

UD4.-EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

Ubicación:

Nº Sesiones: 5

Justificación de la Unidad

1.- Relación de la unidad con el currículo de CLM.

Objetivos Materia	Criterios de Evaluación del Currículo de CLM	Contenidos del Currículo de CLM
		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> -Traducción del lenguaje verbal al algebraico. -Transformación de expresiones algebraicas. -Igualdades notables. </div>

2.-Elementos Básicos: Objetivos, Contenidos y Criterios de Evaluación para la Unidad.

Competencias	Objetivos, Contenidos y Criterios de Evaluación para la Unidad
Competencia Matemática	Al acabar la U.D. los alumnos serán competentes para: <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> -Traducir expresiones del lenguaje verbal al algebraico.(24) -Transformar expresiones algebraicas, que nos permitan más adelante resolver problemas de la vida real.(25) -Conocer las igualdades notables, como medio para desarrollar expresiones algebraicas obtenidas del lenguaje verbal.(26) </div>
Competencia Lingüística (subdimensiones: escritura y lectura)	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> -Escribir de forma clara y ordenada.(1) -Extraer las ideas principales de un texto.(2) -No cometer faltas de ortografía.(3) </div>

Conocimiento e interacción con el mundo físico.	
Competencia Digital	
Competencia Social y Ciudadana	
Competencias cultural y artística.	-Sabe trabajar en equipo.(72)
Aprender a aprender	
Autonomía e iniciativa personal.	
Competencia emocional	

3.-Desarrollo de las sesiones.

Fase Inicial

Sesión 1

- Actividad 1:

Entregar el texto “El Álgebra según Cervantes” de Argimiro Arratia publicado en “El Universal” de Caracas el 24 de Septiembre de 1999.

El Álgebra según Cervantes



En el capítulo XV de la parte II de El ingenioso hidalgo Don Quijote de La Mancha , de una magnífica edición que se supone es fiel al original (Aguilar 1968), se narra de cómo Don Quijote vence en buena lid al Caballero de los Espejos, quien no es otro que su paisano, el bachiller Sansón Carrasco. El bachiller, maltrecho y apaleado por el famoso hidalgo, se queja a su escudero de '...el dolor grande de mis costillas...' y concluye este capítulo de la siguiente manera: 'en esto fueron razonando

los dos, hasta que llegaron a un pueblo donde fue ventura hallar un algebrista, con quien se curó el Sansón desgraciado...' Una nota a pie de página de los editores nos revela que 'Álgebra es el arte de concertar los huesos desencajados y quebrados'. La curiosidad por saber la relación entre este uso cervantino de la palabra álgebra y el concepto matemático de uso común hoy, me condujo por los caminos de las mágicas y maravillosas noches árabes, y sobre este viaje reportó a continuación.

Érase una vez un matemático de nombre Mohamed Ibn-Musa Al-Kowarizmi, quien vivió y laboró bajo la protección del califato de Al-Mamun (809-833), sucesor del califa Harún Al-Raschid, este último hecho personaje para la posteridad en Las mil y una noches . Al-Kowarizmi fue miembro de la 'Casa de la Sabiduría' (Bait al-hikma), fundada en Bagdad por Al-Mamun, luego de que este califa viera en un sueño a Aristóteles e interpretase tal aparición como una indicación de la necesidad de tener en el Imperio Árabe una versión de la famosa y para ese entonces desaparecida biblioteca de Alejandría. Sirvió entonces Al-Kowarizmi como traductor de diversos trabajos hindúes y griegos sobre matemáticas y astronomía, y también escribió una

media docena de trabajos originales. Su nombre sobrevivió al tiempo por esos extraños giros de nuestra lengua castellana; Al-Kowarizmi derivó en la palabra algoritmo; esto es lo que entendemos como un conjunto de reglas para la solución de problemas específicos. Y es que la obra principal de Al-Kowarizmi es, tal vez, el primer gran recetario para resolver ecuaciones del tipo que aprendemos en bachillerato. Es precisamente el título de esta obra, Al-jabr wa'l muqabalah el que da origen al término álgebra (al-jabr) y su significado aparece implícito en el prefacio del libro: al-jabr es 'completación' o 'concertación' (suponemos que de términos en una ecuación) y muqabalah es 'reducción o balanceo' (en referencia a la cancelación de términos iguales en lados opuestos de la igualdad). Descubrimos así, en Cervantes y Al-Kowarizmi, una magnífica receta mnemotécnica para facilitar la solución de esas ecuaciones de nuestro bachillerato: primero debemos romperle los huesos iguales (muqabalah) y luego conciliar el resto de la estructura ósea (al-jabr).

Sin duda fue Cervantes un vehículo entre el maravilloso mundo árabe y nuestro mundo hispano. Pero no es la intención de este artículo especular sobre el aporte cultural de la obra de Cervantes, sino celebrar el natalicio del gran escritor, quien se presume nació un 29 de septiembre de 1547, en Alcalá de Henares, España, siendo el cuarto hijo de un hombre humilde que, según la Enciclopedia Británica, fue barbero, cirujano y acomodador de huesos, es decir, algebrista.

arratia@ma.usb.ve

<http://www.mac.cie.uva.es/~arratia/mypapers/newspapers/cervantes.html>

Pedir que varios alumnos lean el texto en voz alta.

Todos los alumnos buscarán en un Diccionario las palabras que no entiendan y harán un resumen del texto en unas pocas líneas. Seguidamente lo leerán en voz alta (se hará especial hincapié en que los alumnos escriban de forma clara y ordenada, extraigan las ideas principales del texto y que no cometan faltas de ortografía).

A continuación, los alumnos resolverán las siguientes cuestiones:

- Busca en una enciclopedia o en Internet el significado de la palabra “álgebra” y exprésalo con tus propias palabras.
- ¿Has utilizado conceptos de álgebra en el curso actual o en cursos anteriores? ¿En qué materias? Pon ejemplos.
- Busca en una enciclopedia o en Internet el significado de “expresión algebraica” y pon algunos ejemplos.

• Actividad 2:

Se pide a los alumnos que formen grupos y se les plantea el siguiente juego:

- Pensad un número.
- Sumadle 3.
- Multiplicad el resultado por 2.
- Ahora sumadle 4.
- Dividid entre 2.
- Restad, al resultado obtenido, el número que habíais pensado.

Resultado: 5

Cada grupo debe pensar un número e ir realizando con él las operaciones que se indican, rellenando la siguiente tabla:

Número	
Suma 3	
Multiplica por 2	
Suma 4	
Divide entre 2	
Resta el número inicial	
Resultado obtenido	5

Un miembro de cada grupo saldrá a la pizarra y rellenará dicha tabla añadiendo columnas y observando que el resultado siempre es el mismo independientemente del número elegido. Finalmente, entre todos los alumnos rellenarán una última columna donde el número elegido sea x . Obteniendo lo siguiente:

Número	x
Suma 3	$x+3$
Multiplica por 2	$2x+6$
Suma 4	$2x+10$
Divide entre 2	$x+5$
Resta el número inicial	$x+5 - x$
Resultado obtenido	5

- Actividad 3: (Acabar en casa).

Manteniendo los mismos grupos, pedir a los alumnos que escriban una demostración algebraica para los siguientes juegos:

- Piensa un número.
 Multiplícalo por 3.
 Suma 6.
 Divide entre 3.
 Resta, al resultado obtenido, el número que habías pensado.
 Resultado: 2
- Piensa un número.
 Súmale 7.
 Multiplica por 2.
 Divide entre 2.
 Resta, al resultado obtenido, el número que habías pensado.
 Resultado: 3

Pedir que cada grupo escriba un juego.

Fase de Desarrollo

Sesión 2

- Actividad 1:
 Se corregirá en la pizarra la demostración algebraica de cada uno de los juegos planteados en la sesión anterior. A continuación, cada grupo planteará su juego al resto de grupos y aquellos deberán escribir la demostración algebraica.

- Actividad 2:

Se plantearán algunos ejercicios que serán realizados en voz alta por los alumnos, y que nos permitirán conocer los conocimientos previos de los alumnos acerca de este tema.

- Actividad 3:

Diofanto fue un matemático griego que vivió entre los años 200 y 290.

Su vida apenas se conoce; sin embargo, hasta nosotros ha llegado un texto escrito por él llamado "La Aritmética". En él se plantean y resuelven 189 problemas de álgebra que hoy resolveríamos utilizando ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas de ecuaciones. Por este hecho se le conoce como el padre del Álgebra.



Sobre su tumba, a manera de epitafio, uno de sus alumnos escribió el siguiente problema que nos ayuda a conocer un poco más acerca de su vida:

"Transeúnte, esta es la tumba de Diofanto: es él quien con esta sorprendente distribución te dice el número de años que vivió. Su niñez ocupó la sexta parte de su vida; después, durante la doceava parte su mejilla se cubrió con el primer bozo. Pasó aún una séptima parte de su vida antes de tomar esposa y, cinco años después, tuvo un precioso niño que, una vez alcanzada la mitad de la edad de su padre, pereció de una muerte desgraciada. Su padre tuvo que sobrevivirle, llorándole, durante cuatro años. De todo esto se deduce su edad."

Plantea mediante una expresión algebraica este texto.

Solución:

En la lengua vernácula	En lenguaje algebraico
<i>Transeúnte, esta es la tumba de Diofanto: es él quien con esta sorprendente distribución te dice el número de años que vivió.</i>	x
<i>Su niñez ocupó la sexta parte de su vida.</i>	$x/6$
<i>Después, durante la doceava parte su mejilla se cubrió con el primer bozo.</i>	$x/12$
<i>Pasó aún una séptima parte de su vida antes de tomar esposa.</i>	$x/7$
<i>Cinco años después, tuvo un precioso niño.</i>	5
<i>Que, una vez alcanzada la mitad de la edad de su padre, pereció de una muerte desgraciada</i>	$x/2$
<i>Su padre tuvo que sobrevivirle, llorándole, durante cuatro años.</i>	4
<i>De todo esto se deduce su edad.</i>	$x = x/6 + x/12 + x/7 + 5 + x/2 + 4$

- Actividad 4:

Traduce al lenguaje algebraico:

Un chico y una chica caminaban juntos hacia el colegio llevando varios libros cada uno. La chica comienza a quejarse de la carga, a lo que el chico le contesta. "¿De qué te quejas? Si yo te cogiese un libro, mi carga sería el doble que la tuya. En cambio, si yo te doy un libro, tu carga se igualaría a la mía".



Solución:

Llamamos x al número de libros que lleva el chico, e y al número de libros que lleva la chica. Así, resulta:

En la lengua vernácula	En lenguaje algebraico
<i>Si yo te cogiese un libro</i>	$y - 1$
<i>mi carga</i>	$x + 1$
<i>sería el doble que la tuya</i>	$x + 1 = 2(y - 1)$
<i>Si yo te doy un libro</i>	$x - 1$
<i>tu carga</i>	$y + 1$
<i>se igualaría a la mía</i>	$x - 1 = y + 1$

Tarea para casa

Traducir al lenguaje algebraico los siguientes enunciados:

1. Cuatro hermanos tienen 45 euros. Si el dinero del primero se aumenta en 2 euros, el del segundo se reduce en 2 euros, el del tercero se duplica y el del cuarto se reduce a la mitad, todos los hermanos tendrán la misma cantidad de euros.



2. Las edades de dos hermanos difieren en 6 años y el año próximo el hermano mayor tendrá el doble de años que el menor.

3. El espacio recorrido por un móvil es igual a su velocidad por el tiempo que está en movimiento.



4. Ana y Carlos están merendando pasteles. Ana tiene el triple que Carlos. Pero Carlos no está muy conforme. A regañadientes, Ana, dio uno de sus pasteles a Carlos. Ahora todavía tiene el doble que Carlos.



5. En el corral de una granja-escuela hay sólo conejos y gallinas. Mario y Luisa deben informar a su maestra de cuántos animales hay allí. Cada uno cuenta a su manera. Cuando regresan Mario dice que contó 192 patas y Luisa, que contó las cabezas, llegó a 60.



- Actividad 1:

Los alumnos saldrán a la pizarra para corregir la tarea mandada para casa el día anterior.

- Actividad 2:

Alejandro debe comprar 3 kilos de manzanas y 2 kilos de peras, pero no sabe cuánto cuesta el kilo de cada fruta. Expresa mediante una expresión algebraica el coste total de la compra.

Alejandro va al mercado y encuentra varios puestos de fruta, en cada uno de ellos el precio de la fruta es diferente y debe calcular en qué puesto le saldrá más barata la compra.



	Puesto 1	Puesto 2	Puesto 3
Manzanas	0,90 €/kg	1 €/kg	1,15 €/kg
Peras	1,10 €/kg	1 €/kg	0,95 €/kg

¿Podrías ayudarle?

(El profesor puede recoger esta actividad para así evaluar el indicador “Resuelve problemas de la vida con números decimales (15)”.)

- Actividad 3:

Completa la siguiente tabla:

Monomio	Parte numérica	Parte literal
$4x^2y$		
	23	ab^2
$-6hg$		
7...		hg

Introducir el concepto de *monomios semejantes*.

- Actividad 4:

El profesor explicará la suma y la diferencia de monomios.

Pedir a dos alumnos que digan un monomio cada uno y que un tercero realice su suma y su diferencia. Repetir la actividad para que participen todos los alumnos e ir aumentando el número de monomios.

- Actividad 5:

El profesor explicará las operaciones con polinomios y se realizarán diferentes operaciones con polinomios que pondrán los alumnos.

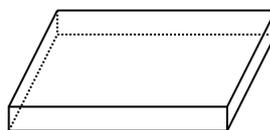
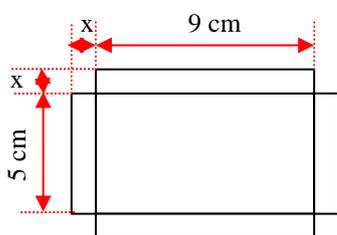
Tarea para casa

1. Calcula el valor numérico de las expresiones algebraicas siguientes, considerando:
 $a = 1; b = 3; c = 2; d = 5; f = 0$

Expresión algebraica	Reemplazar	Resultado
----------------------	------------	-----------

$3a^2 - bc - d$		
$2ab - bc - 5d$		
$2b^3 f$		
$5a^2 - 2b^3 - 4c^3 - d^5$		
$3(a-b) + 2(c-d)$		
$\frac{3c}{2} + \frac{10b}{5} - \frac{4a}{2}$		
$(b+c)^2$		

2. Consideremos una caja sin tapa y su desarrollo:



- Calcula su área.
- Calcula su volumen.

(El profesor puede recoger esta actividad para así evaluar los indicadores “Determina figuras a partir de ciertas propiedades.(31) e Interés por investigar formas y relaciones geométricas.(36)”)

3. Aquí tienes un rectángulo formado con nueve fichas. Cada ficha tiene en cada uno de sus lados una expresión algebraica sin simplificar, deberás simplificar las expresiones, recortar las fichas e intentar formar un nuevo rectángulo en el que las expresiones de los lados que se tocan sean la misma expresión simplificada.

$x(4x - 1)$	$x^2 + x - x^2 - 1$	$(x - 1)x$
$x(x^4 - 2) - 2x - (x - 4) - x$	$x^4(x + 1) - x^4 - x^5 - x - x$	$-3 - x^3(-1) - 2x^3 - x^3$
$(x - 1)(x - 1)$	$(2x - 3) - (x - 10)$	$(2x + 5) - (6 - x)$
$x^2 - (-1 + 2x)$	$x(-3 + x) + (3x + 3)$	$2x - (-3 + 2x)$
$x - 2(x - 1) - x - 2 - 2$	$x^2 - (4 + x^2) + x - x^2 + 7 - 6$	$(x - 2)x + 2x - x(x^3 + 1) - x^4$
$x^5 - (1 - 2x) + 1$	$2x - (-x^2 + 2x) + 2$	$(-2 + 3x) - (2x - 1)$
$x(x^3 - 3) + 3x - 7$	$2x - (-7 + x)$	$x + 2x - 1$
$2x - 4 - x + 4 - x(x^2) - 3$	$(x - 2) + (x - 2) - 2 - 2x + x$	$(x - 1) - x + 5 - 1 + x^2 - 4$
$x(4x + 2) - 3x$	$(x + 1)(x + 2) - 2$	$x^2 + x + 3 - x$

Sesión 4

- Actividad 1:
Se entrega un cuestionario de autocorrección de la tarea del día anterior y el alumno se valora a sí mismo con una nota que al final entregará al profesor.
- Actividad 2:
Realizar la presentación sobre el “Cuadrado de una suma”.
- Actividad 3:
Realizar la presentación sobre el “Cuadrado de una diferencia”.
- Actividad 4:
Realizar la presentación sobre el “Producto de suma por diferencia”.

Tarea para casa

1. Calcula el área de un salón cuadrado de lado $x + 5$ y de una cocina, también cuadrada, de lado $12 - x$.
2. Calcula el área de una cometa cuyas diagonales son $x + 1$ y $x - 1$.



3. Juan quiere comprar un terreno cuadrado, para ello, va a la inmobiliaria “Vendocasa” donde le enseñan el único que tienen. Cuando Juan va a ver el solar, descubre que:
 - a) Los lados miden 3 metros más de lo que el vendedor le había dicho. ¿Cuál es el área real del terreno? ¿Qué diferencia hay con el área del terreno que le querían vender?

- b) En realidad, el terreno no es cuadrado sino rectangular, pues uno de los lados mide dos metros menos de lo que le dijeron y el lado contiguo mide dos metros más. ¿Cuál es el área real del terreno? ¿Qué diferencia hay con el área del terreno que le querían vender?



Fase de Síntesis

Sesión 5

-Recopilación de lo trabajado hasta ahora:

(i) Presentar actividades de repaso de traducción de expresiones del lenguaje verbal al algebraico, cálculo del valor numérico de un polinomio, operaciones y simplificación de expresiones algebraicas e igualdades notables.

(ii) Recordar las igualdades notables.

- La prueba de evaluación, así como la fase de generalización, se realizarán en conjunto con las de la unidad siguiente de “Ecuaciones y sistemas”.

Evaluación de la Unidad Didáctica

La siguiente tabla muestra cómo se van a evaluar los indicadores seleccionados para la Unidad Didáctica Expresiones Algebraicas

Evaluación	Indicadores
Mediante una prueba. (se realizará junto a la de la Unidad 5)	1.Traducir expresiones del lenguaje verbal al lenguaje algebraico. (24) 2.Transformar expresiones algebraicas, que nos permitan más adelante resolver problemas de la vida real. (25) 3.Conocer las igualdades notables como medio para desarrollar expresiones algebraicas obtenidas del lenguaje verbal. (26)
Mediante recogida de información.	4.Escribir de forma clara y ordenada. (1) 5.Extraer las ideas principales de un texto.(2) 6.No cometer faltas de ortografía.(3) 7.Resolver problemas de la vida con números decimales. (15) 8.Determinar figuras a partir de ciertas propiedades. (31) 9.Interés por investigar formas y relaciones geométricas. (36) 10.Sabe trabajar en equipo. (72)