

Lenguaje Algebraico

Polinomios



¿Qué es el lenguaje algebraico?

Es el lenguaje que nos permite traducir situaciones de la vida real a lenguaje matemático mediante el uso de letras en combinación con símbolos y números.

	<u>Lenguaje Numérico</u>	<u>Lenguaje Algebraico</u>
Múltiplos de 5	5,10,15,20,...	$5 \cdot n$
Números pares	2,4,6,8,10,12,...	$2 \cdot y$
Números de 3 en 3	1,4,7,10,13,16,...	$3 \cdot x + 1$

Traducimos a lenguaje algebraico

1

Expresa algebraicamente y simplifica cada expresión:

- a) La suma de un número más su tercera parte.
- b) La suma de las edades de Ana y Raquel, sabiendo que Ana tiene 8 años más que Raquel.
- c) Invertí una cantidad, x , y ha aumentado un 12%. ¿Qué cantidad tengo ahora?
- d) Invertí una cantidad, x , y he perdido el 5%. ¿Qué cantidad tengo ahora?
- e) La suma de tres números consecutivos.
- f) El triple de un número menos su cuarta parte.
- g) La suma de las edades de Alberto y su padre, sabiendo que este tiene 28 años más que aquel.
- h) Un ciclista va a una velocidad v . Otro ciclista viene 10 km/h más rápido. ¿A qué velocidad se acerca el uno al otro?



Traducimos a lenguaje algebraico

2

Expresa algebraicamente y simplifica cada expresión:

- a) El producto de dos números naturales consecutivos.
- b) El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden x y $x + 5$.
- c) El área de un rectángulo cuyas dimensiones (largo y ancho) suman 11 dm.
- d) El área de un rectángulo de 200 m de perímetro.

3

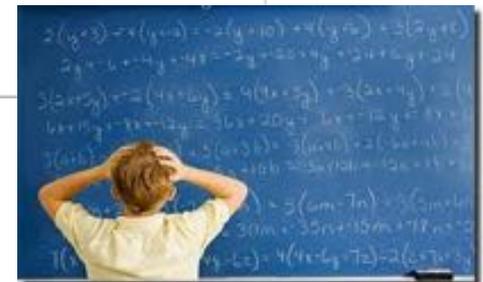
La diferencia de dos números es 20. Si al menor lo llamamos x :

- a) ¿Cómo se designa al mayor?
- b) ¿Cómo se designa su producto?
- c) ¿Cómo se designa la suma de sus cuadrados?



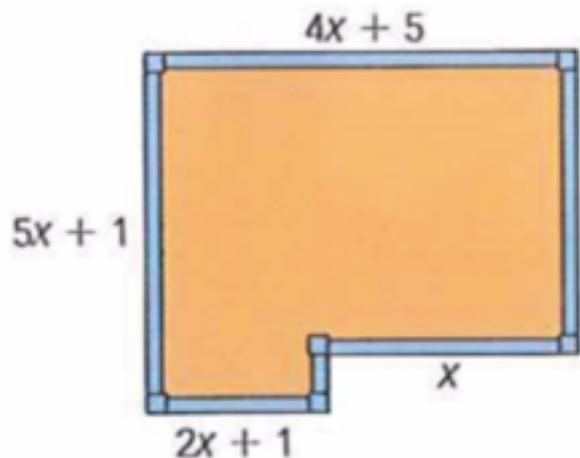
DEBERES – PAG.69 – 82 a 86

- 82** Escribe la expresión que da el coste de x contenedores que contienen x cajas en las que hay x bolsas con x artículos, sabiendo que cada artículo cuesta 10 €.
- 83** Encuentra el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden:
- a) x cm y $x + 1$ cm c) $2x - 1$ cm y $x + 3$ cm
b) $x - 1$ cm y $x + 1$ cm d) $3x$ cm y $x - 2$ cm
- 84** Escribe la expresión del volumen de un cubo cuya arista mide $2x + 3$ cm. Después halla el volumen de un cubo para el que $x = 5$ cm.

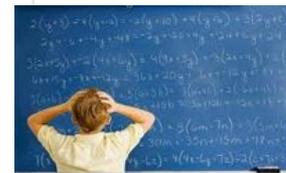


DEBERES – PAG.69

- 85 Las medidas de los lados de una habitación son las que se indican en el dibujo. Calcula el perímetro, el área y el volumen sabiendo que la altura es $\frac{5x}{4}$ cm.



- 86 Escribe la expresión del volumen de un cilindro cuya base tiene radio x cm y la altura es tres veces el diámetro de la base más 5 cm. Calcula su volumen si la base tiene 4 cm de radio.



1. Polinomios

Un **polinomio** es la suma o resta de varios monomios, que reciben el nombre de **términos**.

Al monomio que no tiene parte literal se le llama **término independiente**.

El **grado** del polinomio es el mayor de los grados de los monomios que contiene.

EJEMPLO

Indica los términos, los coeficientes y el grado del polinomio

$$P(x) = 7x^6 + 4x^4 - 6x^2 - 4$$

1. Polinomios

Pag. 54

1 PRACTICA. Indica el grado, el coeficiente principal y el término independiente de los polinomios.

a) $P(x) = 5x^2 + x - 4$ b) $P(x) = x^2 + 3x^3 - 4x$

Vídeo - Aplicación polinomios a la vida real



CREATED USING
BooToon

2. Valor numérico de un polinomio

El **valor numérico** de un polinomio cuando $x = a$, $P(a)$, es el número que resulta al sustituir x por a en el polinomio y operar.

Pag. 54

2 APLICA. Dado $P(x) = x^3 - 2x^2 + 1$, halla $P(1)$.

DEBERES – Pag.66

39 Sabiendo que el valor numérico para $x = -3$ de $P(x) = x^3 + 3x^2 - ax + 5$ es -1 , calcula el valor de a .

40 Halla a si el valor numérico del polinomio $P(x) = x^3 - (x^2 - ax) + a$ en $x = 2$ es 7 .

3. Suma y Resta de Polinomios

$$A = 3x^2 + 5x - 2, \quad B = x^3 + 4x^2 - 5$$

Calcula A+B

Calcula A-B

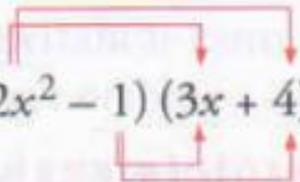
4. Producto de Polinomios

$$M = x^3 - 2x^2 + 5x - 1, N = 3x^2$$

Calcula MxN

4. Producto de Polinomios

A veces, cuando hay pocos términos, realizamos el producto escribiéndolo directamente. Por ejemplo:

$$(2x^2 - 1)(3x + 4) = 6x^3 + 8x^2 - 3x - 4$$


4. Producto de Polinomios

$$P = 2x^3 - 4x^2 - 1, \quad Q = 3x - 2$$

Calcula $P \times Q$

Ejercicios – Pag 54

3 REFLEXIONA. Realiza la suma y el producto de los polinomios $P(x) = 3x^3 + 2x - 4$ y $Q(x) = -2x + 5$.

5. Extraer factor común

Pag. 54

4 Extrae factor común en las siguientes expresiones.

a) $4x + 8y$

b) $3x + 6y - 9z$

c) $x^3 - x^2 + x^5$

d) $x^5 - 2x^4 + x^3$

e) $2x^2 - 6x + 4x^3$

f) $3x^3 - 6x^4 + 9x^2$

g) $12x + 6x^2 + 3$

h) $12x^3 + 6x^2 + 6x$

i) $xy - 5xyz^2 + 2xz$

j) $5x^2y - 10x + 15xz$

5. Extraer factor común

Pag. 54

5 Escribe dos polinomios de cuarto grado de los que se pueda extraer como factor común:

a) $2xy$

b) $3x$

c) x^3

d) $2xy^2$

5. Extraer factor común

6 ¿Cuál es el factor común en los términos de estas expresiones?

a) $(x + 1) \cdot (x - 3) + (x - 3) \cdot (x + 2)$

b) $(x - 2) \cdot (x - 1) + 3 \cdot (x - 1) \cdot (x - 2)$

c) $4 \cdot (x + 4) \cdot (x - 2) + 6 \cdot (x - 2) \cdot (x + 2)$

d) $(x + 2) \cdot (x - 1) + 3(x - 1)$

e) $-2x - 4 + 2(x + 2) \cdot (x - 3)$

f) $3(x + 1) + (6 + 6x)$

g) $(x + 5) \cdot (x - 2) + (x^2 - 4)$

6. Potencia de un polinomio

La potencia de un polinomio, $P(x)^n$, es una forma abreviada de escribir el producto del polinomio n veces.

$$P(x)^n = \underbrace{P(x) \cdot P(x) \cdot \dots \cdot P(x)}_{n \text{ veces}}$$

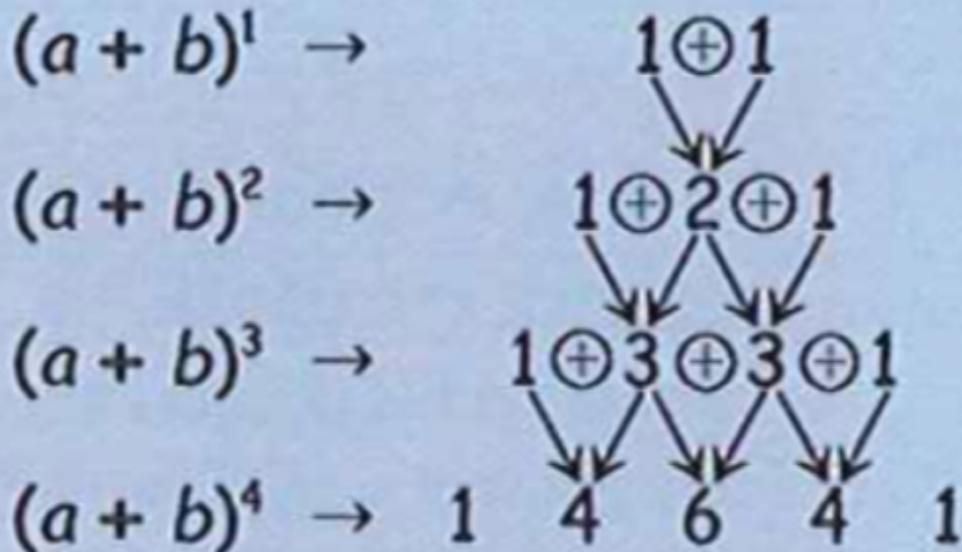
Calcular $(a+b)^2$ y $(a+b)^3$

6. Potencia de un polinomio

Potencias de $(a + b)$	Potencias de $(a - b)$
$(a + b)^1 = a + b$	$(a - b)^1 = a - b$
$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) =$ $= a^2 + ab + ba + b^2 =$ $= a^2 + 2ab + b^2$	$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) =$ $= a^2 - ab - ba + b^2 =$ $= a^2 - 2ab + b^2$
$(a + b)^3 = (a + b) \cdot (a + b)^2 =$ $= (a + b) \cdot (a^2 + 2ab + b^2) =$ $= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$(a - b)^3 = (a - b) \cdot (a - b)^2 =$ $= (a - b) \cdot (a^2 - 2ab + b^2) =$ $= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
...	...
$(a + b)^n = a^n b^0 + c_{n-1} a^{n-1} b^1 + \dots$ $\dots + c_1 a^1 b^{n-1} + a^0 b^n$	$(a - b)^n = (a + (-b))^n =$ $= a^n (-b)^0 + c_{n-1} a^{n-1} (-b)^1 + \dots$ $\dots + c_1 a^1 (-b)^{n-1} + a^0 (-b)^n$

6. Potencia de un polinomio

Triángulo de Tartaglia



$(x + 2)^4$ Fila 4 del triángulo de Tartaglia \rightarrow Coeficientes: 1, 4, 6, 4 y 1

$$(x + 2)^4 = 1 \cdot x^4 \cdot 2^0 + 4 \cdot x^{4-1} \cdot 2^1 + 6 \cdot x^{4-2} \cdot 2^2 + 4 \cdot x^{4-3} \cdot 2^3 + 1 \cdot x^{4-4} \cdot 2^4 = x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16$$

Ejercicios – Pag.56

7 PRACTICA. Calcula las siguientes potencias.

a) $(x + 3)^2$

d) $(x - 2)^4$

b) $(3x - 5)^2$

e) $(2x - y)^4$

c) $(x + 2y)^3$

f) $(3y - x)^5$

7. Identidades Notables

Cuadrado de una suma: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Cuadrado de una diferencia: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Suma por diferencia: $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Pag. 54

10 PRACTICA. Desarrolla mediante las igualdades notables.

a) $(x + 3y)^2$

d) $(x + 5y) \cdot (x - 5y)$

b) $(3x + 2) \cdot (3x - 2)$

e) $(-3x + y)^2$

c) $(5x - 1)^2$

f) $(-2x - y)^2$

Ejercicio Propuesto

Ejercicios – Pag 49.

Transforma las siguientes expresiones aplicando las igualdades notables.

a) $x^2 + 6x + 9$

b) $9x^4 - 1$

c) $36x^2 - 12x + 1$

d) $x^2 - 4$

e) $x^2 + 18x + 81$

f) $9x^2 + 6x + 1$

g) $4x^2 - 12x + 9$

h) $16x^8 - 16$

8. División de Polinomios

$$P(x) = 2x^3 - 7x^2 - 11x + 3 \quad Q(x) = 2x + 3 \quad P(x) : Q(x)$$

$$2x^3 - 7x^2 - 11x + 13 \quad | \quad \underline{2x + 3}$$

DEBERES – Pag.58

13 PRACTICA. Realiza estas divisiones con polinomios e indica el cociente y el resto.

a) $(5x^2 + 7x - 3) : (x + 3)$

b) $(x^3 - 2x^2 + 2x - 1) : (x - 1)$

c) $(2x^4 - 3x^3 + 5x + 4) : (x^2 + 2)$

PARA ENTREGAR – Pag.58

15 REFLEXIONA. Calcula m sabiendo que el resto de esta división es 5.

$$(3x^4 - m) : (x^2 + 1)$$

9. División mediante Regla de Ruffini

La **regla de Ruffini** es un procedimiento para dividir un polinomio entre otro del tipo $x - a$, con a un número entero.

Calcula $(x^3 + 1) : (x - 2)$.

	1	0	0	1
	<hr/>			

9. División mediante Regla de Ruffini

$$(3x^3 + 4x - 2) : (x - 2)$$

DEBERES – Pag.59

16 Aplica la regla de Ruffini para resolver estas divisiones.

a) $(2x^3 - 4x^2 - 6x + 8) : (x + 1)$

b) $(-5x^3 + 2x^2 - x + 3) : (x - 2)$

c) $(x^4 + 3x^3 - 5x^2 + x - 7) : (x + 3)$

d) $(2x^4 - x^3 + 6x^2 - 3x + 1) : (x + 2)$

e) $(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1) : (x - 1)$

f) $(-x^5 + 2x^4 - x^3 + 2x^2 - x - 1) : (x - 3)$

10. Teorema del resto

Teorema del resto

El valor numérico de un polinomio $P(x)$ para $x = a$ coincide con el resto de la división $P(x) : (x - a)$.

¿Por qué?

$$P(x) = (x - a) \cdot C(x) + R(x)$$

$$P(a) = (a - a) \cdot C(a) + R(a) = R(a)$$

DEBERES – Pag.60

19 PRACTICA. Calcula el resto de las siguientes divisiones mediante la regla de Ruffini y el teorema del resto, y comprueba que coinciden.

a) $(x^2 + 3x - 4) : (x - 5)$

b) $(2x^3 - 5x + 7) : (x - 2)$

c) $(-x^3 + 2x - 1) : (x + 1)$

21 REFLEXIONA. Dado el polinomio

$$P(x) = x^3 + mx - 3$$

calcula el coeficiente m sabiendo que el resto de $P(x) : (x - 2)$ es 5.

11. Raíces de un polinomio

Un número a es una raíz del polinomio $P(x)$ si $P(a) = 0$

22 PRACTICA. Decide si las siguientes son raíces del polinomio $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$.

a) $x = 2$

c) $x = 1$

b) $x = -1$

d) $x = -5$

11. Raíces de un polinomio

23 APLICA. Calcula las raíces enteras de $P(x)$.

$$P(x) = x^3 + x^2 - 2x - 2$$

24 REFLEXIONA. Escribe dos polinomios que tengan como raíz $x = 1$.

Factorizar un polinomio

Factorizar un polinomio consiste en expresarlo como un producto de polinomios del menor grado posible.

Si un polinomio no se puede factorizar, decimos que es **irreducible**.

Si a es raíz de $P(x)$, entonces $P(x) = (x - a) \cdot C(x)$

Factoriza el polinomio $x^3 + x^2 - 2x$.

Ejercicios – Pag 63.

Factoriza los siguientes polinomios.

a) $P(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$

b) $P(x) = x^3 + x^2 - 6x$

c) $P(x) = x^4 - x^3 - 6x^2$

Ejercicios – Pag 62.

25 PRACTICA. Factoriza estos polinomios.

a) $x^2 - 2x - 3$

b) $5x^3 - 5x$

c) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

d) $x^3 + 4x^2 + 5x + 2$

e) $x^4 - 3x^2 + 2x$

f) $x^5 - 5x^3 + 4x$

g) $x^3 - 4x^2 + 4x - 16$

h) $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$