

Lenguaje Algebraico. Polinomios



Estándares - Examen

B2.C4.1. Realiza operaciones con polinomios.

B2.C4.2. Conoce y utiliza los productos notables.

B2.C4.3. Factoriza polinomios con la regla de Ruffini, identidades notables y factor común.

B2.C5.1. Lenguaje Algebraico.

¿Qué es el lenguaje algebraico?

Es el lenguaje que nos permite traducir situaciones de la vida real a lenguaje matemático mediante el uso de letras en combinación con símbolos y números.

	<u>Lenguaje Numérico</u>	<u>Lenguaje Algebraico</u>
Multiplos de 5	5,10,15,20,...	$5 \cdot n$
Números pares	2,4,6,8,10,12,...	$2 \cdot y$
Números de 3 en 3	1,4,7,10,13,16,...	$3 \cdot x + 1$

1

JUEGO DE ADIVINANZAS

1. Pensad un número.
2. Sumadle 3.
3. Multiplicad el resultado por 2.
4. Ahora sumadle 4.
5. Dividid entre 2.
6. Restad, al resultado obtenido, el número que habíais pensado.

Resultado: 5

¿Cómo sabemos el resultado?



2

Completa la tabla

Piensa un número.	
Multiplícalo por 3.	
Suma 6.	
Divide entre 3.	
Resta, al resultado obtenido, el número que habías pensado.	
Resultado: 2	



Completa la tabla

Piensa un número.	
Súmale 7.	
Multiplica por 2.	
Divide entre 2.	
Resta, al resultado obtenido, el número que habías pensado.	
Resultado: 7	



3

Matemáticas chocolateras

1. *¿Cuántas veces por semana te apetece comer chocolate? (Debe ser un número entre 1 vez y menos de 10 veces)*
2. *Multiplica este número por 2 (para que sea par).*
3. *Suma 5.*
4. *Multiplica el resultado por 50. (Voy a esperar a que pongas en marcha la calculadora)*
5. *Si ya has cumplido años en el 2022 suma 1772. Si aún no ha sido tu cumple este año suma 1771.*
- 6 *Ahora resta el año en que naciste (número de cuatro dígitos).*

El resultado es un número de tres dígitos.



Matemáticas chocolateras

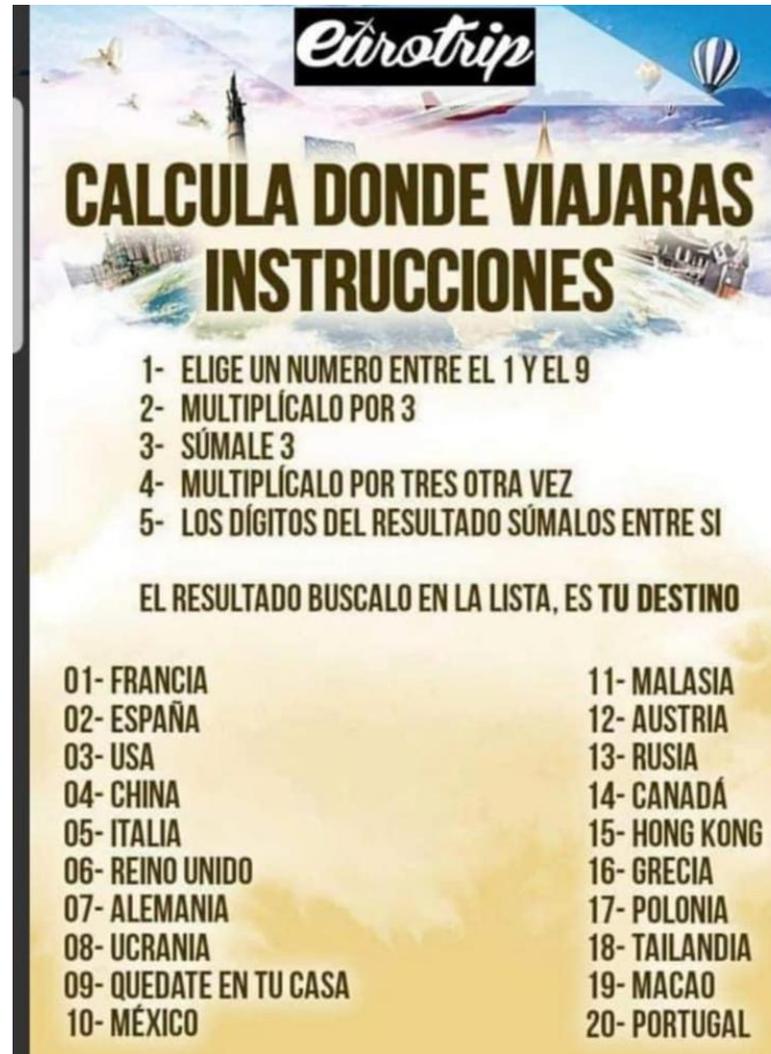
El primer dígito es el número de veces que te apetece comer chocolate por semana.

Los dos números siguientes son . . .

ii TUS AÑOS !! (iiiSíííííí!!! iiiTus años!!!)



Durante la pandemia del Coronavirus Covid-19



eurotrip

CALCULA DONDE VIAJARAS INSTRUCCIONES

- 1- ELIGE UN NUMERO ENTRE EL 1 Y EL 9
- 2- MULTIPLICALO POR 3
- 3- SÚMALE 3
- 4- MULTIPLICALO POR TRES OTRA VEZ
- 5- LOS DÍGITOS DEL RESULTADO SÚMALOS ENTRE SI

EL RESULTADO BUSCALO EN LA LISTA, ES TU DESTINO

01- FRANCIA	11- MALASIA
02- ESPAÑA	12- AUSTRIA
03- USA	13- RUSIA
04- CHINA	14- CANADÁ
05- ITALIA	15- HONG KONG
06- REINO UNIDO	16- GRECIA
07- ALEMANIA	17- POLONIA
08- UCRANIA	18- TAILANDIA
09- QUEDATE EN TU CASA	19- MACAO
10- MÉXICO	20- PORTUGAL

4

Traducimos a lenguaje algebraico

- 1) El doble de un número menos su cuarta parte.
- 2) Años de Ana Belén dentro de 12 años.
- 3) Años de Isabel hace tres años.
- 4) La cuarta parte de un número más su siguiente.
- 5) Perímetro de un cuadrado.
- 6) Un número par.
- 7) Un número impar.
- 8) Un múltiplo de 7.
- 9) Dos números enteros consecutivos.
- 10) Dos números que se diferencian en dos unidades.



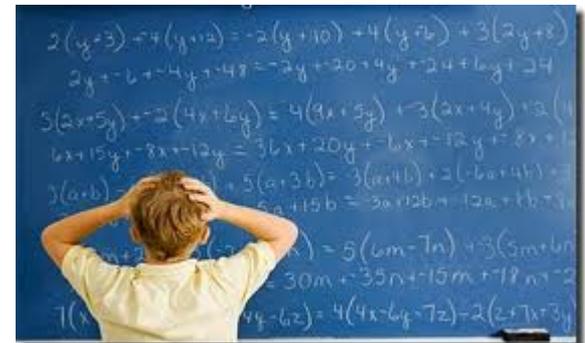
Traducimos a lenguaje algebraico

- 11) El doble de un número menos su quinta parte.
- 12) El quíntuplo de un número más su quinta parte.
- 13) La edad de una señora es el doble de la de su hijo menos 5 años.
- 14) Dos números se diferencian en 13 unidades.
- 15) Dos números suman 13.
- 16) Un hijo tiene 22 años menos que su padre.
- 17) Dos números cuya suma es 25.
- 18) La cuarta parte de la mitad de un número.
- 19) Dimensiones de un rectángulo en el que su largo tiene 6 metros más que el ancho.
- 20) Un tren tarda tres horas menos que otro en ir de Madrid a Barcelona.



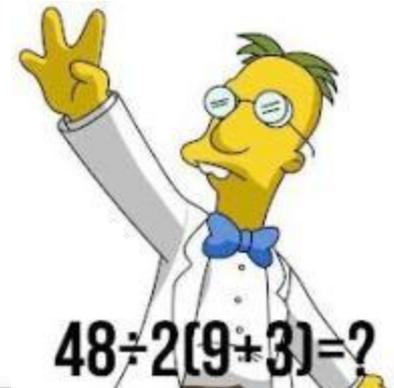
Traducimos a lenguaje algebraico

- 21) Repartir una caja de manzanas entre seis personas.
- 22) Un número es 10 unidades mayor que otro.
- 23) Un número menos su mitad más su doble.
- 24) Un número 5 unidades menor que otro.
- 25) El cuadrado de un número.
- 26) Un número y su opuesto.
- 27) Un número y su inverso.
- 28) Veinticinco menos el cuadrado de un número.
- 29) El cuadrado de un número menos su cuarta parte.
- 30) Dividir 25 en dos partes.



Traducimos a lenguaje algebraico

- 30) Dividir 25 en dos partes.
- 31) La suma de un número al cuadrado con su consecutivo.
- 32) La suma de un número con su consecutivo al cuadrado.
- 33) El cociente entre un número y su cuadrado.
- 34) La diferencia de dos números impares consecutivos.
- 35) El producto de un número con su consecutivo.
- 36) La diferencia de dos números consecutivos elevados al cuadrado.
- 37) Triple de un número elevado al cuadrado.
- 38) Restar 7 al duplo de un número al cuadrado.
- 39) Roberto es cinco años más joven que Arturo.
- 40) Antonio tiene 20 euros más que Juan.



Traducimos a lenguaje algebraico

- 41) Carmen supera a Concha en tres años.
- 42) El precio de "m" libros a 49 euros cada uno.
- 43) El número que es la cuarta parte del número "y".
- 44) Dos múltiplos de tres consecutivos.
- 45) El 25% de un número.
- 46) Lo que cuestan "c" metros de cuerda si cada metro cuesta 8 euros.
- 47) El beneficio que se obtiene en la venta de un artículo que cuesta "a" euros y se vende por "b" euros.
- 48) Lo que cuesta un lápiz si 15 cuestan "p" euros.
- 49) El número que representa 12 unidades más que el número "x".
- 50) La edad de Juan es ocho veces la de Rafael.



Traducimos a lenguaje algebraico

- 51) El número que representa 20 unidades menos que el número "h".
- 52) El número que es tres veces mayor que el número "n".

Considerando un rebaño de "x" ovejas:

- 53) Número de patas del rebaño.
- 54) Número de patas si se mueren 6 ovejas.
- 55) Número de ovejas después de nacer 18 corderillos.
- 56) Número de ovejas después de dos años si el rebaño crece un cuarto al año.

Considerando que Ana tiene "x" euros:

- 57) Enrique tiene 100 euros más que Ana.
- 58) Susana tiene el doble de Enrique.
- 59) Charo tiene 400 euros menos que Susana.



Lenguaje Algebraico

5 Traduce las siguientes frases a lenguaje algebraico:

a) El quíntuplo de un número menos 6 unidades.	
b) El cuádruple del resultado de sumar 3 unidades a un número.	
c) Si ando $\frac{2}{7}$ del camino más 3 km habré andado la tercera parte del camino.	
d) El perímetro de un rectángulo cuyo largo es el doble que el alto.	
e) El triple de un número menos la mitad del número.	
f) El doble del resultado de restar 5 al número.	
g) El producto de dos números seguidos.	

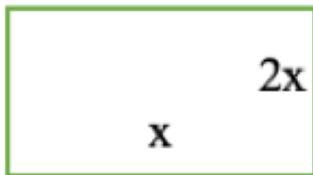
Lenguaje Algebraico

5 Traduce las siguientes frases a lenguaje algebraico:

h) Un múltiplo de 5 mas 4.	
i) La mitad del cuadrado de un número más 5 unidades.	
j) La suma de la edad de un padre y un hijo hace 3 años.	
k) La edad de María dentro de 5 años será el triple que la de su hermano.	
l) Envasar 1500 litros de vino en botellas de 1 litro y de 2 litros.	
m) El cuadrado de la diferencia de 2 números es 4.	

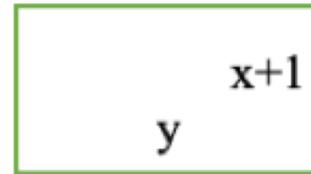
Lenguaje Algebraico

6 Expresa algebraicamente el perímetro y el área de estas figuras



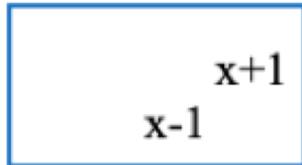
Perímetro:

Área:



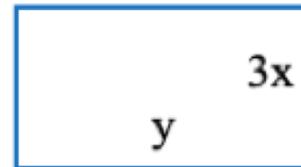
Perímetro:

Área:



Perímetro:

Área:



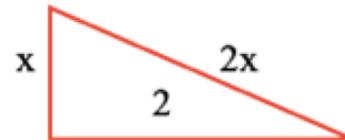
Perímetro:

Área:



Perímetro:

Área:



Perímetro:

Área:

Lenguaje Algebraico

- 7 Inventar un problema cuya solución sea la siguiente ecuación
$$x + (x + 1) + (x + 2) = 63$$
- 8 Inventar un problema cuya solución sea la siguiente ecuación $x + x/3 = 40$
- 9 Inventar un problema cuya solución sea $x \cdot (x + 3) = 240$

Lenguaje Algebraico

10

Traduce a lenguaje algebraico:

- a) De un barril de vino sacan $\frac{1}{3}$ de lo que le cabe, luego $\frac{2}{5}$ de lo que le queda y al final 10 litros. ¿Qué expresión representa el vino que han sacado?
- b) Compré dos abrigos por 80€. Uno estaba rebajado un 20% y el otro un 30%. Indica la expresión algebraica que representa el precio de cada uno.
- c) Un bocadillo vale 1€ más que una botella de agua. Por 3 bocadillos y dos aguas he pagado 8€.

Lenguaje Algebraico

11 Traduce a lenguaje algebraico:

a) La expresión $10a+b$ representa un número de 2 cifras. Escribe en forma algebraica un número de 3 cifras.

b) Un grupo de amigos quiere comprar un regalo a María y tocan a 12€ cada uno. Si fueran 3 amigos más tocarían a 4€ menos cada uno. ¿Qué expresión algebraica representa la igualdad entre las dos frases anteriores?.

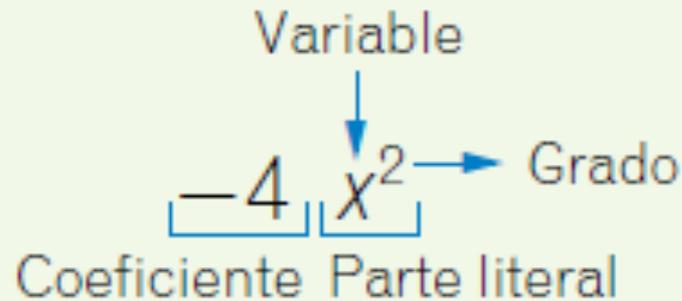
Lenguaje Algebraico

12 Inventa un problema de la vida real cuya solución sea $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 3y = 20 \end{cases}$

13 Inventa un problema de la vida real cuya solución sea $\begin{cases} x + y = 20 \\ 0,4x - 0,2y = 40 \end{cases}$

Monomios

Monomio



Monomio	Coeficiente	Parte literal	Variables	Grado
$-6x^7$			x	
$3x^3y^2$			x, y	
$\frac{3}{5}a^3b$			a, b	

Monomios

14 Completa la tabla:

Monomio	Coeficiente	Parte literal	Variables	Grado
$-9x^4$				
$2x^4y^3$				
$4wt^2$				
	23	ab^2		
$-6hg$				
7...		qg		

Operaciones con Monomios

Suma/Resta

Producto

Cociente

Operaciones con Monomios

15

Opera:

a) $x + x$	b) $3x^3$ $-2x^3 - 5x^3$	c) $a + 4a$	d) $4n$ $- 6n$
e) $2m^5 + m^5$ $+ 4m^5$	f) $6c -$ $8c + 2c$	g) $6a - 3b$ $+ 2a + 7b$	h) $3t -$ $5t + t$

Operaciones con Monomios

16 Opera:

a) $3x \cdot 5x =$	b) $(-a) \cdot 4a =$	c) $\frac{x^2}{2} \cdot 6x =$	d) $\frac{x^2}{2} \cdot \frac{x^3}{3} =$
e) $(-3x^2) \cdot 6x =$	f) $-xy^3 \cdot 5y^2 =$	g) $14a^6 : 2a^2$	h) $3t - 5t + t =$

Operaciones con Monomios

17

Opera:

a) $6x^2 - 4x + 5 - 7x^2 - 6x - 9 =$

b) $8 - 2a + a^2 - 9a + 5 =$

c) $(2x + 3) - (5x - 6) =$

d) $(5x^2 - 3x) - (-3x^2 + 2x - 5) =$

e) $(-5xyz) \cdot 6x^2z =$

f) $\left(-\frac{3}{5}x^4\right) \cdot 20x^2 =$

g) $\frac{2}{3}a^3 : \frac{3}{4}a =$

Operaciones con Monomios

18

Simplifica:

$$\text{a) } \frac{8x^3y^2}{2xy} =$$

$$\text{b) } \frac{6a^4b^3}{3ab^2} =$$

$$\text{c) } \frac{18x^7y^4}{6x^2y} =$$

$$\text{d) } \frac{15x^3y^2}{3x^4y} =$$

Polinomios

Un **polinomio** es una expresión algebraica formada por la suma o la resta de dos o más monomios no semejantes.

Polinomio

$$\boxed{7x^2 - 36xy^3 + y^2 - 4} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Término} \\ \text{independiente} \end{array}$$

Términos

El **grado** de un polinomio es el mayor de los grados de los monomios que lo componen cuando el polinomio se ha puesto en su forma reducida.

Polinomios

19

Completa la tabla:

Polinomio	Grado	Término independiente
$-3x^2y^3 - 4x^4 + 3x^2y + 6xy$		
$x^3 - 4x^2 - x + 7 + 2x^3y^3$		
$x^3y^6 - 11x^2 - x^2y^8 + 6$		

Valor Numérico de un Polinomio

El **valor numérico** de un polinomio para $x = a$ es el número que se obtiene al sustituir la x por a . Por ejemplo, el valor de $2x^3 - 5x^2 + 7$ para $x = 2$ es $2 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2^2 + 7 = 2 \cdot 8 - 5 \cdot 4 + 7 = 3$.

Calcula el valor numérico del polinomio en cada caso.

a) $P(x) = 3x^6 + 2x^5 - 3x^4 - x^2 + 7x - 2$,
para $x = 0$.

b) $P(x, y) = -x^4y - x^2y + 7xy - 2$,
para $x = 1, y = 2$.

Valor Numérico de Polinomios

20

Calcula:

a) $P(x) = \frac{x-2}{x+5}$ en $x=1$	b) $Q(x) = x^2 - 2x + 6$ en $x=0$	c) $R(x) = \frac{x+2}{x-4}$ en $x=2$
d) $S(x,y) = \frac{x-y}{x+y}$ en $x=1$, $y=2$	e) $T(x) = xy^2 - xy$ en $x=2$, $y=-1$	f) $U(x) = \frac{x-3}{x+1}$ en $x=-2$
g) $V(a,b) = \frac{a+b-2}{b+5}$ en $a=1$, $b=-1$	h) $W(x) = \frac{10}{x} + x$ en $x=5$	i) $Z(x) = x^3 - 4x^2 - x$ en $x=-1$

Operaciones con Polinomios

Suma/Resta

Producto

Suma, resta y producto de Polinomios

21

Completa Dados $P(x) = 2x^3 - x^2 + 4x - 1$,
 $Q(x) = -x^4 - x - 5$ y $R(x) = x^2 - 3x + 2$.

Calcular: a) $P + Q + R$, b) $P - Q$, c) $P * R$,
d) $Q * R - P$

Suma, resta y producto de Polinomios

22

Calcula

a) $3 \cdot (2x + 5) =$

b) $7 \cdot (x - 3x^2) =$

c) $x^2 \cdot (5x - 3) =$

d) $3x \cdot (x^2 - 2x) =$

e) $(4 + x) \cdot (3x - 2) =$

f) $(2x - 3) \cdot (x + 4) =$

g) $(4 - x) \cdot (2x - 1) =$

h) $(x^2 + 2x - 3) \cdot (3x^2 + 5x - 4) =$

Suma, resta y producto de Polinomios

23

Calcula

$$\text{a) } (x+1) \cdot (2x+3) - 2 \cdot (x^2 + 1)$$

$$\text{b) } (2x - 5) \cdot (x + 2) + 3x \cdot (x + 2)$$

$$\text{c) } (x - 3) \cdot (x+1) - (x + 5) \cdot (x-2)$$

Igualdades Notables

Cuadrado de una suma

$$(a + b)^2 =$$

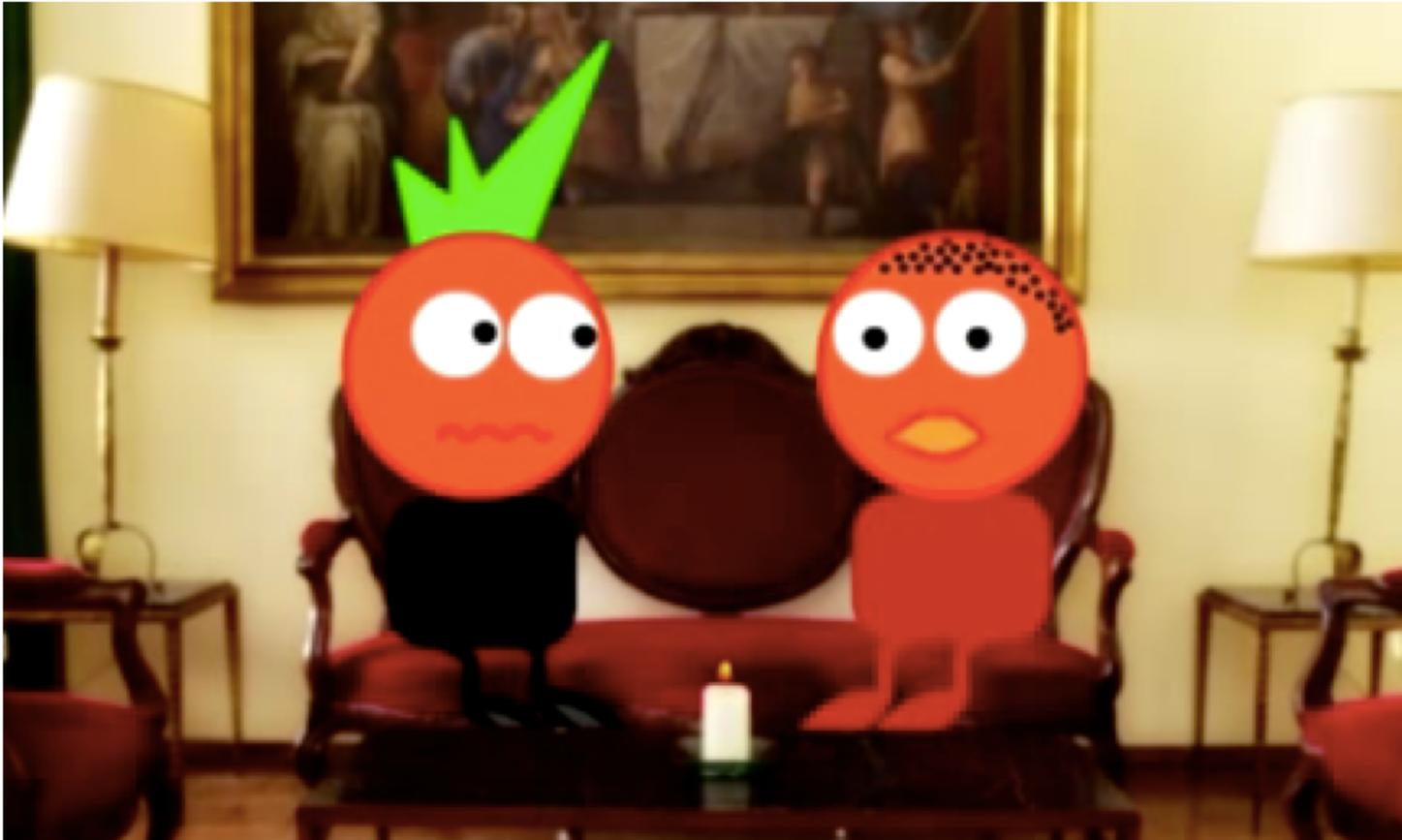
Cuadrado de una diferencia

$$(a - b)^2 =$$

Suma por diferencia

$$(a + b) \cdot (a - b) =$$

Igualdades Notables – Troncho y poncho



Igualdades o Productos Notables

24

Desarrolla los siguientes productos notables:

a) $(x+2)^2=$	b) $(2y-1)^2=$
c) $(x-3)(x+3)=$	d) $(2a+3b)^2=$
e) $(3b-7)^2=$	f) $(2x+5)(2x-5)=$
g) $(3x+4)^2=$	h) $(1-2x)^2=$
i) $\left(\frac{x}{3} + 6\right)^2 =$	j) $\left(2x - \frac{1}{2}\right) \left(2x + \frac{1}{2}\right) =$

Igualdades o Productos Notables

25 Transforma en productos notables las siguientes expresiones:

a) $4x^2 + 8x + 4 =$

b) $x^2 - 6x + 9 =$

c) $9x^2 - 36 =$

d) $a^2 - 2a + 1 =$

e) $x^2 + 2xy + y^2 =$

f) $b^2 - 25 =$

h) $x^4 + 2x^2 + 1 =$

g) $4x^2 - 12xy + 9y^2 =$

Igualdades o Productos Notables

26

Realiza las siguientes operaciones en las que intervienen productos notables :

$$\text{a) } (x+1)^2 - (x+1)(x-1) =$$

$$\text{b) } (3x-2)^2 - (3x+2)^2 =$$

$$\text{c) } (2x-1)(2x+1) - (2x-1)^2 =$$

Sacar factor común

Sacar factor común consiste en transformar una expresión de suma o resta en producto.

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\text{Factor común}} \\ a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c) \\ \xleftarrow{\text{Propiedad distributiva}} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\text{Factor común}} \\ a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c) \\ \xleftarrow{\text{Propiedad distributiva}} \end{array}$$

EJEMPLO

Extrae factor común en estos polinomios.

a) $3x + 3y$

b) $3x - 3y$

c) $x^3 - x^2 + 2x$

d) $6x^3 + 2x^2$

e) $24x^3 + 72x^2 - 6x$

f) $-18y^2x^3 - 12yx^2 + 24yx$

Extraer factor común

ERRORES CLÁSICOS EN ÁLGEBRA

AL EXTRAER FACTOR COMÚN EN UN POLINOMIO

ES INCORRECTO:

$$5x^3 + x^2 - 2x^2y = x^2 \cdot (5x - 2y)$$



LO CORRECTO ES:

$$5x^3 + x^2 - 2x^2y = x^2 \cdot (5x + 1 - 2y)$$



SI UNO DE LOS TÉRMINOS DEL POLINOMIO INICIAL COINCIDE JUSTO CON EL FACTOR COMÚN QUE HEMOS EXTRAÍDO, AL EXTRAER DICHO FACTOR COMÚN DEBEMOS PONER UN 1 DENTRO DEL PARÉNTESIS EN EL LUGAR DE ESE TÉRMINO, DE LO CONTRARIO LO ESTARÍAMOS ELIMINANDO.

Extraer factor común

ERRORES CLÁSICOS EN ALGEBRA

ES INCORRECTO:

$$-(3x^2 + 4x - 2) = -3x^2 + 4x - 2$$



LO CORRECTO ES:

$$-(3x^2 + 4x - 2) = -3x^2 - 4x + 2$$



UN MENOS DELANTE DE UN PARÉNTESIS CAMBIA EL SIGNO A TODOS LOS TÉRMINOS QUE HAY DENTRO DEL PARÉNTESIS, NO SOLO AL QUE ESTÁ MÁS CERCA.

Extraer factor común

ERRORES CLÁSICOS EN ÁLGEBRA

ES INCORRECTO SIMPLIFICAR x^2 EN:

$$\frac{\cancel{x^2} + 1}{\cancel{x^2}} \quad \text{✗}$$

SÍ SERÍA CORRECTO EN:

$$\frac{x^2 + 3x^3}{x^2} = \frac{\cancel{x^2} \cdot (1 + 3x)}{\cancel{x^2}} = 1 + 3x \quad \text{✓}$$

ES NECESARIO QUE EL TÉRMINO QUE QUEREMOS SIMPLIFICAR ESTÉ
MULTIPLICANDO A TODO EL NUMERADOR Y A TODO EL
DENOMINADOR.

Igualdades o Productos Notables

27 Sacar factor común:

a) $18x^4 + 32x^2 =$

b) $6x^2 + 12x - 24 =$

c) $6x^3 - 10x^2 - 8x =$

d) $2xy + 6x^2y - 4x^2y^2 =$

e) $9a + 6a^2 + 3a^3 =$

f) $2x - 6xy - 4zx =$

g) $2x^2 - 4x^3 + 8x^4 =$

h) $6x^2(x+1) - 3x^2(x-1)$
 $=$

i) $2xyz + 10xz + 4yz =$

j) $3(x+1) + 6(x+1)^2 =$

División de Polinomios

$$(2x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 5x + 4) : (x^2 - 2x + 1)$$

División de Polinomios

28 Realiza la siguiente división de polinomios para obtener el cociente y el resto:

$$(5x^5 - 6x^3 - 2x^2 + 4) : (x^3 - 4)$$

Método de Ruffini

$$(2x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 5x + 4) : (x - 1)$$

Método de Ruffini

29

Realiza las siguientes divisiones por el método de Ruffini:

a) $(5x^5 - 6x^3 - 2x^2 + 4) : (x - 2)$

b) $(x^3 - x^2 + 3x - 9) : (x + 1)$

c) $(5x^3 - 3x^2 - 4) : (x - 3)$

d) $(x^5 - 2x^4 + 3x - 1) : (x + 2)$

Método de Ruffini para descomponer polinomios

Descomponer $x^3 - 4x^2 + x + 6$

M. Ruffini para descomponer polinomios

30

Descomponer como producto de factores

a) $x^3 - 3x + 2$

b) $x^4 - x$

c) $x^3 - 7x + 6$