

Sistemas de Ecuaciones e Inecuaciones

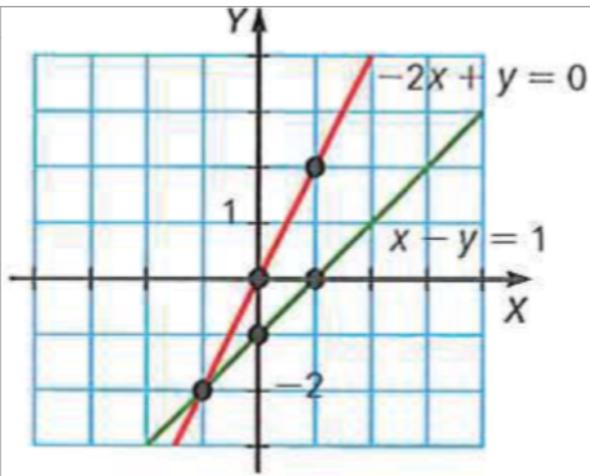


1. Sistemas de ecuaciones lineales

Un **sistema de ecuaciones lineales** con dos incógnitas es un conjunto de ecuaciones lineales con dos incógnitas para el que se quiere encontrar una solución común.

Una **solución del sistema** de ecuaciones es cada par de valores que cumple todas las ecuaciones a la vez.

Calcula las soluciones del sistema
$$\left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ -2x + y = 0 \end{array} \right\}$$



2. Tipos de sistemas según sus soluciones

Según su número de soluciones un sistema puede ser:

- **Compatible determinado:** tiene una única solución. Su representación gráfica es dos rectas que se cortan en un punto.
- **Compatible indeterminado:** tiene infinitas soluciones. Su representación gráfica es dos rectas que coinciden (coincidentes).
- **Incompatible:** no tiene solución. Su representación gráfica es dos rectas paralelas.

Ejercicio: Inventa un ejemplo de cada uno de los posibles tipos de sistemas según sus soluciones.

DEBERES – PAG.94

2 APLICA. Escribe un sistema cuya solución sea:

a) $x = 2, y = -1$ b) $x = -3, y = 5$

3 REFLEXIONA. Añade una ecuación $ax + by = c$ para que forme con $2x - y = 6$ un sistema compatible indeterminado y escribe alguna de las soluciones de ese sistema.

3. Representación gráfica de sistemas

DEBERES – PAG.95

4 Resuelve gráficamente.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x - 4y = 10 \\ 3x + 6y = 2 \end{array} \right\}$$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} x - y = 2 \\ x + y = -6 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 2x - y = 5 \\ x + 3y = -1 \end{array} \right\}$$

$$\text{e) } \left. \begin{array}{l} 3x + y = 6 \\ x + 2y = -5 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} x - 7y = 3 \\ x + y = 4 \end{array} \right\}$$

$$\text{f) } \left. \begin{array}{l} x + y = 0 \\ -x + y = 4 \end{array} \right\}$$

4. Métodos de resolución de sistemas

- **Método de sustitución:** consiste en despejar una incógnita en una de las ecuaciones y sustituir su valor en la otra.
- **Método de igualación:** consiste en despejar la misma incógnita en las dos ecuaciones e igualar los resultados.
- **Método de reducción:** consiste en igualar, mediante multiplicaciones, los coeficientes de una de las incógnitas en las dos ecuaciones, de forma que, al restarlas, resulte una ecuación con una sola incógnita.

Ejercicio: Resuelve por los 3 métodos:

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

4. Métodos de resolución de sistemas

DEBERES
- PAG.97

10 Halla la solución de estos sistemas.

$$\text{a) } \left. \begin{aligned} \frac{x-1}{4} - \frac{y+2}{3} &= 0 \\ \frac{x+3}{5} - \frac{y-2}{4} &= 2 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{aligned} \frac{5(x-2)}{3} - \frac{3(y+1)}{4} &= \frac{x-7y}{12} \\ \frac{6-(x+y)}{2} - \frac{(5-x)4}{5} &= \frac{x+2y}{10} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{aligned} \frac{7x+5y}{10} - \frac{4(x+y)}{5} &= \frac{x-y}{10} \\ \frac{3x+y+2}{4} - \frac{y-2x}{6} &= \frac{y-x}{4} \end{aligned} \right\}$$

5. Sistemas de ecuaciones no lineales

Los **sistemas de ecuaciones no lineales** son aquellos que contienen alguna ecuación no lineal (de grado mayor que 1, racionales, con radicales...).

Explica por qué estos sistemas son no lineales.

a)
$$\left. \begin{array}{l} 3x + y = 5 \\ x^2 + y = -1 \end{array} \right\}$$

b)
$$\left. \begin{array}{l} \frac{3x}{y} + 2y = 9 \\ x + 4y = 9 \end{array} \right\}$$

c)
$$\left. \begin{array}{l} xy + 3y = -1 \\ -x - 3y = 2 \end{array} \right\}$$

d)
$$\left. \begin{array}{l} 3\sqrt{x+1} - y = 5 \\ x + y = 4 \end{array} \right\}$$

e)
$$\left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 1 \\ 2^x + 2y = 4 \end{array} \right\}$$

5. Sistemas de ecuaciones no lineales

Comprueba si $(6, 4)$ y $(1, 2)$ son soluciones de este sistema.

$$\left. \begin{array}{l} 2\sqrt{x+3} - y = 2 \\ x + y = 3 \end{array} \right\}$$

5. Sistemas de ecuaciones no lineales

DEBERES – PAG.99

16 Resuelve.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 29 \\ x + 2y = 12 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 25 \\ x - y = 1 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} 2x \cdot (x + y) = -6 \\ x^2 + y = 5 \end{array} \right\}$$

5. Sistemas de ecuaciones no lineales

DEBERES – PAG.99

17 Halla la solución de estos sistemas.

$$\text{a) } \left. \begin{aligned} \frac{1}{x-y} + \frac{3}{x} &= 2 \\ 3x - y - 1 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

18 Halla la solución de los

$$\text{a) } \left. \begin{aligned} \sqrt{x} + 2y &= -1 \\ x - 1 &= y + 1 \end{aligned} \right\}$$

- 70** Calcula dos números naturales sabiendo que la tercera parte del mayor más la mitad del menor resulta el número inmediatamente anterior al menor, y la raíz cuadrada de la suma del mayor más el doble del menor es cinco.
- 71** Sabiendo que dos relojes cuestan igual que tres pulseras y que los cinco objetos cuestan 144 €, calcula cuánto cuesta cada uno y cuántos relojes se compran con el dinero con el que se compran 12 pulseras.
- 72** La suma de las áreas de dos cuadrados distintos es 97 cm^2 y la diferencia de sus perímetros es 20 cm. Halla el lado de cada cuadrado.

- 73** Halla las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 34 cm y cuyo perímetro es 92 cm.
- 74** Halla el perímetro de un rectángulo cuya área es 75 cm^2 y cuya altura es la tercera parte de la base.
- 75** Halla el área de un rombo sabiendo que su perímetro es 23,324 cm y la suma de sus diagonales es 16 cm.
- 76** El área de una corona circular cuyos radios se diferencian en 4 unidades es $100,53 \text{ cm}^2$. Calcula los radios.

6. Problemas de sistemas

- 77** Aumentando el lado de un cuadrado dos unidades, el área aumenta 20 unidades cuadradas. Halla el lado del cuadrado original.
- 78** Javier tiene ocho monedas y 3,10 €. Calcula cuántas monedas de cada tipo tiene sabiendo que son todas de 0,50 € o 0,20 €.

6. Problemas de sistemas

80 Luisa lleva 20 monedas de 1 € y 2 € en su monedero. Decide cambiarlas por billetes de 5 € para no llevar tanto peso y le dan 5 billetes. Halla cuántas monedas de cada tipo llevaba.

81 La suma de dos números es 27 y la diferencia de sus cuadrados es 81. Halla los números.

6. Problemas de sistemas

- 84 Marta nació 4 años después que Carlos. Calcula sus edades sabiendo que al sumar a la suma de sus edades actuales la suma de las edades que tendrán dentro de 10 años resultan 40 años.
- 85 Alicia es la mayor de tres hermanos, Luis es el mediano y Ángel es el menor. La diferencia de edad entre Ángel y Luis es el doble de la diferencia de edad entre Alicia y Luis. Halla sus edades sabiendo que la suma de sus edades actuales es 23 años y que la diferencia de los cuadrados de las edades de Alicia y Luis es 88 años.

6. Problemas de sistemas

87

Se mezcla vinagre de 1,20 €/ℓ con vinagre de 1,60 €/ℓ, de forma que resultan 100 ℓ de vinagre de 1,30 €/ℓ. Calcula los litros de cada tipo de vinagre que se han mezclado.

89

Se han mezclado 300 kg de patatas de dos clases diferentes; una clase se vende a 2 €/kg, y otra a 2,50 €/kg. La mezcla resulta a 2,40 €/kg. Calcula cuántos kg de cada clase de patatas se han mezclado.

6. Sistemas de inecuaciones con 1 incógnita

Un sistema de inecuaciones con una incógnita es un conjunto de inecuaciones del que se quiere obtener una solución común.

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 1 > -2 \\ 4 - 2x \leq 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 5 \leq 1 \\ 4 - 2x > -4 \end{array} \right\}$$

7. Sistemas de inecuaciones con 1 incógnita

DEBERES – PAG.100

19 PRACTICA. Decide si los valores $x = -2$, $x = 0$ y $x = 3$ son soluciones de estos sistemas.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x > 0 \\ 2x \geq 4 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} > -2 \\ 5x - 4 \leq 2 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x + 3 < 2 \\ 2x - 5 < 3 \end{array} \right\}$$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} 6x - 3 \geq x + 7 \\ 7x + 3 \leq 15 + 3x \end{array} \right\}$$

7. Sistemas de inecuaciones con 1 incógnita

DEBERES
PAG.101

22 Resuelve los sistemas de inecuaciones que aparecen a continuación.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x + 4 > 5 - 2x \\ 3x \geq 9 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 6x - 3 \geq x + 7 \\ 7x + 3 \leq 15 + 3x \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} 2(x + 3) > 4 \\ 2x - 3 < x \end{array} \right\}$$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} 5x - 2(8 - x) \leq -2 \\ 4(x + 6) - 8 > 0 \end{array} \right\}$$

7. Sistemas de inecuaciones con 1 incógnita

DEBERES – PAG.101

23 Halla la solución de los sistemas de inecuaciones.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} \frac{x-3}{4} + \frac{x}{2} \leq 1 \\ \frac{x-3}{2} + \frac{x+3}{5} < 2 \end{array} \right\}$$

7. Sistemas de inecuaciones con 1 incógnita

DEBERES – PAG.101

24 Encuentra la solución de estos sistemas.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x > 0 \\ 2x + 1 \geq 0 \\ 4x - 3 < 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 5x - 2 \leq 0 \\ 3x + 4 > 0 \\ \frac{x + 9}{2} \geq 3 \end{array} \right\}$$

8. Sistemas de inecuaciones con 2 incógnitas

Una **inecuación lineal con dos incógnitas** es una desigualdad de uno de estos tipos:

$$ax + by < c \quad ax + by \leq c \quad ax + by > c \quad ax + by \geq c$$

donde a , b y c son números y x e y son incógnitas.

Las **soluciones** de estas inecuaciones se expresan en forma de regiones del plano delimitadas por una recta.

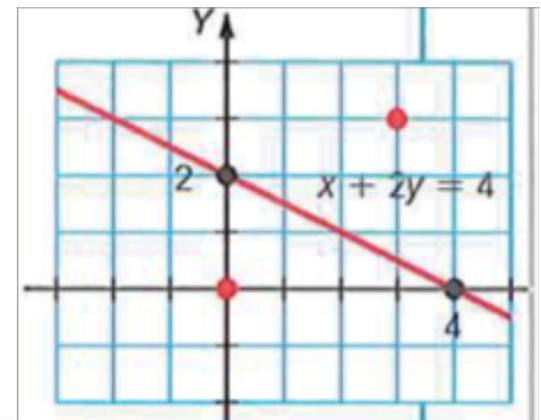
Resuelve la inecuación con dos incógnitas $x + 2y > 4$.

$$x + 2y = 4 \xrightarrow{x=0} y = 2 \rightarrow (0, 2).$$

$$x + 2y = 4 \xrightarrow{y=0} x = 4 \rightarrow (4, 0).$$

Elegimos un punto de una región, el $(0, 0)$,

y comprobamos si es solución.



8. Sistemas de inecuaciones con 2 incógnitas

DEBERES – PAG.102

25 PRACTICA. Resuelve.

a) $x + 2y \leq -1$

b) $2x + 4y \leq -7$

c) $x + 2y \geq -1$

d) $2x + 4y \geq -7$

e) $x + 2y < -1$

f) $2x + 4y > -7$

g) $x + 2y > -1$

h) $2x + 4y < -7$

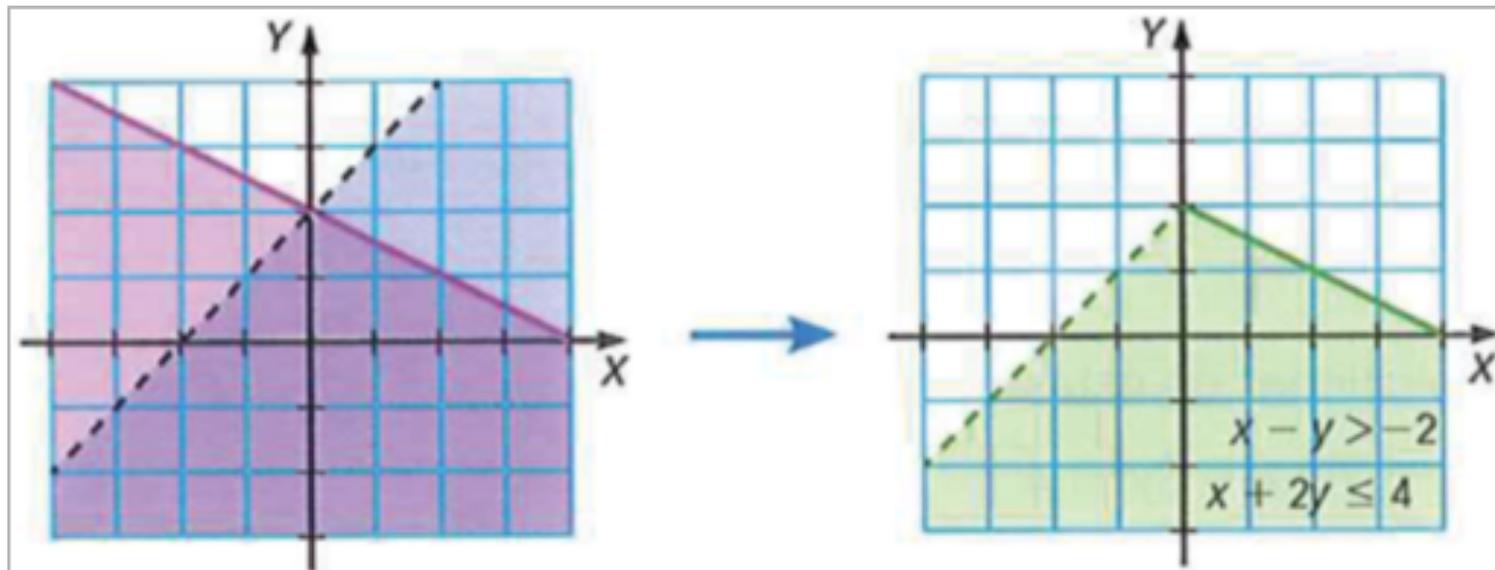
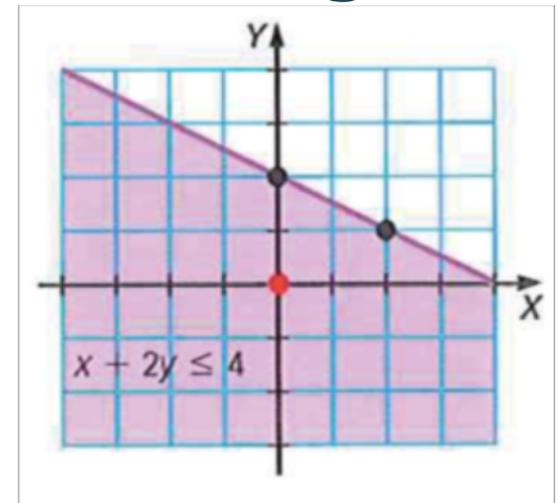
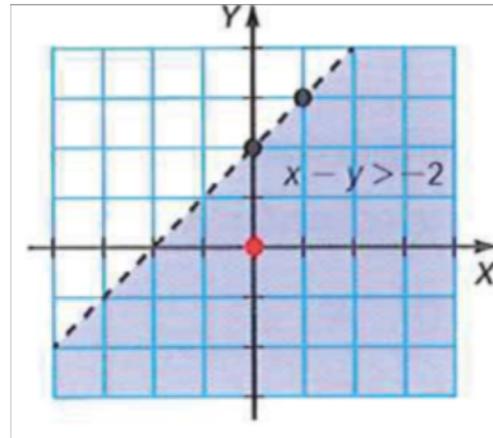
8. Sistemas de inecuaciones con 2 incógnitas

DEBERES – PAG.102

- 27 REFLEXIONA.** Halla un sistema de inecuaciones con dos incógnitas cuya solución sea el interior de:
- a) Un triángulo.
 - b) Un rectángulo.

8. Sistemas de inecuaciones con 2 incógnitas

$$\left. \begin{array}{l} x - y > -2 \\ x + 2y \leq 4 \end{array} \right\}$$



8. Sistemas de inecuaciones con 2 incógnitas

DEBERES – PAG.103

28 Resuelve.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x + 4y \leq 1 \\ x - 2y \geq 2 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 2x + y \geq -1 \\ 4x - y \geq -3 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} 2x + 3y \leq 4 \\ x + y \geq -3 \end{array} \right\}$$

9. Problemas de inecuaciones

90

¿Para qué números la diferencia de su cuadrado y su cuádruple es positiva?

91

¿Qué números cumplen que su cuadrado menos su mitad da como resultado un número negativo?

92

Encuentra todos los números para los que el producto de ellos por su consecutivo es un entero negativo.