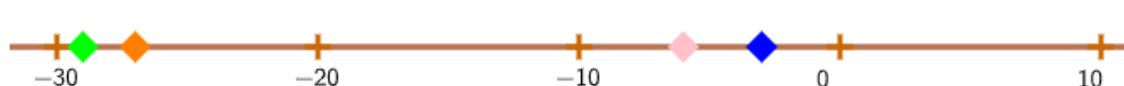
b) ¿Cuál es el valor de este número? Marca los números -91 , -75 y -69 .



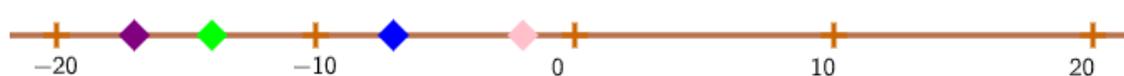
c) ¿Cuál es el valor de este número? Marca los números -25 , -52 y -28 .



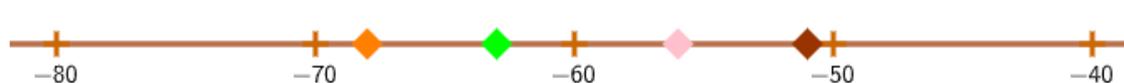
d) Indica el valor (aproximado) de estos puntos. Marca el número $+8$.



e) Indica el valor (aproximado) de estos puntos. Marca los números $+5$ y $+12$.



f) Indica el valor (aproximado) de estos puntos. Marca los números -42 y -71 .



2.5. Orden en los números enteros

Para ordenar números enteros, podemos representarlos primero en la recta numérica. Un número será mayor que otro si está más a la derecha en la recta.

Usaremos los símbolos $<$ y $>$. Por ejemplo, diremos que $3 < 5$ y que $-3 > -5$.

También, podemos ordenarlos directamente, siguiendo estas reglas:

¿Cómo ordenamos los números *Enteros*?

Hay que mirar los **valores absolutos** (número sin signo)

Números Positivos:

► Entre ellos, quitamos el signo y se ordenan como siempre.

Por ejemplo, $44 > 19$, $5 < +40$, $+17 = +17$

► Cero, o cualquier positivo, es **mayor que cualquier negativo**

Por ejemplo, $-29 < 7$, $+35 > -8$, $0 > -31$

Números Negativos:

► Entre ellos, **al revés** que los positivos. El **mayor** es el que tiene **menor valor absoluto**

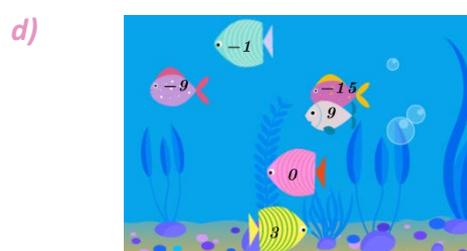
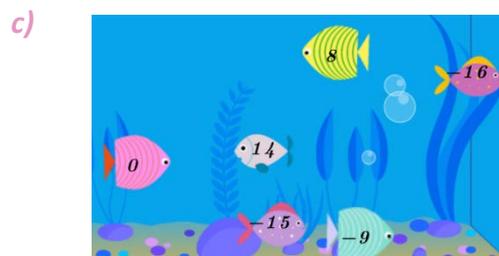
Por ejemplo, $-1 > -6$, $-11 < -5$, $-50 < -8$

Ejercicio 3. “Ordena esos peces”

Marcos está observando el acuario del zoo. Junto a la información de los peces, se indica cuánto tiempo llevan en el acuario. También hay un cartel informativo indicando cuándo se harán las próximas adquisiciones para el acuario. Podemos asignar números a los peces, según esos tiempos. Por ejemplo:

- Si un pez lleva dos semanas en el acuario, tendrá el número +2.
- ¿Qué número le asignaremos a un pez que llegará dentro de dos semanas?

Observa estos acuarios. Indica la **situación** (en días) de sus peces y **ordena** cada uno de menor a mayor.



Ejercicio 4. Ordena los siguientes conjuntos de números enteros:

- a) De menor a mayor: $-18, +15, 11, 9, -11$.
- b) De mayor a menor: $-29, -31, -26, -33, +10, +12$.
- c) De menor a mayor: $-41, 0, +38, -37, 34$.
- d) De mayor a menor: $-7, -6, 7, 0, +6$.

3. Regla de los signos

En el diario matemático deberíamos recoger ejemplos de uso de operaciones con números enteros.

Conocemos cómo operar con los números en valor absoluto (sin signo), pero todavía nos falta practicar las "reglas de los signos", que nos permitan averiguar qué signo llevará el resultado. Por ejemplo:

- ☞ Si pensábamos que llevábamos 10 minutos de clase, pero en realidad son 4 minutos menos, lo representaremos como $+10 - 4 = 6$
- ☞ Si nos quedaban 15 minutos para despegar, pero nuestro vuelo se retrasa otros 10 minutos, se representa como $-15 - 10 = -25$.
- ☞ Si debemos 10€ al banco, y nos llega una factura de 8€: $-10 + (-8) = -10 - 8 = -18$.
- ☞ Si debemos 10€ y nos anulan una deuda de 2€, resulta $-10 - (-2) = -10 + 2 = -8$.

Regla de los signos:

Usamos el **valor absoluto** (número sin signo)

Suma y resta

- ▶ **Mismo signo:** dejamos el signo y sumamos los valores absolutos
 $+5 + 5 = +10$, $-7 - 7 = -14$, $-3 - 9 - 4 = -16$
- ▶ **Distinto signo:** restamos los valores absolutos y ponemos el signo del mayor
 $+7 - 3 = +4$, $-5 + 3 = -2$
- ▶ **Varios números:** **positivos** por una parte y **negativos** por otra
 $-1 - 6 - 6 + 6 = +6 - 13 = -7$

Multiplicación, división y paréntesis

- ▶ **Mismo signo:** $+$, **Distinto signo:** $-$
 $-9 \cdot (-4) = +36$, $-9 \cdot (+7) = -63$
- ▶ **Quitar paréntesis:** (signo delante de un paréntesis)
"−" cambia el signo de cada **sumando**; "+ " se deja como están
 $+(4 - 9 - 8) = +4 - 9 - 8$
 $-(-2 - 4 \cdot 3 + 9) = +2 + 4 \cdot 3 - 9$

$$\begin{array}{l} + \cdot + \Rightarrow + \\ + \cdot - \Rightarrow - \\ - \cdot + \Rightarrow - \\ - \cdot - \Rightarrow + \end{array}$$

☞ Con los siguientes ejercicios, practicaremos estas reglas de los signos:

Ejercicio 5. Representa las siguientes situaciones y calcula el resultado:

- a) Yo pensaba que llevábamos **50** minutos de camino, pero en realidad eran **20** minutos menos.
- b) Me quedan **23** páginas para terminar mi libro, pero, para enterarme, voy a retroceder **5** páginas.
- c) La cuenta atrás para el lanzamiento de un cohete estaba en **10** minutos, pero la adelantan **3** minutos.
- d) En un juego, retrocedemos **6** casillas, y encima nos anulan una jugada que nos hizo avanzar **9**.
- e) Tengo **40€** en el banco, y me llega un recibo de **50€**.
- f) Tenía un **8** en un examen tipo test, y ahora, anulan una pregunta que me restaba **1** punto.

Ejercicio 6. Suma y resta de números enteros.

a)

Calcula...		Calcula...	
[1] $-5 - 9 =$		[11] $2 + 4 =$	
[2] $6 - 5 =$		[12] $10 - 3 =$	
[3] $+10 + 4 =$		[13] $+3 - 11 =$	
[4] $+3 + 6 =$		[14] $-3 - 10 =$	
[5] $6 - 7 =$		[15] $-3 - 4 =$	
[6] $5 - 6 =$		[16] $-11 + 7 =$	
[7] $-4 - 8 =$		[17] $11 + 11 =$	
[8] $-7 - 3 =$		[18] $-6 + 5 =$	
[9] $-10 + 11 =$		[19] $10 + 12 =$	
[10] $7 - 2 =$		[20] $+4 - 9 =$	

b)

Calcula...		Calcula...	
[1] $+7 - 8 =$		[11] $-4 - 8 =$	
[2] $3 + 10 =$		[12] $6 - 8 =$	
[3] $5 - 10 =$		[13] $-7 - 8 =$	
[4] $-4 + 12 =$		[14] $-9 - 3 =$	
[5] $-2 - 3 =$		[15] $3 + 8 =$	
[6] $4 - 7 =$		[16] $3 - 6 =$	
[7] $-6 + 3 =$		[17] $-11 - 10 =$	
[8] $-5 - 6 =$		[18] $9 + 9 =$	
[9] $-9 - 10 =$		[19] $-4 - 7 =$	
[10] $8 - 12 =$		[20] $-2 - 5 =$	

Ejercicio 7. Paréntesis, sumas y restas

a)

Calcula...		Calcula...	
[1] $+(+11) + (-7) =$		[11] $+8 + (-2) =$	
[2] $+(+11) - 8 =$		[12] $+(-5) - (+6) =$	
[3] $- (+3) - (+4) =$		[13] $- (-2) - (-12) =$	
[4] $+(-5) - (-5) =$		[14] $-(-11) + 5 =$	
[5] $+9 + (+2) =$		[15] $+2 + (+10) =$	
[6] $- (+3) - (-10) =$		[16] $2 - (-8) =$	
[7] $+11 - (-6) =$		[17] $+2 + 10 =$	
[8] $+(-8) - (+10) =$		[18] $+ (+2) - (+12) =$	
[9] $-11 - (+3) =$		[19] $+3 - (-3) =$	
[10] $+(+11) - 9 =$		[20] $+5 - (-3) =$	

b)

Calcula...		Calcula...	
[1] $- (+3) - (-9) =$		[11] $-7 - 11 =$	
[2] $+4 - (+7) =$		[12] $- (+8) + (-10) =$	
[3] $-9 - (+5) =$		[13] $-10 - (-9) =$	
[4] $-(-11) + 4 =$		[14] $-(-2) - (-7) =$	
[5] $7 + 8 =$		[15] $+ (+7) + (+8) =$	
[6] $-6 + 3 =$		[16] $- (+4) + (+3) =$	
[7] $+ (+9) - (+7) =$		[17] $-7 + (-5) =$	
[8] $+ (-6) - (-8) =$		[18] $-11 - (+4) =$	
[9] $+4 - 4 =$		[19] $- (-9) + (-3) =$	
[10] $-9 + 3 =$		[20] $+4 - (-7) =$	

Ejercicio 8. Producto y división

a)

Calcula...		Calcula...	
[1] $-2 \cdot 9 =$		[11] $+(+50) : 5 =$	
[2] $-11 \cdot (-2) =$		[12] $4 \cdot (+11) =$	
[3] $10 \cdot (-4) =$		[13] $+ (+3) \cdot (-3) =$	
[4] $- (+2) \cdot (-11) =$		[14] $-24 : (-4) =$	
[5] $- (-64) : 8 =$		[15] $+ (-72) : (-8) =$	
[6] $-7 \cdot (-3) =$		[16] $-9 \cdot (-12) =$	
[7] $- (+120) : (-12) =$		[17] $+11 \cdot (+11) =$	
[8] $+ (-50) : (-5) =$		[18] $+30 : (+6) =$	
[9] $- (-20) : 4 =$		[19] $- (+36) : (-9) =$	
[10] $- (+8) \cdot 5 =$		[20] $+ (-6) \cdot (+12) =$	

b)

Calcula...		Calcula...	
[1] $-36 : (-9) =$		[11] $-11 \cdot (-9) =$	
[2] $+ (+36) : 6 =$		[12] $+5 \cdot (-2) =$	
[3] $-54 : (-6) =$		[13] $- (-49) : (+7) =$	
[4] $-4 \cdot 5 =$		[14] $- (+5) \cdot 6 =$	
[5] $-30 : (-5) =$		[15] $+ (+9) \cdot 9 =$	
[6] $- (-81) : (+9) =$		[16] $- (-2) \cdot (-5) =$	
[7] $+ (-18) : (-6) =$		[17] $-48 : (-6) =$	
[8] $-2 \cdot (-2) =$		[18] $+6 \cdot (-2) =$	
[9] $-8 \cdot 4 =$		[19] $- (-42) : (+6) =$	
[10] $-2 \cdot (+4) =$		[20] $- (+21) : (-3) =$	

Ejercicio 9. Suma, resta, producto y división

a)

Calcula...		Calcula...	
[1] $-6 \cdot (-8) =$		[11] $- (-7) - 3 =$	
[2] $- (+30) : (-6) =$		[12] $-3 \cdot (-9) =$	
[3] $+4 \cdot (+9) =$		[13] $-4 + (-8) =$	
[4] $+ (-7) \cdot (-3) =$		[14] $+ (-7) + (-8) =$	
[5] $+10 + (-3) =$		[15] $-5 - (-2) =$	
[6] $-7 - (+3) =$		[16] $-11 + (+3) =$	
[7] $+3 + (-3) =$		[17] $+ (+27) : 3 =$	
[8] $+8 + (+7) =$		[18] $- (+11) - (+3) =$	
[9] $-11 \cdot (-10) =$		[19] $- (+11) - (-12) =$	
[10] $+40 : (+10) =$		[20] $+ (-2) \cdot (-7) =$	

b)

Calcula...		Calcula...	
[1] $- (-2) + 8 =$		[11] $-4 \cdot (-11) =$	
[2] $+36 : (+9) =$		[12] $- (-4) + 8 =$	
[3] $+8 + (-4) =$		[13] $-10 \cdot (-5) =$	
[4] $+6 + (-8) =$		[14] $-7 + (+10) =$	
[5] $- (-9) \cdot (-8) =$		[15] $- (-10) \cdot 3 =$	
[6] $+ (-3) - (-12) =$		[16] $+ (-10) - (+5) =$	
[7] $+6 \cdot (-8) =$		[17] $- (-9) \cdot (-2) =$	
[8] $- (-9) \cdot (-10) =$		[18] $- (-7) \cdot (+5) =$	
[9] $9 - 2 =$		[19] $-7 + (+2) =$	
[10] $-7 \cdot (+5) =$		[20] $+ (+3) - 7 =$	

4. Potencias

4.1. ¿A qué hora comemos?

Durante su visita al zoo, Alonso ha anotado cuánto tiempo hace que dieron de comer a algunos animales.

- ☞ Si hace 5 minutos que dieron de comer a los tigres, anotará un 5.
- ☞ ¿Qué número debería apuntar si faltan 5 minutos para que les den de comer?

Curiosamente, ha visto que, combinando los números de diferentes animales, puede formar muchos otros. Por ejemplo, $1-6+12=7$.

Ejercicio 10. Observa los números de estos animales.



a) Anota qué significado le daríamos a cada cantidad.

Indica cuáles habría que elegir para conseguir los siguientes números (ojo, solo hay 2 de cada tipo):

- b) 4 c) +6 d) -19 e) 4 f) -20 g) -34

Para ampliar:

Normalmente no ocurre, pero en el ejercicio anterior, todos los números son potencias de números negativos. Eso nos garantiza que podamos usarlos para escribir todos los números.

- ☞ ¿Sabes por qué? ¿Recuerdas los sistemas de numeración?
- ☞ Pues aquí, realmente ¡se está utilizando un sistema de numeración con base negativa!
- ☞ Eso nos garantiza que podamos escribir cualquier número, siempre que tengamos potencias suficientemente altas.
- ☞ ¿Podrías decir exactamente cuál es el rango de números que pueden escribirse en cada caso, con los números que van apareciendo?

4.2. Propiedades de las potencias

En el siguiente cuadro podemos ver cómo calcular el signo que resulta en una potencia:

base positiva	Signo positivo : +	$(+3)^2 = +3^2 = 9$ $(+3)^7 = +3^7 = 2187$
	base negativa	Exponente... [par ⇒ signo +
[impar ⇒ signo -		$(-3)^7 = -3^7 = -2187$
[y base entre <i>paréntesis</i>		¡Ojo! $-3^2 = -9$

Todas las propiedades de las potencias siguen siendo válidas para números negativos. Así que:

mismas bases	Producto: <i>sumar</i> los exponentes Cociente: <i>restar</i> los exponentes	$\underbrace{(-2)^3}_{-} \cdot \underbrace{(+2)^9}_{+} = -2^3 \cdot 2^9 = -2^{12}$
	Producto: <i>multiplicar</i> las bases Cociente: <i>dividir</i> las bases	$\underbrace{(-20)^9}_{-} : \underbrace{(-5)^9}_{-} = +20^9 : 5^9 = 4^9$
potencia de potencia	Multiplicar los exponentes	$((-2)^5)^9 = (-2)^{45} = -2^{45}$

¿Y las raíces cuadradas? Fijémonos en que...

Al elevar al cuadrado, siempre resulta signo +
 $(+6)^2 = 36$, $(-6)^2 = 36$, $\sqrt{-36}$ ¡no existe! así que...

► ¡¡los números **negativos no tienen raíz cuadrada!**!

► hay dos posibles raíces para los números positivos (con signo + y con signo -)

$\sqrt{36} \rightarrow \begin{cases} +6 \\ -6 \end{cases}$. Para elegirla, solemos indicar el signo: $+\sqrt{36}$ ó $-\sqrt{36}$.

Ejercicio 11. Usa las propiedades y después calcula la potencia:

a) $(-3)^4 =$ b) $(+9)^2 =$ c) $(-2)^3 \cdot (-2)^4 =$ b) $(+6)^3 : (-2)^3 =$ d) $((-10)^3)^2 =$

Ejercicio 12. Usa las propiedades para expresar como **una única potencia** sin paréntesis:

a)

[1] $(-30)^2 \cdot 5^2 =$ <input type="text"/>	[6] $+(2^3)^4 =$ <input type="text"/>
[2] $((+6)^8 \cdot (+6)^2)^{10} =$ <input type="text"/>	[7] $+(+10) \cdot 10^3 \cdot 10^4 =$ <input type="text"/>
[3] $+((-3)^5)^5 \cdot (-3)^3 =$ <input type="text"/>	[8] $-20^5 : (-4)^5 \cdot (+6)^5 =$ <input type="text"/>
[4] $- (+11)^8 \cdot 11^4 =$ <input type="text"/>	[9] $- (+8)^9 : 8 : (+8)^3 =$ <input type="text"/>
[5] $(-24)^8 \cdot 6^8 : (-4)^8 =$ <input type="text"/>	[10] $(-10)^5 \cdot (-4)^5 =$ <input type="text"/>

b)

[1] $-12^6 : (-12) =$ <input type="text"/>	[6] $+30^{13} : (+30)^8 : (+5)^5 =$ <input type="text"/>
[2] $-((+10)^4)^4 \cdot 10^9 =$ <input type="text"/>	[7] $14^4 \cdot (+6)^4 : (-84)^2 =$ <input type="text"/>
[3] $+(-12)^4 : (-3)^4 =$ <input type="text"/>	[8] $((-3)^6)^{10} =$ <input type="text"/>
[4] $((+14)^5 \cdot 14^4)^5 =$ <input type="text"/>	[9] $(-40)^4 : (+5)^4 \cdot 6^4 =$ <input type="text"/>
[5] $+(-10)^3 \cdot 10^5 \cdot 10^4 =$ <input type="text"/>	[10] $- (+12)^6 \cdot (+6)^6 =$ <input type="text"/>

5. Operaciones combinadas

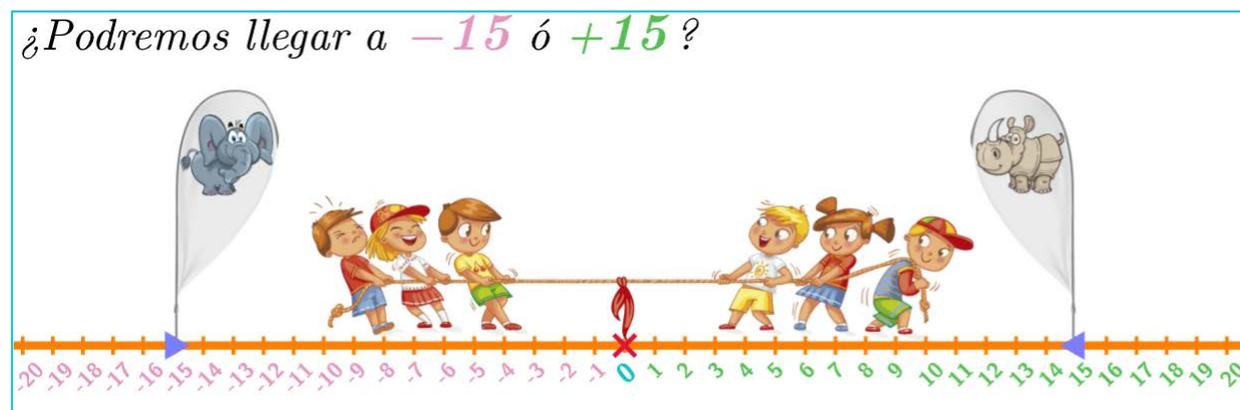
Tira de la cuerda

Durante la visita al zoo, los monitores han organizado juegos para los alumnos. Algunos han aprovechado para incorporar a su diario matemático parte de las matemáticas que observan en esos juegos.

En esta pequeña variación del juego, gana el que consiga llegar exactamente al número que marca su banderola. Por supuesto, puede hacerse a lo largo de varias jugadas. **¿Jugamos?**

Reglas:

- ☞ En cada **jugada**, tiramos **dos dados**. El primero es para el signo: si par “+”, y si es impar “-”. El segundo el valor absoluto. Por ejemplo, obteniendo “3” y “5”, sería el número “-5”.
- ☞ El jugador al que le toca el turno puede elegir si sumar o restar ese número. Como variante, también puede admitirse multiplicar o dividir.
- ☞ El número inicial es el 0, y tras cada jugada se calcula el nuevo número y pasamos el turno.



Ejercicio 13. ¿Te has dado cuenta de que estos movimientos pueden expresarse mediante operaciones combinadas? Escribe los 5 primeros movimientos de tu partida como una operación combinada.

5.1. Ejercicios

Con los siguientes ejercicios vamos a practicar las operaciones combinadas. Recuerda que no siempre se hacen de izquierda a derecha. Hay que seguir la jerarquía de operaciones:

Jerarquía de las Operaciones

- 1) Paréntesis
- 2) Potencias y raíces
- 3) Multiplicaciones y divisiones
- 4) Sumas y restas

Ejercicio 14. Paréntesis, sumas y restas con tres números enteros. Resuelve:

a)

	Respuestas
[1] $-4 + (-2) + 8 = \dots$	<input type="text"/>
[2] $+(-5) - (7 - 3) = \dots$	<input type="text"/>
[3] $2 + (-3 + (+10)) = \dots$	<input type="text"/>
[4] $-3 - (-10) - 7 = \dots$	<input type="text"/>
[5] $6 - 2 + 10 = \dots$	<input type="text"/>
[6] $- (+9) + 10 - (-11) = \dots$	<input type="text"/>
[7] $4 - (-7 - (-12)) = \dots$	<input type="text"/>
[8] $9 - (+2 - (+3)) = \dots$	<input type="text"/>
[9] $+(-4) + (+11) - (-7) = \dots$	<input type="text"/>
[10] $+(-11) - (+5 - (+5)) = \dots$	<input type="text"/>

b)

	Respuestas
[1] $-7 - (-12) + (-5) = \dots$	<input type="text"/>
[2] $(+3 + (-3)) \cdot (-3) = \dots$	<input type="text"/>
[3] $6 - (-10 + (+9)) = \dots$	<input type="text"/>
[4] $+(-10) - (-7) + (-10) = \dots$	<input type="text"/>
[5] $-6 + 2 - (-3) = \dots$	<input type="text"/>
[6] $+8 - (-10 - (-7)) = \dots$	<input type="text"/>
[7] $+(-5) - (-8) - (-2) = \dots$	<input type="text"/>
[8] $3 + (-8) + 2 = \dots$	<input type="text"/>
[9] $10 + (+11 - 11) = \dots$	<input type="text"/>
[10] $3 - 12 + 6 = \dots$	<input type="text"/>

Ejercicio 15. Paréntesis, sumas y restas con cuatro números enteros. Resuelve:

a)

	Respuestas
[1] $10 + (-9) + (-3) + 7 = \dots$	<input type="text"/>
[2] $+ (+9) - (-5 - (-12)) + 4 = \dots$	<input type="text"/>
[3] $+ (+4) - (-5 + (+7)) + 4 = \dots$	<input type="text"/>
[4] $-11 + (+4) - 2 - 3 = \dots$	<input type="text"/>
[5] $+ (+4) - (-11 - (+4)) - 2 = \dots$	<input type="text"/>
[6] $10 + 6 + 3 + 2 = \dots$	<input type="text"/>
[7] $-8 - 5 + (-10) - (-3) = \dots$	<input type="text"/>
[8] $-9 + 2 + (-8) + 9 = \dots$	<input type="text"/>
[9] $3 - (-11 + 6) + 7 = \dots$	<input type="text"/>
[10] $-10 + 3 - 10 - 6 = \dots$	<input type="text"/>

b)

	Respuestas
[1] $4 - (11 + (-10)) - 7 = \dots$	<input type="text"/>
[2] $+3 + (-11 + (-4)) - 12 = \dots$	<input type="text"/>
[3] $-5 - 9 + (-2) + 11 = \dots$	<input type="text"/>
[4] $-11 + 5 + 12 + 5 = \dots$	<input type="text"/>
[5] $9 - (-5 - (-10)) - (-6) = \dots$	<input type="text"/>
[6] $4 - (8 + (+7)) + 11 = \dots$	<input type="text"/>
[7] $-8 + (-9) - 11 - (-3) = \dots$	<input type="text"/>
[8] $+4 - (-10) + (-4) - 5 = \dots$	<input type="text"/>
[9] $+ (+8) + (-2 + (-11)) + 4 = \dots$	<input type="text"/>
[10] $-7 - (-10) + (-10) + 2 = \dots$	<input type="text"/>

Ejercicio 16. Operaciones combinadas con 3 números enteros. Resuelve:

a)

	Respuestas
[1] $10 - (-8 + 11) = \dots$	<input type="text"/>
[2] $-8 - (+4) - (-11) = \dots$	<input type="text"/>
[3] $2 \cdot (-6 + (-8)) = \dots$	<input type="text"/>
[4] $-35 : (-7) - (-7) = \dots$	<input type="text"/>
[5] $+11 - 5 \cdot (-12) = \dots$	<input type="text"/>
[6] $-2 \cdot (-9) + (+7) = \dots$	<input type="text"/>
[7] $-8 + (+ (+6) - 12) = \dots$	<input type="text"/>
[8] $(-8 - (-9)) \cdot (-6) = \dots$	<input type="text"/>
[9] $-9 - (-12) - (-11) = \dots$	<input type="text"/>
[10] $10 + (-2) - (-4) = \dots$	<input type="text"/>

b)

	Respuestas
[1] $-12 : (-4) - 11 = \dots$	<input type="text"/>
[2] $-11 - (-5) - (-8) = \dots$	<input type="text"/>
[3] $+ (+7) + (- (-5) + 7) = \dots$	<input type="text"/>
[4] $+ (+7) \cdot (+ (-11) + (-6)) = \dots$	<input type="text"/>
[5] $-3 + 6 - (-7) = \dots$	<input type="text"/>
[6] $-11 - (+7) + (-4) = \dots$	<input type="text"/>
[7] $5 - 10 - (-9) = \dots$	<input type="text"/>
[8] $(-2 - 3) \cdot (+3) = \dots$	<input type="text"/>
[9] $7 - 4 - (-11) = \dots$	<input type="text"/>
[10] $+ (-2) + (-8 - (-2)) = \dots$	<input type="text"/>

Ejercicio 17. Operaciones combinadas con 4 números enteros. Resuelve:

a)

	Respuestas
[1] $+5 - 8 - (-8) + (-6) = \dots$	<input type="text"/>
[2] $-10 - 7 - 7 + 5 = \dots$	<input type="text"/>
[3] $-6 + (-10 - 5) + 11 = \dots$	<input type="text"/>
[4] $-5 + 9 + 12 + (+9) = \dots$	<input type="text"/>
[5] $6 + 3 + 6 - (-5) = \dots$	<input type="text"/>
[6] $11 + 9 - (-8) + 8 = \dots$	<input type="text"/>
[7] $27 : 3 \cdot (-11) - 4 = \dots$	<input type="text"/>
[8] $2 + 12 - 3 - 7 = \dots$	<input type="text"/>
[9] $(-5 + 10) \cdot 2 - (-5) = \dots$	<input type="text"/>
[10] $7 \cdot (-12) + (-2) - (+4) = \dots$	<input type="text"/>

b)

	Respuestas
[1] $-3 \cdot 6 - 3 - 5 = \dots$	<input type="text"/>
[2] $+ (+4) : (9 - 7) + (-12) = \dots$	<input type="text"/>
[3] $-2 + (+5) - 2 + 3 = \dots$	<input type="text"/>
[4] $-6 - (11 + 9) - 7 = \dots$	<input type="text"/>
[5] $-2 - (+11) - 7 - (-9) = \dots$	<input type="text"/>
[6] $+7 + (+6) + (-5) - 10 = \dots$	<input type="text"/>
[7] $+24 : 12 - 10 + 10 = \dots$	<input type="text"/>
[8] $10 - (-6) + (-2) - 9 = \dots$	<input type="text"/>
[9] $-3 \cdot 7 - 9 - 4 = \dots$	<input type="text"/>
[10] $8 + (- (+7) - (+6)) + 4 = \dots$	<input type="text"/>

En los siguientes ejercicios también se necesita calcular potencias y raíces. Recuerda seguir el orden de operaciones. Se incluye la solución

Ejercicio 18. Resuelve, siguiendo la jerarquía de operaciones.

a) $(-2 + 3) - (5 - (-4)) + 2 - 4 =$

b) $(-3) \cdot (+5) - (-12) : (+3) + 15 + 2^0 =$

c) $2^{15} : 2^{13} + (-3) \cdot (-4) - 4 + (-6) =$

d) $-(-3 - 2) + 5 \cdot (-2) + \sqrt{8^2 + (-6)^2} =$

e) $4^1 - (-2 + 4 - 5) + (-2 - 5 + 3) - 3 - 9 + 1 =$

f) $-(2 + 3 - 4 - 2) + (-5 - 3 + 6) - (1 - 4) =$

g) $(4 - 6)^2 - 3 \cdot (-1 + 6) - 3 =$

h) $4 - \sqrt{(-7) \cdot (-4) - 3} + 5^0 =$

i) $(-3) \cdot (+2) \cdot (-5) - 4^{10} : 4^9 =$

j) $3 \cdot (-2 - (+3) \cdot (-2)) - 2 =$

k) $4 + \sqrt{-3^0 - 10 \cdot (-5)} - 7 - 1 + 5 =$

l) $(-2) \cdot (-4) - (-3 - 4 + 2) + (-6) : (-3) =$

Soluciones:

[a] -10

[b] 5

[c] 6

[d] 5

[e] -8

[f] 2

[g] -14

[h] 0

[i] 26

[j] 10

[k] 8

[l] 15.

Ejercicio 19. Resuelve, siguiendo la jerarquía de operaciones.

a) $(4 - 6 + 2) - (-6 - (+2)) + 5 - 1 =$

b) $(-3) \cdot (+2) - (+20) : (-4) + 7^1 + 2 =$

c) $5^{12} : 5^{10} - (-4) \cdot (+2) - 2^3 + (-1) =$

d) $3 - 5 \cdot (-2) + \sqrt{200 - 2^2} - 10 - 5 + 4 =$

e) $6 + (2 - 3 - 4 + 1) - (-3 + 1) + 4 - 5 + 3 =$

f) $-(6 - 2 + 3 - 1) - (-5 + 2 - 1) + (-3 - 2) =$

g) $(5 - 8)^2 + 2 \cdot (-3 - 2) + 6 =$

h) $(-6) : (-2) - \sqrt{-3^2 + 26 \cdot 5} - 3 + 4 =$

i) $(-3)^2 + (-2) \cdot (-3) + 4 - 6 - 1 =$

j) $5 - 2 \cdot (-10 - (+5) \cdot (-3)) - 2 + 6 =$

k) $1 + 2 \cdot \sqrt{8 \cdot 5 + 3^2} - 5 - 2 + 6 - 2 \cdot 3 =$

l) $(-10) : (+2) + (+5 - 3 + 2) + 6 - 5 - 3 =$

Soluciones:

[a] 12

[b] 8

[c] 24

[d] 16

[e] 6

[f] -7

[g] 5

[h] -7

[i] 12

[j] -1

[k] 8

[l] -3.

6. Problemas

Las cuestiones relacionadas con números enteros aparecen en muchas de situaciones de nuestra vida cotidiana. Aquí tenemos algunos ejemplos para practicar.

Podemos comprobar las [soluciones](#) al final de los enunciados.

- El tablero.** En un juego de mesa, cada carta que sacamos nos hace avanzar o retroceder.
 - Juan comenzó en la casilla número 5. En el primer turno avanzó 4 casillas, pero en el segundo retrocedió 7. ¿En qué casilla está su ficha?
 - Ana estaba en la casilla 14. Primero retrocedió 6 espacios y luego 4. ¿Dónde acabó?
- Noche de invierno.** Una medianoche de invierno, la temperatura era de 2°C , pero llegó a bajar 8°C . ¿Qué temperatura se alcanzó?
- Sale el sol.** En un pueblo estaban a -3°C en una noche de invierno, pero cuando salió el sol, la temperatura subió 10°C . ¿A qué temperatura tenían entonces?
- La mariposa y el pez.** Una mariposa está volando a unos 3 metros sobre el suelo, y un pez que nada a 1 metro bajo el agua quiere atraparla. ¿Cuánto tendrá que ascender para atraparla?
- El martín pescador.** Un martín pescador está posado en un árbol a 3 metros sobre la superficie de un lago. Quiere atrapar un pez que nada a 2 metros de profundidad. ¿Cuánto debe descender?
- La avioneta.** Por cada kilómetro que ascendemos sobre la superficie terrestre, la temperatura desciende 7°C . Si en la superficie estamos a 18°C y ascendemos 3km en una avioneta, ¿qué temperatura hará en el exterior?
- El desierto.** En un desierto, la temperatura durante el día eran 38°C . Por la noche cayó hasta 3°C bajo cero. ¿Qué número entero representa este cambio en la temperatura?
- De compras.** María va a ir a la tienda a comprar ropa. Compró 5 pijamas y devolvió 3 corbatas, 2 chalecos y 1 colgante. Calcula, utilizando números enteros:
 - ¿Cuánto se gastó?
 - Si tenía 10€, ¿cuánto fue la vuelta?
- El termómetro.** En 3 horas, la temperatura ha bajado 12°C . ¿Qué número entero representa el cambio de temperatura por cada hora?
- El laboratorio.** María está haciendo un experimento de criogenia (ciencia que estudia las temperaturas muy bajas) con bacterias. Para ello, enfría un cultivo a -42°C y otro a -71°C . ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre el primer cultivo y el segundo?
- El submarino.** Un submarino estaba sumergido a 225m. Comenzó a ascender a un ritmo de 6 metros por minuto. ¿A qué profundidad se encontraba tras 25 minutos?
- El ascensor.** El ascensor de un edificio se encontraba en la segunda planta del garaje. Entonces lo llamaron al 5º piso. ¿Qué número entero representa el número de plantas que se desplazó?

OFERTAS	€
pulsera	3
chaleco	13
bufanda	9
camiseta	13
pijama	15
colgante	10
corbata	10
vestido	23

13. Montando guardia. Un soldado ha efectuado los siguientes movimientos:

6 metros a la izquierda, 7 a la derecha, 6 a la derecha, 4 a la izquierda.

¿En dónde ha terminado? Representa los cálculos con números enteros.

14. En el comercio. Juan va al comercio con 50€ para gastar. Sabiendo que compró 3 pulseras y 6 gorras, y devolvió 3 corbatas, calcula el precio de la compra y cuánto dinero le sobra.

15. Cleopatra. La última reina del Antiguo Egipto, Cleopatra, murió en el año 30A.C. y vivió 39 años. ¿En qué año nació? Representalo con un número entero.

16. Pitágoras. El gran matemático griego Pitágoras nació en el año 569A.C. y vivió 94 años. ¿En qué año murió? Representalo con un número entero.

17. En el supermercado. María va a ir al supermercado a comprar. Quiere comprar una pulsera y 2 pijamas. Además, va a devolver una media y una bufanda. Calcula el precio de la compra, y cuánto le sobra si paga con 25€.

18. Contabilidad doméstica. Pedro está haciendo una pequeña contabilidad para controlar sus gastos. Sus apuntes se recogen en esta tabla. ¿Con qué número entero representaríamos su balance final?

Nº Apunte

- 1 Debo 50€ al banco
- 2 Compro 2 camisetas, que cuestan 15€ cada una
- 3 Ha llegado un recibo, de 10€
- 4 He encontrado 2 billetes de 5€

OFERTAS	€
corbata	9
falda	20
media	5
camiseta	14
vaquero	25
colgante	10
gorra	9
pulsera	3

OFERTAS	€
bufanda	8
pulsera	5
corbata	9
vestido	21
pijama	14
colgante	6
camisa	20
media	7

19. El examen. La última parte de un examen son preguntas tipo test. Cada acierto vale 2 puntos, pero cada fallo penaliza 5. Javier tiene 3 aciertos y 4 fallos. ¿Cuál es su puntuación en el test?

20. Comprando ropa. Javier tiene 15€ para comprar ropa. Quiere llevarse 3 corbatas y una mochila. Además, va a devolver dos vestidos. Calcula cuánto debe pagar y cuánto le sobra.



OFERTAS	€
chaleco	11
vestido	21
camiseta	13
mochila	16
corbata	9
vaquero	26
pulsera	2
diadema	1

6.1. Soluciones a los problemas

- | | | |
|---------------------------------|---|--------------------------------------|
| 1. Juan en la 2 y Ana en la 4. | 8. Se gastó 9€. La vuelta fue 1€. | 14. La compra son 36€, le sobran 14€ |
| 2. Se llegó a -6°C. | 9. Se representa con -4°C. | 15. Nació en el año 69 A.C. (-69). |
| 3. Estaban a 7°C. | 10. La diferencia es -21°C. | 16. Fue en el año 475A.C. (-475). |
| 4. Tiene que ascender 4m. | 11. A 75m de profundidad. | 17. El precio son 18€. Le sobran 7€. |
| 5. Tiene que descender 5m (-5). | 12. Son +7 (plantas) | 18. Tiene -80 (euros). |
| 6. Se estará a -3°C. | 13. Ha terminado a 3 metros a la derecha (+3 metros). | 19. Tiene -14 puntos. |
| 7. El número -41°C. | | 20. Debe pagar 1€. Le sobran 14€. |

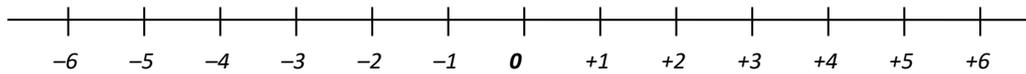
Resumen.

Números Enteros

Los **números enteros** son una ampliación de los naturales (0, 1, 2, 3...), donde se les agrega un signo positivo "+" o negativo "-". Su símbolo matemático es \mathbb{Z} .

Opuesto de un número: es cambiarle el signo. Ejemplo: el opuesto de +3 es -3.

Representación en la **recta numérica**:



Orden: Usamos los símbolos $<$ y $>$. Un número es mayor que otro si está más a la derecha en la recta numérica. Diremos que $3 < 5$ y que $-3 > -5$.

Operaciones: Usamos el **valor absoluto** (número sin signo)

Suma y resta

► **Mismo signo:** dejamos el signo y sumamos los valores absolutos

$$+2 + 2 = +4 \quad , \quad -6 - 4 = -10 \quad , \quad -9 - 5 - 5 = -19$$

► **Distinto signo:** restamos los valores absolutos y ponemos el signo del mayor

$$+8 - 9 = -1 \quad , \quad -7 + 1 = -6$$

► **Varios números:** positivos por una parte y negativos por otra

$$-7 - 2 - 5 + 6 = +6 - 14 = -8$$

Multiplicación, división y paréntesis

► **Mismo signo:** + , **Distinto signo:** -
 $-1 \cdot (-2) = +2 \quad , \quad -5 \cdot (+7) = -35$

► **Quitar paréntesis:** (signo delante de un paréntesis)

"-" cambia el signo de cada **sumando**; "+" se deja como están

$$+(-8 - 3 \cdot 8 + 7) = -8 - 3 \cdot 8 + 7$$

$$-(-9 + 3 \cdot 2 + 5) = +9 - 3 \cdot 2 - 5$$

+	·	+	⇒	+
+	·	-	⇒	-
-	·	+	⇒	-
-	·	-	⇒	+

Potencias:

base positiva

Signo **positivo:** + $(+2)^6 = +2^6 = 64$
 $(+2)^9 = +2^9 = 512$

base negativa

Exponente... $\left[\begin{array}{ll} \text{par} \Rightarrow \text{signo } + & (-2)^6 = +2^6 = 64 \\ \text{impar} \Rightarrow \text{signo } - & (-2)^9 = -2^9 = -512 \\ \text{y base entre paréntesis} & \text{¡Ojo! } -2^6 = -64 \end{array} \right.$

Raíz cuadrada: No hay raíces cuadradas de números negativos.

Por ejemplo, $\sqrt{9} = 3$, porque $3^2 = 9$, pero $\sqrt{-9}$ no existe (pensar que $(-3)^2=9$).

