

Retos cotidianos con... Proporcionalidad y Porcentajes

Retos cotidianos



A lo largo de nuestro día a día podemos encontrarnos con muchas situaciones donde necesitamos resolver pequeños cálculos. Por ejemplo:

-  **Viajando.** Cuánto falta para llegar o qué distancia recorreremos en cierto tiempo.
-  **De compras.**Cuál será el precio cuando nos hacen un descuento.
-  **Cocinando:** cuánto se necesita de cada ingrediente si cambiamos alguna cantidad en una receta.

Aquí te ofrecemos un completo menú matemático con el que aprender a resolver todas estas situaciones y muchas más.

¡Buen provecho!

Contenido

Retos cotidianos	1
1. ¿Qué aprenderemos en esta unidad?	3
2. Entrantes. Conceptos.....	4
2.1. De camino a las rebajas.....	4
2.2. ¿Con el doble de azúcar estará el doble de bueno?	4
2.3. Razón y proporción. ¿Por qué queda igual, si lleva cantidades diferentes?	6
2.4. Proporcionalidad directa.....	8
2.5. Proporcionalidad inversa	9
2.6. Propiedades de las proporciones	10
3. Primer plato. Proporcionalidad	11
3.1. Proporcionalidad. La cuenta “la vieja” y la regla de tres	11
3.2. Regla de tres inversa.	12
3.3. Reparto proporcional. ¿Cuánto es para cada uno?	13
3.4. Reducción a la unidad. ¿Cuánto cuesta si compro 2, 3, 4, 5...?	15
3.5. Reducción a la unidad inversa. ¿Cuántos habrá en cada grupo?.....	16
4. Segundo plato. Porcentajes	17
¿80 por ciento? ¡Pero si somos 25!.....	17
4.1. Aumentos y disminuciones porcentuales.....	18
4.2. Extra de aumentos y disminuciones porcentuales	19
5. De postre. Problemas	20
5.1. Soluciones a los problemas	21
6. Problemas de Evaluaciones de Diagnóstico	22
Resumen. Proporcionalidad y Porcentajes	26

1. ¿Qué aprenderemos en esta unidad?

A lo largo de la unidad, aprenderemos a:

- 🔊 [Tipos de relaciones](#) entre magnitudes: proporcional, **directa** e **inversa**.
- 🔊 Escribir una [razón](#) como fracción, decimal y porcentaje.
- 🔊 Comprobar si dos razones forman [proporción](#).
- 🔊 [Propiedades](#) de las proporciones.
- 🔊 Calcular el [cuarto proporcional](#).
- 🔊 Resolver problemas: mediante [regla de tres](#) y mediante [reducción a la unidad](#).
- 🔊 Hacer [repartos proporcionales](#).
- 🔊 [Porcentajes](#): de un número, aumentos y descuentos, escribir como porcentaje y averiguar el total a partir de un porcentaje.

Iremos viendo todos los contenidos mediante su conexión con diferentes cálculos que necesitamos resolver en situaciones cotidianas. Además, se irán proponiendo cuestiones para reflexionar sobre las matemáticas que contienen.

La información está organizada en varios apartados, que constarán de contenido teórico, ejercicios de repaso, y problemas ambientados en situaciones cotidianas.

Por último, también hay una [sección de problemas con enunciado](#), que plantean situaciones con diversos usos cotidianos de las proporciones y los porcentajes y una pequeña colección de problemas que han aparecido en [evaluaciones de diagnóstico](#) y en las pruebas PISA (Programme for International Student Assessment).

Las últimas páginas son un [resumen](#) de los conceptos trabajados a lo largo de la unidad.



2. Entrantes. Conceptos

2.1. De camino a las rebajas

Hoy, hemos decidido acercarnos a la ciudad a comprar algunas cosas en las rebajas. Sin pretenderlo, nos encontraremos matemáticas desde el primer momento...

1. Llevamos mucho rato viajando y estamos aburridos ¿cuánto queda?

- 🔊 Circulando a 120km/h: para saber cuántos minutos quedan dividimos la distancia a la mitad.
- 🔊 Si vamos a 100km/h, tardamos un poco más, pero ¿cuánto más?: lo que resulte de "quitar" la última cifra a la distancia (dividir entre 10, moviendo la coma a la izquierda)

Por ejemplo, si estamos a 60km de Badajoz, circulando a 120km/h llegaremos en 30 minutos, y si circulamos a 100km/h tardaremos 6 minutos más (36 minutos).



2. Podemos calcular una **rebaja** del 10% "quitando" la última cifra al precio.

- 🔊 Si es otro porcentaje, como el 20% o el 30%, calculamos el doble, triple, etc. de ese 10%.

Por ejemplo, si un pantalón vale 80€ y nos descuentan el 10%, el ahorro es 8€. Si nos descuentan el 5%, será de 4€, y si nos descuentan el 20%, de 16€.

2.2. ¿Con el doble de azúcar estará el doble de bueno?

En la cocina, si queremos hacer el doble de pasteles utilizaremos el doble de harina. Por otra parte, cuando nos desplazamos, si vamos el doble de rápido, tardaremos la mitad de tiempo en llegar.

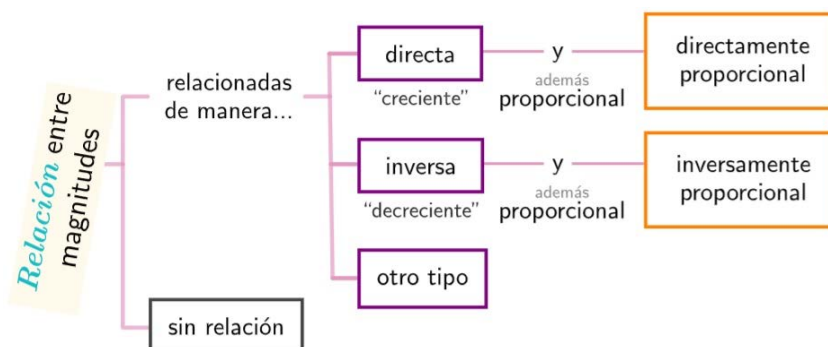
Esto es porque esas magnitudes son "proporcionales". Pero, ¿pasará así con todo?

A Marcos, que es muy goloso, le gusta cocinar dulces que lleven mucha azúcar, y se pregunta:

*"Si pongo el doble de azúcar de la que indica en la receta, ¿estará el doble de bueno?
¿y si pongo el triple de azúcar?"*

¿Qué opinas? ¿Habrá situaciones donde las magnitudes que estén relacionadas no sean proporcionales?

En el siguiente cuadro podemos ver las diferentes posibilidades:



- 🔊 La relación es **directa** (creciente) si, al aumentar una, la otra también lo hace, y viceversa. Además, es **proporcional** si es en la misma medida (el doble de una se corresponde con el doble de la otra, etc.)
- 🔊 La relación es **inversa** (decreciente) si, al aumentar una, la otra disminuye, y viceversa. Además, es **proporcional** si es en la misma medida (el doble de una se corresponde con la mitad de la otra, etc.)

Por ejemplo, al **viajar**:

- ☞ Cuanto más rápido vayamos, más km recorreremos. De hecho, si vamos al doble de velocidad, recorreremos el doble de km. Por eso, la relación entre “velocidad” y “km recorridos” es **directamente proporcional**.
- ☞ Pero también, cuanto más rápido vayamos, menos tardaremos en llegar, y si fuésemos al doble de velocidad, tardaríamos la mitad de tiempo. Por eso, la relación entre “velocidad” y “tiempo en llegar” es **inversamente proporcional**.

Ejercicio 1. Indica, razonando, cuál es la relación entre estas magnitudes:

- a) Golosinas compradas y dinero que hay que pagar.
- b) Litros de agua que un grifo arroja por minuto, y tiempo que tardamos en llenar la bañera.
- c) Tiempo durmiendo por la noche y sueño que tenemos a la mañana siguiente.
- d) En una obra, número de albañiles trabajando y precio total de la obra.
- e) Edad de una persona y su altura.
- f) Tiempo que dedicamos a estudiar una asignatura y calificación obtenida en el examen.
- g) Hora del día y temperatura que hace.
- h) Día del mes y precipitaciones caídas.

Nuestro turno

Vamos a redactar en nuestro cuaderno un pequeño informe analizando 8 situaciones: una de cada tipo del cuadro anterior (podemos tomarlas de los ejemplos propuestos, o de los que aparecen en la versión online), y ejemplos propios de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa.

En nuestro análisis, debe aparecer la siguiente información:

- ☞ Número de ficha y descripción de la situación.
- ☞ Analista (nuestro nombre).
- ☞ Magnitudes que intervienen y tipo de relación entre ambas.
- ☞ Justificación de por qué es esa la relación.

Para guardar la información, podemos utilizar una herramienta online, como penzu, crear nuestro propio modelo de ficha, o utilizar el siguiente modelo:

Análisis Matemático de Situaciones.		Ficha nº 1
Situación/actividad: Cocinando gofres sin gluten		Fecha: lunes, (día) de (mes) de (año)
Investigador/a: Emilia Mª Fernández Rodríguez		
Lugar: Cocina de casa		
Magnitud 1: Cucharadas de harina sin gluten Magnitud 2: Gofres que se obtienen		
Tipo de relación entre ambas: Están relacionadas de manera directamente proporcional.		
Justificación de la relación: - Directa, porque cuanto más harina utilizemos, más gofres obtendremos. - Proporcional, porque con el doble de harina tendremos el doble de gofres, con el triple de harina, el triple de gofres, etc.		
Observaciones: La proporción es "4 cucharadas" por cada "6 gofres".		

Análisis Matemático de Situaciones.		Ficha nº _____
Situación:	Fecha: _____ de _____ de _____	
Investigador/a:		
Lugar:		
Magnitud 1: Magnitud 2:		
Tipo de relación entre ambas:	Imagen:	
Justificación:		
Observaciones:		

2.3. Razón y proporción. ¿Por qué queda igual, si lleva cantidades diferentes?

Cuando estamos siguiendo una receta con ingredientes para 4 personas, ¿qué ocurre si quiero hacerla para 8? Parece evidente pensar que, como hay el doble de personas, debemos usar el doble de cada ingrediente. Esto es porque la cantidad de cada ingrediente es directamente proporcional al número de personas. Pero, al tener diferentes cantidades ¿qué nos asegura que el resultado quedará igual?

Pues es sencillo: **lo importante** no es la cantidad de cada ingrediente, sino que se mantengan las **proporciones** entre ellos.

En el siguiente cuadro tenemos el vocabulario básico utilizado en proporcionalidad:

Proporciones. Conceptos básicos.

Razón de dos magnitudes: es su cociente. Por ejemplo, $\frac{43 \text{ km}}{50 \text{ h}}$. (*) Podemos usar decimales

- Además, 43 km se denomina **antecedente**, y 50 h , **consecuente**.

Porcentaje: cuando el consecuente es 100. Por ejemplo, $\frac{150}{100}$. Podemos escribir 150%.

Proporción: Es la igualdad entre dos razones. Por ejemplo, $\frac{43 \text{ km}}{50 \text{ h}} = \frac{172 \text{ km}}{200 \text{ h}}$.

- 43 y 200 se llaman **extremos**
- 50 y 172 se llaman **medios**.
- El número que resulta al dividir se denomina **constante de proporcionalidad**.
En este caso, la constante es **0.86**.

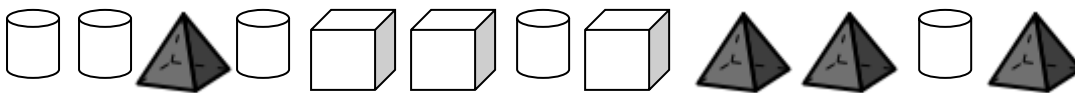
► Según la situación, se expresa como...

Fracción: $\frac{43}{50} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{86}{100}$
den. $\rightsquigarrow 100$

Número: 0.86
 $\downarrow \times 100$
Porcentaje: 86%



Ejercicio 2. Calcula las siguientes razones (con una frase y con una fracción simplificada):



- a) Pirámides respecto el total de figuras
- b) Cilindros respecto el total de figuras
- c) Cubos respecto pirámides
- d) Pirámides respecto cilindros
- e) Cilindros respecto cubos
- f) Cubos respecto el total de figuras

Ejercicio 3. Calcula las siguientes razones (con una frase y con una fracción simplificada):



- a) Perritos respecto el total de figuras
- b) Gatitos y el total de animalitos
- c) Oseznos respecto gatitos
- d) Perritos y gatitos.
- e) Oseznos y perritos.
- f) Oseznos y el total de animalitos.

Ejercicio 4. ¿Forman proporción?

- a) Lotes de... “6 gomas grandes y 3 gomas pequeñas” y “12 gomas grandes y 6 gomas pequeñas”
- b) “8 kg en 6 minutos” y “4 kg in 3 minutos”
- c) “12 empleados cada 18 meses” y “2 empleados cada 5 meses”
- d) Lotes de ... “3 cuadernos grandes y 4 medianos” y “15 cuadernos grandes y 20 medianos”

Ejercicio 5. ¿Forman proporción?

- a) “4 niños por cada 9 adultos” y “8 niños por cada 18 adultos”
- b) “14 pisos por cada 6 casas” y “7 pisos por cada 4 casas”
- c) “3 alumnos de primaria por cada 15 de infantil” y “4 alumnos de primaria por cada 11 de infantil”
- d) “14 paquetes cada 20 minutos” y “21 paquetes cada 30 minutos”
- e) “30€ para 5 personas” y “110€ para 20 personas”

Ejercicio 6. Escribe las siguientes razones como *fracción*, *porcentaje* y como número *decimal*:

- a) En la banda del pueblo hay 3 trombones, y en total son 75 instrumentos.
- b) Una compañía ha anunciado que ha conseguido un 4% de beneficio este año.
- c) En el bar de Paco, con el menú infantil, el 45% de los clientes piden refresco sabor naranja.
- d) En los partidos, Álvaro suele acertar un 60% de sus tiros a puerta.
- e) En clase de Alicia, 3 de los 25 alumnos tienen los ojos azules.
- f) En el examen de inglés, María respondió correctamente $\frac{17}{20}$ preguntas.
- g) Ayer, en el restaurante de los padres de José Luis, 41/50 llamadas fueron para reservar mesa.
- h) Una encuesta del instituto dice que el 80% de los alumnos acuden andando.
- i) La población de China representa un 0.207 de la población mundial.
- j) El 60% de la clase dice que su deporte favorito es el fútbol.
- k) El ordenador dice que he bajado 0.58 de un archivo.
- l) En las pasadas elecciones, la participación fue de un 30%.

2.4. Proporcionalidad directa

Pensemos en algunas situaciones tan habituales como las siguientes:

- ☞ La receta que está siguiendo Juan es para 4 personas, y se usan 160ml de leche pero él quiere cocinar para 6 personas!
- ☞ Ana ha caminado 3km en media hora. Si sigue a ese ritmo, ¿cuánto más recorrerá en los 20 minutos que seguirá andando?
- ☞ A Elena le han descontado 3€ en una compra de 90€. ¿Cuánto le correspondería a una compra de 30€?

En todas estas cuestiones, conocemos tres números, y necesitamos calcular el cuarto término para que formen proporción.

Para encontrar el **cuarto proporcional**, podemos usar estas estrategias:

① **Multiplicar / dividir**

Columnas

4	24
3	x

$\times 6$

$x = 3 \times 6 = 18$

Filas

5.5	4.5
55	x

$\times 10$

$x = 4.5 \times 10 = 45$

② **Regla de tres**

16	10
32	x

$\rightsquigarrow \frac{16}{32} = \frac{10}{x}, 16x = 32 \cdot 10, x = \frac{320}{16} \cdot x = 20$



Ejercicio 7. Rellena las siguientes tablas, sabiendo que las magnitudes son directamente proporcionales:

a)

Magnitud 1	3	30	6			2.4
Magnitud 2		15		21	30	1.2

b)

Magnitud 1			7	8	0.3	0.7
Magnitud 2	48	36		32		2.8

c)

Magnitud 1		5	10			15
Magnitud 2	20	2		0.2	18	6

2.5. Proporcionalidad inversa

Hay situaciones muy comunes en las que aparece la proporcionalidad inversa. Por ejemplo:

- ☞ Para comprar un regalo a Alonso entre 10 amigos, han puesto 6€ cada uno.
¿Cuánto tendrían que haber puesto de ser 12 amigos?
- ☞ María suele tardar 15 minutos en llegar en bici a casa de sus primos, pedaleando a 20km/h.
Hoy está yendo más despacio, a 15km/h. ¿Cuánto tiempo tardará?

Para calcular el término desconocido en una proporción inversa, podemos usar estas estrategias:

① **Multiplicar/ dividir**

Mag.1	5	25
Mag.2	10	x

$\times 5$ (de 5 a 25)
 $: 5$ (de 10 a x)

$\rightsquigarrow x = 10 : 5 = \boxed{2}$

② **Productos iguales**

Mag.1	6	60
Mag.2	35	x

$\updownarrow$ (6 a 35)
 $\updownarrow$ (60 a x)
 $= 210$

$\rightsquigarrow 60x = 210, x = \frac{210}{60} = \boxed{3.5}$

③ **Regla de tres**

Mag. 1	Mag. 2
25	1.2
2	x

$\rightsquigarrow \frac{25}{2} = \frac{x}{1.2}, 2x = 25 \cdot 1.2, x = \frac{30}{2} = \boxed{15}$

¡A uno le damos la vuelta!

Mag.1	25	2
Mag.2	1.2	x

$\rightsquigarrow \frac{25}{2} = \frac{x}{1.2}, 2x = 25 \cdot 1.2, x = \frac{30}{2} = \boxed{15}$



Ejercicio 8. Rellena las siguientes tablas, sabiendo que las magnitudes son **inversamente** proporcionales:

a)

Magnitud 1	16	80		20	32	160
Magnitud 2			4	8	5	

b)

Magnitud 1	4		10	16	20	
Magnitud 2	200	32			40	160

c)

Magnitud 1	5	2	16			10
Magnitud 2		320	40	640	160	

2.6. Propiedades de las proporciones

Siempre que tengamos una proporción, podemos obtener otras nuevas intercambiando los medios o los extremos. Veamos cómo:

Proporción es la igualdad entre razones.

Debe resultar lo mismo al *multiplicar en cruz*.

“El producto de los medios es igual al producto de los extremos”.

Por ejemplo:

Intercambiando...

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

$$\underbrace{4 \cdot 3}_{\text{se pueden intercambiar}} = \underbrace{2 \cdot 6}_{\text{se pueden intercambiar}}$$

los medios
los extremos
medios y extremos

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{4}{2} = \frac{6}{3}$$

Ejercicio 9. Rodea las nuevas proporciones que se obtienen de...

a)

$$\frac{16}{8} = \frac{4}{2}$$



c)

$$\frac{5}{20} = \frac{1,5}{6}$$



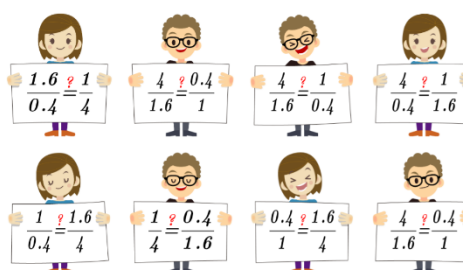
b)

$$\frac{3}{8} = \frac{15}{40}$$



d)

$$\frac{4}{1} = \frac{1,6}{0,4}$$



3. Primer plato. Proporcionalidad

3.1. Proporcionalidad. La cuenta “la vieja” y la regla de tres

¿Has oído alguna vez la expresión “hacer la cuenta de la vieja”?

Parece ser que se refiere a María Josefa de Borbón, hermana de Carlos IV, quien conseguía hacer los cálculos que aparecían en los informes del reino de forma rápida y acertada.

¿Habrá alguna “cuenta de la vieja” con la que resolver nuestros cálculos sin riesgo a equivocarnos? Podemos plantear los cálculos usando la “regla de tres”.

Por ejemplo:

En una fábrica tardan alrededor de **45 horas** en producir **25 motocicletas**.
¿Cuántas **horas** tardan en fabricarse **15** motocicletas?

Planteamiento / resolución

La relación es **DIRECTA**, porque
cuantas más horas se esté **trabajando**, **más motocicletas** se producirán.

horas	DIR.	motocicletas
45	—	25
x	—	15

$$\frac{45}{x} = \frac{25}{15} \quad \left| \quad 25x = 45 \cdot 15 \right| \quad x = \frac{675}{25}; \quad \boxed{x = 27}$$

Solución **En total sería : 27 horas.**

Ejercicio 10. Resuelve los siguientes problemas de **proporcionalidad directa**.

- a. **En clase.** La “ratio” de niños respecto niñas en una clase es 4 a 5. Si hay 12 niños en clase, ¿cuántas niñas hay?
- b. **La fábrica.** En una fábrica se producen 6 motos cada 9 horas. ¿Cuánto tardarán en fabricar 16 motos?
- c. **Leyendo.** Juan suele tardar 6 minutos en leer 4 páginas de su libro. ¿Cuánto tardará en leer 6 páginas?
- d. **La receta.** Según nuestra receta, necesitamos 7 cucharadas de harina para hacer 3 tartas. ¿Cuántas tartas haremos con 28 cucharadas de harina?
- e. **Las ranas.** Unos investigadores quieren estimar la cantidad de ranas que hay en cierto lago. Para ello, capturan 100 ranas, las marcan y las devuelven al lago. Más tarde, capturan 770 ranas, y comprueban que 35 de ellas son de las que marcaron. ¿Qué estimación podemos dar para la cantidad de ranas del lago?
- f. **Mecanografía.** Sara ha medido que, en 4 minutos, escribe a máquina unas 90 palabras. ¿Cuántas palabras podrá escribir en 10 minutos?

3.2. Regla de tres inversa.

En el caso de la proporcionalidad inversa, el planteamiento por regla de tres es el mismo, con la única diferencia de que al escribir la proporción debemos acordarnos de darle la vuelta a una -y solo a una- de las fracciones (hacer su inversa).

Ejemplo:

Los amigos de Belén tienen pensado un regalo para su cumpleaños.
Si se juntan **4 amigos**, salen a **10 €** cada uno.
¿Cuántas **personas** tienen que juntarse para que salgan a **4 €** por persona?

Planteamiento / resolución

La relación es **INVERSA**, porque
cuantos más € por persona pongan, **menos personas** harán falta para poder comprar el regalo.

€ por persona	INV.	personas
10	—	4
4	—	x

$$\frac{10}{4} = \frac{x}{4} \quad \left| \quad x = \frac{40}{4}; \quad \boxed{x = 10} \right.$$
$$4x = 10 \cdot 4$$

Solución **En total sería : 10 personas.**

Ejercicio 11. Resuelve los siguientes problemas de **proporcionalidad inversa**.

- a. **El comedor.** En un comedor escolar tienen reservas para preparar comida para 234 estudiantes durante 37 días. ¿Cuánto tiempo les durarían si solo hubiese 73 estudiantes?
- b. **La estantería.** En una balda de una estantería caben 7 libros de 5,7cm de grueso cada uno. ¿Cuántos libros de 6,7cm cabrían en esa balda?
- c. **Cables.** Si entre 7 electricistas una urbanización en 18 días, ¿cuántos electricistas harán falta para terminar en 9 días?
- d. **Mecanografía.** Luisa mecanografía a una velocidad de 60 palabras por minuto, y tarda 35 minutos en escribir un informe. ¿Cuánto habría tardado una persona que mecanografía 42 palabras por minuto?
- e. **El depósito.** Si tardamos 15 minutos en llenar un depósito con el agua de un grifo que tiene un caudal de 6 litros por minuto, ¿cuánto tardaremos en llenarlo con un caudal de 9 litros por minuto?

3.3. Reparto proporcional. ¿Cuánto es para cada uno?

Ana y Pedro han ganado 15€ haciendo de canguro para sus tíos. Pero Ana estuvo 2 horas y Pedro solo una hora. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno? ¿Deberían repartirlo a partes iguales?

Quizás, Ana deba recibir el doble que Pedro, porque trabajó el doble que él.

¿Qué tal Ana 10€ y Pedro 5€?

Si es así, es un reparto proporcional al tiempo que trabajó cada uno.

REPARTO PROPORCIONAL

- Lo utilizaremos cuando, *por ejemplo* al repartir el premio de un sorteo, nos interesa que si alguien puso el **doble** de dinero que otro, se lleve el **doble**; si puso la mitad, se lleve la mitad, etc.
- Para ello, calculamos **qué parte del total** ha puesto cada uno (*como fracción o como porcentaje*), y esa será la parte que se lleve de la cantidad a repartir.



Ejemplo:

- ☞ Para compensar las horas extra que han hecho cuatro trabajadores, una empresa repartirá una gratificación de 180€, proporcionalmente a las horas extra que trabajaron. Teresa: 7 horas; Marco, 4; Reyes 3 y Joaquín 1 hora. ¿Cuánto le corresponde a cada uno

Persona:	horas	Le corresponde ...	TOTAL
Teresa	7	$\rightarrow \frac{7}{15}$ de 180 $\rightarrow \frac{7 \cdot 180}{15} =$	84€
Marco	4	$\rightarrow \frac{4}{15}$ de 180 $\rightarrow \frac{4 \cdot 180}{15} =$	48€
Reyes	3	$\rightarrow \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ de 180 $\rightarrow \frac{180}{5} =$	36€
Joaquín	1	$\rightarrow \frac{1}{15}$ de 180 $\rightarrow \frac{180}{15} =$	12€
TOTAL:	15		180€

Si vienen expresados con **porcentajes**, lo resolveríamos de forma similar. Por **ejemplo**:

- ☞ Una instalación solar fotovoltaica ha generado 240kWh, que se reparten de acuerdo a los porcentajes con que participa cada socio en la instalación. Alfonso, 40%; M^a Ángeles, 50% y Pedro, 10%. ¿Cuántos kWh le corresponden a cada uno?

Persona:	%	Le corresponde ...	TOTAL
Alfonso	40	$\rightarrow 40\%$ de 240 $\rightarrow \frac{40 \cdot 240}{100} =$	96kWh
M ^a Ángeles	50	$\rightarrow 50\%$ de 240 $\rightarrow \frac{50 \cdot 240}{100} =$	120kWh
Pedro	10	$\rightarrow 10\%$ de 240 $\rightarrow \frac{10 \cdot 240}{100} =$	24kWh
TOTAL:	100		240kWh

Ejercicio 12. Resuelve los siguientes repartos proporcionales:

- Ana, Luisa y Pedro han ganado 550€ jugando a las quinielas. Ana puso 5€, Luisa 2€ y Pedro 3€. ¿Cuánto debería recibir cada uno de ellos?
- Luis y Juani han ganado 40€ haciendo de canguro. Luis trabajó 2 horas y Juani 3. ¿Cuánto dinero debería corresponder a cada uno de ellos?
- Reparte 9 pizarras digitales entre tres institutos, proporcionalmente al número de alumnos que hay en ellos. Instituto A: 125 alumnos; Instituto B: 375, Instituto C: 625 alumnos.
- Un examen de matemáticas va a durar 50 minutos. Distribuye el tiempo que dedicamos a cada ejercicio, proporcionalmente a los puntos que vale.
Ejercicio 1: 4 puntos, ejercicio 2: 3 puntos, ejercicio 3: 2 puntos, ejercicio 4: 1 punto.
- Reparte 70€ entre dos hermanos, de manera proporcional a sus notas finales. Víctor: 8 puntos y Amanda 6 puntos.
- Un hospital va a derivar 20 pacientes a otros hospitales. Distribuye los pacientes de manera proporcional al número de camas disponibles en cada hospital. Hospital A: 20 camas, Hospital B: 24 camas, Hospital C: 36 camas.
- Un periódico va a repartir una gratificación de 385€ entre tres de sus redactores, proporcionalmente al número de páginas que han escrito últimamente. Ana escribió 250, Juan 240 y María 280.
- Luis y Sonia han obtenido 27 puntos en un concurso de preguntas. Luis acertó 24 preguntas y Sonia 30. Reparte los puntos entre ellos de manera proporcional.
- Reparte una gratificación de 1035€ entre tres empleados de una empresa, proporcionalmente a los años que llevan trabajando. Juan: 35 años; Ana 24 y Luis 10.
- Para el desfile de carnaval, el ayuntamiento va a repartir 35000 caramelos entre 4 comparsas, de manera proporcional al número de miembros de cada una. 1ª comparsa: 30 miembros; 2ª comparsa: 45, 3ª comparsa: 50 y 4ª comparsa: 30. ¿Cuántos caramelos recibe cada una?

Soluciones (reparto proporcional)

- | | |
|--|---|
| <ol style="list-style-type: none"> Ana 275€, Luisa 110€, Pedro 165€. Luis 16€, Juani 24€. A: 1, B:3 y C:5 pizarras digitales. E1: 20min, E2: 15min, E3: 10min and E4: 5min. Víctor 40€, Amanda 30€. | <ol style="list-style-type: none"> Hospitales: A, 5 pacientes; B, 6 y C, 9 pacientes. Ana: 125€, Juan 120€, María 140€. Luis: 12, Sonia 15. Juan 525€, Ana 360€, Luis 150€. 1º: 7500, 2º: 11250, 3º: 12500, 4º: 7500 |
|--|---|

3.4. Reducción a la unidad. ¿Cuánto cuesta si compro 2, 3, 4, 5...?

Alejandra ha ido a la churrería, y se ha fijado en el cartel con los precios. Es curioso porque el cartel le recuerda a las tablas de proporcionalidad que ya conocemos.



Cuando hay que calcular muchos valores para una proporción, suele ser más rápido ver qué ocurre para cada unidad (por ejemplo, el precio de un churro), y luego ir multiplicando.

En el caso de Alejandra, como cada churro vale 0,40€, se tiene la fórmula: **Precio = 0,40 x nº churros**.

• Método de Reducción a la Unidad •

Calculamos la **constante de proporcionalidad** entre las magnitudes **preguntada** (antecedente → **numerador**) y **conocida** (consecuente → **denominador**).

Así, sabremos con qué cantidad de la **magnitud preguntada** se corresponde **cada unidad** de la **conocida**, y podremos escribir una **fórmula** para hacer los cálculos.

Ejemplo:

Laura tarda unos **10 minutos** en leerse **6 páginas** de un libro.
¿Cuántas **páginas** podrá leer en **25 minutos**?

Cada **minuto** lee $\frac{6}{10} \stackrel{2}{=} \frac{3}{5} = 0.6$ **páginas**.

Fórmula: páginas = $\frac{3}{5} \cdot$ minutos

Solución: En total sería $\rightarrow \frac{3}{5} \cdot 25$ minutos = **15 páginas**.

Ejercicio 13. Resuelve, utilizando el método de reducción a la unidad

- a.** Carlos ha ganado 28€ trabajando 4 horas.
- ¿Cuánto gana cada hora? (constante de proporcionalidad)
 - Encuentra la fórmula con la que se calcula el dinero ganado.
 - ¿Cuánto ganará en 20 horas?
- b.** Nuestro coche ha gastado 12 litros de gasolina para recorrer 200km.
- ¿Cuántos litros gasta cada 100km? ¿Y para recorrer 1km?
 - Encuentra la fórmula con la que calcular la gasolina que consume el coche.
 - ¿Cuántos litros gastará en un viaje de 60km?

3.5. Reducción a la unidad inversa. ¿Cuántos habrá en cada grupo?

Alfonso está ayudando a organizar las actividades infantiles en las fiestas de su pueblo. El año pasado agruparon a los niños en 3 grupos, con 60 niños cada uno, pero resultaron ser grupos demasiado grandes. Este año no saben si hacer 4, 5 o incluso 6 grupos.

¿Cuántos niños debería haber en cada grupo en cada uno de esos casos?



Alfonso necesitaría conocer qué cantidad de niños hay en total (que se corresponde con el caso en que solo hay un grupo), y luego ir dividiendo entre el número de grupos.

Como en total hay $3 \times 60 = 180$ niños, tenemos la fórmula **niños = $180 : n^{\circ}$ grupos**.

• Proporción inversa. Reducción a la Unidad •

Para resolver los problemas, podemos calcular la **constante de proporcionalidad** entre las magnitudes relacionadas que, en proporcionalidad **inversa**, es **su producto**.

Así, sabremos cuánto debe ser el producto de las magnitudes (que siempre debe resultar igual) y podremos escribir la **fórmula** que las relaciona. *Ejemplo:*

Estamos llenando un depósito con el agua de un grifo.
Si el caudal del grifo fuese de **8 litros** por minuto, se tardarían unos **6 minutos** en llenarlo.
¿Cuántos **litros por minuto** debe arrojar el grifo para tardar en llenarlo **4** minutos?

En **total**, la capacidad del depósito es de $8 \cdot 6 = 48$ litros.

Fórmula: litros por minuto = $\frac{48}{\text{minutos}}$

Solución: En total sería $\rightarrow 48 / 4 \text{ minutos} = 12 \text{ litros por minuto.}$



Ejercicio 14. Resuelve, utilizando el método de reducción a la unidad

Se tardan 3 horas en ir de mi casa a Madrid, circulando a una velocidad de 120km/h.

- ¿A qué distancia está mi casa de Madrid? (constante de proporcionalidad)
- Encuentra la fórmula que relaciona el tiempo que se tarda, con la velocidad a la que se conduce.
- ¿Cuánto tardaré en llegar, si conduzco a 100km/h?

4. Segundo plato. Porcentajes

¿80 por ciento? ¡Pero si somos 25!

Sandra ha oído que el 80% "ochenta por ciento" de la clase son buenos estudiantes. Pero ¡no hay ni 80 ni 100 alumnos en clase! Entonces, ¿qué significa esto?



- Al hablar de porcentajes, indicamos cuál es la proporción que tenemos; en este caso, de "buenos estudiantes" comparado con "alumnos de la clase". En la sección [Razón y proporción](#) vimos que **porcentaje es el caso en el que el consecuente es 100**.
- Los porcentajes permiten comparar fácilmente unos con otros, precisamente porque todos tienen el mismo denominador (100).
- En el caso de Sandra, significa que, en una clase similar con 100 alumnos, 80 de ellos serían buenos estudiantes.

Porcentaje es una razón con denominador **100**.



Si **una pizza** está cortada en **5 porciones** y nos quedamos con **4 de ellas**, ¿qué **porcentaje** es?

Proporciones → $\frac{4}{5} = 0.8 \stackrel{\times 100}{=} \mathbf{80\%}$.

Regla de tres →

porciones	DIR.	%
5	—	100
4	—	x

$$x = \frac{4 \cdot 100}{5} = \mathbf{80\%}.$$

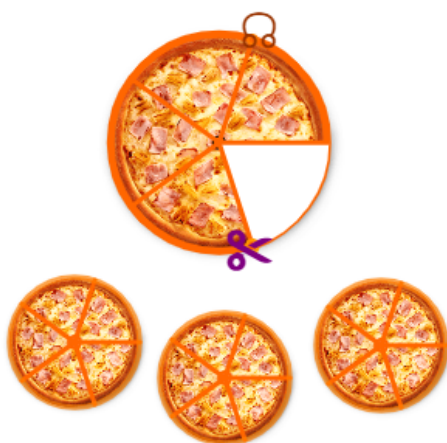
Si **una pizza** está cortada en **5 porciones** y nos quedamos con un **80%** de **de ellas**, ¿qué **cantidad** es?

Fracciones → $80\% \text{ de } 5 = \frac{80 \cdot 5}{100} = \mathbf{4}$

Regla de tres →

porciones	DIR.	%
5	—	100
x	—	80

$$x = \frac{80 \cdot 5}{100} = \mathbf{4 \text{ porciones.}}$$



Porcentajes mayores del 100%

Elegir **más del 100%** significa quedarnos con más de lo que tomemos como unidad.

Con **pizzas** cortadas en **5 partes**:

★ Para tomar **19 porciones** hacen falta **4 pizzas**, y es un $\frac{19 \cdot 100}{5} = \mathbf{380\% \text{ de pizza.}}$

★ Tomar un **380% de pizza** es tomar $\frac{380 \cdot 5}{100} = \mathbf{19 \text{ porciones de pizza.}}$ (**3 pizzas** y **4 porciones**).

4.1. Aumentos y disminuciones porcentuales

Pensemos en las siguientes situaciones

- ☞ A María le van a **aumentar** su paga semanal de 5€ en un 20%.
¿Cuánto le darán de paga?
- ☞ El juego que quiere Antonio valía 60€, pero ahora tiene un 15% de **descuento**.
¿Cuánto le valdrá?
- ☞ El curso pasado había 20 niños en clase, y ahora somos 23.
¿En qué porcentaje ha aumentado el alumnado?

¿Cómo se resuelven?

Las **dos primeras**, podemos resolverlas de dos formas:

- Calcular el **porcentaje y después sumar/restar**. En nuestro caso:
 1. El aumento sería: 20% de 5=1. Solución: 5+1=6€.
 2. El descuento sería: 15% de 60=9. Solución: 60-9=51€.
- **Sumar/restar el porcentaje al 100% y después calcular el porcentaje** con lo que resulte. En nuestro caso:
 1. Tras el aumento, sería: 120% de 5=6.
 2. Tras el descuento, sería 85% de 60 =51€.

Para **la tercera**, podemos usar una técnica similar: el aumento ha sido de 3 alumnos, que comparado con los 20 que había en clase es $\frac{3}{20} = 0,15$. El alumnado ha aumentado en un 15%.

Ejercicio 15. Resuelve las siguientes situaciones

a)

[1]	☞ El precio de unas gafas de 90€ ha sido rebajado un 60%. ¿Cuál es su precio ahora?	€
[2]	☞ El número de ovejas en una granja pasó de 20 a 27 animales. ¿En qué porcentaje aumentó?	%
[3]	☞ La cosecha de cebada recogida en una plantación pasó de 2000 kg a 2100 kg. ¿En qué porcentaje se ha incrementado?	%
[4]	☞ El precio de un bolso de 80€ ha aumentado un 35%. ¿Cuál es su precio ahora?	€

b)

[1]	☞ La cosecha de trigo recogida en una plantación era de 2500 kg, y ha aumentado un 5%. ¿Cuánto es ahora?	kg
[2]	☞ El precio de un reloj ha sido rebajado de 70€ a 59.5€. ¿En qué porcentaje ha sido rebajado?	%
[3]	☞ El precio de una chaqueta subió de 80€ a 104€. ¿En qué porcentaje subió?	%
[4]	☞ El número de ovejas en una granja era de 20 animales, y hace poco ha bajado un 35%. ¿Cuál es su número ahora?	ovejas

4.2. Extra de aumentos y disminuciones porcentuales

Podemos encontrarnos con dos situaciones que nos costará más analizar

- ☞ Se espera que la temperatura **mañana** sea de 33°C, lo que supone un aumento del 10%.
¿A qué temperatura estamos **hoy**?
- ☞ Van a anular el 15% de las preguntas de un examen tipo test, dejando solo 17.
¿**Cuántas** preguntas **había**?

Tenemos el problema de que no podemos se trata de calcular un 10%, porque ¡no sabemos cuál era la temperatura a la que se ha sumado ese 10%! Así que, **¿Cómo se resuelve?**

Podemos resolverlo de dos maneras:

- Planteando una **regla de tres**
 1. La temperatura hoy será el 100%, y 33°C se corresponde con el 110% (100% más el aumento del 10%).
 2. El total de preguntas será el 100%, y 17 preguntas son el 85% (100% menos las preguntas anuladas).
- Con una ecuación:
 1. $\frac{110}{100}x = 33$ (el 110% de la temperatura es 33°C). $x = \frac{33 \cdot 100}{110} = 30$ **grados**.
 2. $\frac{85}{100}x = 17$ (el 85% de las preguntas son 17). $x = \frac{17 \cdot 100}{85} = 20$ **preguntas**.

Ejercicio 16. Resuelve las siguientes situaciones

a)

[1]	☞ El precio de un bolso de 60€ aumentó un 35%. ¿Cuál es su precio ahora ?	€
[2]	☞ El número de habitantes en una población bajó un 15 % Si ahora hay 1870 personas . ¿Cuántos había antes ?	habitantes
[3]	☞ El precio de unos pantalones disminuyó de 40€ a 28€. ¿En qué porcentaje disminuyó ?	%
[4]	☞ La cosecha de cebada recogida en una plantación ha aumentado un 5%. Si ahora es de 1680 kg, ¿cuánto era inicialmente ?	kg

b)

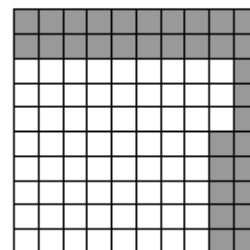
[1]	☞ El número de ovejas en una granja era de 20 animales, y hace poco subió un 20%. ¿Cuál es su número ahora ?	ovejas
[2]	☞ El precio de una falda ha sido rebajado un 45%. Si el precio ahora es 33€, ¿cuánto era antes ?	€
[3]	☞ El precio de una chaqueta ha disminuido de 80€ a 64€. ¿En qué porcentaje ha disminuido ?	%
[4]	☞ La cosecha de maíz recogida en una plantación ha aumentado un 25%. Si ahora es de 1500 kg, ¿cuánto era inicialmente ?	kg

5. De postre. Problemas

Como hemos visto, las cuestiones relacionadas con proporcionalidad y porcentajes aparecen en muchas situaciones de nuestra vida cotidiana. Aquí tenemos algunos ejemplos más para practicar.

Podemos comprobar las [soluciones](#) al final de los enunciados.

1. **Fruta.** Ana ha pagado 1,40€ por 4 albaricoques. ¿Cuántos puede comprar con 2,10€?
2. **La liguilla.** El equipo de fútbol de Pedro ha ganado 5 de 7 partidos este año. En total, tienen que jugar 28 partidos en su liga. ¿Cuántos partidos de liga podríamos estimar que ganarán en total?
3. **La granja.** Un granjero tiene suficiente pienso para alimentar a 64 vacas durante dos días. ¿Cuánto tiempo le duraría el pienso si tuviese solo 32 vacas?
4. **Pizza.** Dos porciones de la pizza favorita de Antonio tienen 230 calorías. ¿Cuántas calorías habrá en 5 porciones?
5. **Buzoneo.** Entre 12 trabajadores han tardado 28 horas en repartir folletos en un barrio. ¿Cuánto tiempo habrían tardado en hacerlo 21 trabajadores?
6. **De viaje.** Un autobús tarda 12 horas en hacer una ruta si viaja a 60km/h. ¿Cuánto tardará si viaja a 80km/h?
7. **La exposición.** Andrea está preparando una composición para fin de curso con 100 de fotos. La parte sombreada representa las fotos que ya ha colocado. ¿Qué porcentaje de la composición ha colocado?
8. **¡A clase!** En un instituto hay 520 alumnos. El 80% acude andando. ¿Cuántos alumnos van andando?
9. **Buitres.** Luisa está participando en una investigación sobre el número de buitres de una reserva natural. Para ello, han capturado 16 buitres, los han etiquetado y luego los han vuelto a soltar. Varios días más tarde, han fotografiado un grupo de 30 buitres, entre los cuales hay 4 marcados. ¿Cuál dirías que es la población de buitres en esa reserva natural?
10. **Impuestos.** Sara ha visto que el precio sin IVA de una camiseta es 15€. Si hay que añadir un 21% de IVA, ¿cuánto tiene que pagar por la camiseta?
11. **De postre.** Con el menú del día de un restaurante, se puede elegir flan o helado. Hoy, de 40 comensales, 8 han elegido flan. ¿Qué porcentaje eligió flan?
12. **Pez gato.** La agencia donde trabaja Patricio va a estimar cuántos peces-gato hay en cierta zona del río Guadiana. Para ello, capturan y marcan 20 de ellos. Luego los sueltan, y más tarde capturan a 100, de los cuales 4 están marcados. ¿Cuántos peces gato dirías que hay en esa zona?
13. **Gallinas.** Un granjero tiene pienso para alimentar 300 gallinas durante 20 días. Si compra 100 gallinas más, ¿cuánto tiempo le durará el pienso?



- 14. Semillas.** De 5 paquetes de semillas, Marta ha conseguido que germinen 30 plantas. ¿Cuántas crees que conseguirá que germinen con 8 paquetes de semillas?
- 15. El depósito.** Hemos tardado 10 horas en llenar un depósito, utilizando 5 grifos. ¿Cuánto tardaríamos en llenarlo usando el agua de 8 grifos?
- 16. La cafetería.** En la cafetería de Manolo han puesto hoy 80 cafés. El 30% han sido descafeinados. ¿Cuántos cafés descafeinados ha servido Manolo?
- 17. La media maratón.** Ángela corrió la media maratón de Mérida en 130 minutos. Alfredo también corrió, y tardó un 110% del tiempo que tardó Ángela. ¿Cuánto tardó Alfredo?
- 18. Menú del día.** En un restaurante, el menú del día vale 9€ los días de diario y 10,80€ los fines de semana. ¿En qué porcentaje se incrementa el precio en fin de semana?
- 19. La Bolsa.** Teresa compró acciones de una empresa a un precio de 4€ por acción. Ahora, esas acciones valen 5€ cada una. ¿En qué porcentaje se ha incrementado el precio de cada acción?
- 20. Lectura.** Laura lleva leído un 65% de un libro de 180 páginas, ¿cuántas páginas son?
- 21. Durmiendo.** Sara ha leído que los niños deberían dormir un 37,5% del tiempo.
- a)** ¿Cuántas horas son al cabo del día?
- b)** Ha calculado que ella debe haber dormido un total de 4,5 años. ¿Qué edad tiene?
- 22. Somos agua.** De media, el cuerpo humano está formado por un 72% de agua. Carlos ha calculado que tiene 32,4 litros en su cuerpo. ¿Cuánto pesa Carlos?
- 23. El IVA.** En nuestro tique de compra indica que hemos pagado 16,80€ de impuestos (IVA). ¿De cuánto ha sido nuestra compra, si el IVA es el 21%?
- 24. La excursión.** Hoy, 20 alumnos de 1ªA van de excursión. Los profesores comentan que solo el 80% de la clase se ha apuntado al viaje. ¿Cuántos alumnos hay en 1ªA?

5.1. Soluciones a los problemas

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 1. Puede comprar 6 albaricoques. | 9. Hay unos 120 buitres. | 17. Tardó 143 minutos. |
| 2. Ganarán 20 partidos. | 10. Tiene que pagar 18,15€. | 18. Se incrementa un 20%. |
| 3. Le duraría 4 días. | 11. El 20% ha elegido flan. | 19. Se ha incrementado un 25%. |
| 4. Tienen 575 calorías. | 12. Hay unos 500 peces-gato. | 20. Ha leído 117 páginas. |
| 5. Tardarían 16 horas. | 13. Le durará 15 días. | 21. a) 9 horas. b) 12 años. |
| 6. La ruta duraría 9 horas. | 14. Tendrá unas 48 plantas. | 22. Carlos pesa 45kg. |
| 7. Ha colocado un 33%. | 15. Tardaríamos 6,25 h (6h15m). | 23. Han sido 80€. |
| 8. Van andando 416 alumnos. | 16. Ha servido 24 descafeinados. | 24. En 1ªA hay 25 alumnos. |

6. Problemas de Evaluaciones de Diagnóstico

En cualquier situación de nuestra vida cotidiana pueden surgir problemas relacionados con la proporcionalidad y los porcentajes¹. Resuelve los siguientes problemas:

1. Salsas

(Pruebas liberadas PISA)

Estás preparando tu propio aliño para la ensalada. He aquí una receta para 100 mililitros (ml) de aliño.

Aceite para ensalada:	60 ml
Vinagre:	30 ml
Salsa de soja:	10 ml

PREGUNTA. ¿Cuántos ml de aceite para ensalada necesitas para preparar 150 ml de este aliño?

2. La piscina

(Extremadura, 2013)

Los padres de Juan han recibido el siguiente presupuesto para hacer una piscina:

Hacer hueco de la piscina:2000€
Colocar el gresite:3000€
Mano de obra:6000€
Demás materiales:1000€

Al total de estas cantidades hay que añadirles un 21% de IVA.

¿Cuánto les va a costar a los padres de Juan hacer la piscina?

3. El camping

(Extremadura, 2011)

En un camping, las caravanas pagan 30€ al día de lunes a viernes. El fin de semana tienen un descuento del 20%, ¿cuánto recauda el dueño del camping si tiene 13 caravanas desde un jueves hasta un domingo?

4. Concentración de un fármaco

(Pruebas liberadas PISA)

PA una mujer ingresada en un hospital le ponen una inyección de penicilina. Su cuerpo va descomponiendo gradualmente la penicilina de modo que, una hora después de la inyección, sólo el 60% de la penicilina permanece activa.

Esta pauta continúa: al final de cada hora solo permanece activo el 60% de la penicilina presente al final de la hora anterior. Supón que a la mujer se le ha administrado una dosis de 300 miligramos de penicilina a las 8 de la mañana.

Hora	08:00	09:00	10:00	11:00
Penicilina (mg)	300			

PREGUNTA. Completa la tabla escribiendo la cantidad de penicilina que permanecerá activa en la sangre de la mujer a intervalos de una hora desde las 08:00 hasta las 11:00 horas.

¹ Junto a cada problema aparece indicada la evaluación de diagnóstico en la que fue propuesto.

5. El Pueblecito

(Andalucía, 2011)

Si el mundo fuera un pueblecito de 1.000 habitantes, 60 personas poseerían la mitad de los recursos, 500 pasarían hambre, 600 vivirían por debajo del umbral de la pobreza y 200 serían analfabetos. Si este pueblecito fuera el nuestro, querríamos que cambiase. De hecho, lo es; es nuestro planeta.



PREGUNTA. Mirando el texto, contesta las siguientes preguntas:

- a) ¿Qué tanto por ciento de personas pasa hambre en el mundo?
- b) ¿Qué tanto por ciento de personas no sabe leer ni escribir?
- c) ¿Qué tanto por ciento de personas posee la mitad de los recursos?

6. Ir de rebajas

(Andalucía, 2012)

Han empezado las rebajas y Santi quiere salir a ver si encuentra algo que le guste y renovar su vestuario. Sobre todo, necesita comprarse camisetas de deporte porque las que tiene están ya muy estropeadas.

En la tienda Olimpia ha encontrado unas camisetas de deporte “AX” que cuestan 90 euros, pero tienen la oferta del “paga 2 y llévate 4”.

Por otro lado, en la tienda Deporcón tienen el mismo modelo a 72 euros, con una oferta 3 x 2 (pagas 2 y te llevas 3).

Finalmente, en la tienda online vivesano.com encuentra una oferta de la misma camiseta a 50€.

PREGUNTA 1. ¿Qué oferta crees que le interesa más? Justifica tu respuesta.

Tipo de oferta	Cantidad que se paga	Camisetas que se lleva	Precio por unidad
OLIMPIA			
DEPORCÓN			
VIVESANO.COM			

Pregunta 2. Calcula qué porcentaje de descuento le están haciendo a las camisetas las tiendas Olimpia y Deporcón.

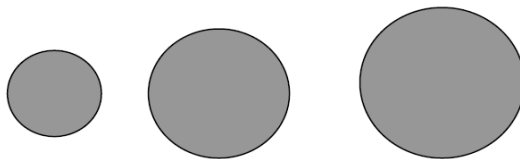
Tipo de oferta	Precio sin rebajar	Precio rebajado	Porcentaje que pagas	Porcentaje de descuento
OLIMPIA				
DEPORCÓN				

7. Las monedas

(Pruebas liberadas PISA)

Se te pide que diseñes un nuevo conjunto de monedas. Todas las monedas serán circulares y de color plateado, pero de diferentes diámetros.

Los investigadores han llegado a la conclusión de que un sistema ideal de monedas debe cumplir los requisitos siguientes:



- los diámetros de las monedas no deben ser menores que 15 mm ni ser mayores que 45 mm.
- el diámetro de cada moneda debe ser al menos un 30% mayor que el de la anterior.
- la maquinaria de acuñar solo puede producir monedas cuyos diámetros estén expresados en un número entero de milímetros (por ejemplo 17 mm es válido, pero 17,3 no).

PREGUNTA. Diseña un conjunto de monedas que satisfaga los requisitos anteriores. Debes empezar con una moneda de 15 mm y el conjunto debe tener el mayor número de monedas posible.

8. Bicicletas

(Pruebas liberadas PISA)

Pablo, Sara y Pedro montan en bicicletas de tamaños diferentes. La tabla siguiente muestra la distancia recorrida por sus bicicletas por cada vuelta completa de las ruedas

	Distancia recorrida en cm					
	1 vuelta	2 vueltas	3 vueltas	4 vueltas	5 vueltas	6 vueltas
Pedro	96	192	288	384	480	...
Sara	160	320	480	640	800	...
Pablo	190	380	570	760	950	...

PREGUNTA 1. Pedro impulsó su bici para que las ruedas girasen tres vueltas completas. Si Pablo hiciera lo mismo con la suya, ¿cuántos cm más recorrería la bici de Pablo que la de Pedro?

PREGUNTA 2. Para que la bici de Sara recorra 1280 cm, ¿cuántas vueltas tienen que dar sus ruedas?

PREGUNTA 3. La circunferencia de la rueda de la bicicleta de Pedro mide 96 cm (ó 0,96 m). Es una bicicleta de tres marchas con un piñón pequeño, uno mediano y uno grande. Las relaciones de transmisión de la bicicleta de Pedro son:

Piñón pequeño 3:1 Piñón mediano 6:5 Piñón grande 1:2

¿Cuántas vueltas de pedal tendría que dar Pedro para recorrer 960 m con el piñón mediano? Escribe tus cálculos.

NOTA: Una relación de transmisión de 3:1 significa que, por cada 3 vueltas completas del pedal, cada rueda da 1 vuelta completa.

9. Pingüinos

(Pruebas liberadas PISA)



El fotógrafo de animales Jean Baptiste realizó una expedición de un año de duración y sacó numerosas fotos de pingüinos y sus polluelos.

Se interesó especialmente por el aumento de tamaño de distintas colonias de pingüinos.

Pregunta 1. Normalmente, una pareja de pingüinos pone dos huevos al año. Por lo general, el polluelo del mayor de los dos huevos es el único que sobrevive.

En el caso de los pingüinos de penacho amarillo, el primer huevo pesa aproximadamente 78 g y el segundo huevo pesa aproximadamente 110 g.

Aproximadamente, ¿en qué porcentaje es más pesado el segundo huevo que el primer huevo?

- A. 29% B. 42% C. 41% D. 71%

Pregunta 2. Jean se pregunta cómo evolucionará en los próximos años el tamaño de una colonia de pingüinos. Para determinarlo elabora las siguientes hipótesis:

- A comienzos de año, la colonia consta de 10.000 pingüinos (5.000 parejas).
- Cada pareja de pingüinos cría un polluelo todos los años por primavera.
- A finales de año, el 20% de los pingüinos (adultos y polluelos) morirá.

Al final del primer año, ¿cuántos pingüinos (adultos y polluelos) hay en la colonia?

10. Piñones

(Madrid 2011)

Una finca se dedica a la producción de piñones plantando un bosque de pinos en su terreno. Con el dinero recaudado en la primera cosecha los propietarios deciden valorar su parcela que tiene forma rectangular y linda con un río como muestra la siguiente imagen.



PREGUNTA 1. Si se pretende poner una valla alrededor de toda la parcela de 480m. de perímetro y el coste total es de 8.000€, ¿Cuál es la proporción que equivale a dicha información?

- A. $\frac{8}{1}$ B. $\frac{8000}{48}$ C. $\frac{1000}{60}$ D. $\frac{8000}{1}$

PREGUNTA 2. El número total de pinos que hay plantados en la parcela es 200 y la superficie total de dicha parcela es de 12000m². ¿cuál de las siguientes razones es equivalente a esta información?

- A. $\frac{12}{2}$ B. $\frac{60}{12}$ C. $\frac{1200}{100}$ D. $\frac{1500}{25}$

Resumen. Proporcionalidad y Porcentajes

🔑 **Razón** entre dos magnitudes: es su cociente.

Ejemplo: $\frac{8 \text{ metros}}{10 \text{ segundos}}$. Además, diremos que 8 es el **antecedente** y 10 el **consecuente**.

🔑 **Proporción**: es la igualdad entre dos razones. El resultado de la división se llama **constante de proporcionalidad**. Ejemplo: $\frac{5}{2} = \frac{25}{10}$ es una proporción y la constante es 2.5. Además, 5 y 10 se llaman **extremos**, y 2 y 25 **medios**.

🔑 Relación entre dos magnitudes:

Directa: si una aumenta, la otra también. Si además son proporcionales, para calcular el valor de una, se multiplica la constante por la otra; y al doble de una le corresponde el doble de la otra, etc.

Inversa: si una aumenta, la otra disminuye. Si además son proporcionales, para calcular el valor de una, se divide la constante por la otra; y al doble de una le corresponde la mitad de la otra, etc.

🔑 Cálculo del **cuarto proporcional**:

Para resolver igualdades como $\frac{1}{5} = \frac{x}{20}$, se usa la **propiedad fundamental**: $(5 \cdot x = 1 \cdot 20)$

“El producto de los medios es igual al producto de los extremos”.

🔑 Resolución de **problemas**. Se pueden hacer de dos formas:

1ª: calcular la constante de proporcionalidad *“reducción a la unidad”*.

2ª: hacer el planteamiento usando la **regla de tres**.

- Para el **Reparto Proporcional**, la cantidad a repartir se corresponde con el total.

🔑 **Porcentaje**: razón donde el consecuente es 100. Por ejemplo: $80 \text{ de } 100 = 80\% = \frac{80}{100}$.

Cálculo: multiplicar por el porcentaje en forma de número. Ejemplo: $5\% \text{ de } 20 = 0,05 \cdot 20 = 1$.

Problemas: se pueden hacer de dos formas.

1ª: Por regla de tres. Siempre es directamente proporcional. El **total es el 100%**.

2ª: Se calculan los porcentajes y luego se hacen las operaciones.

