

Lenguaje Algebraico

Polinomios



¿Qué es el lenguaje algebraico?

Es el lenguaje que nos permite traducir situaciones de la vida real a lenguaje matemático mediante el uso de letras en combinación con símbolos y números.

	<u>Lenguaje Numérico</u>	<u>Lenguaje Algebraico</u>
Multiplos de 5	5,10,15,20,...	$5 \cdot n$
Números pares	2,4,6,8,10,12,...	$2 \cdot y$
Números de 3 en 3	1,4,7,10,13,16,...	$3 \cdot x + 1$

JUEGO DE ADIVINANZAS

1. Pensad un número.
2. Sumadle 3.
3. Multiplicad el resultado por 2.
4. Ahora sumadle 4.
5. Dividid entre 2.
6. Restad, al resultado obtenido, el número que habíais pensado.

Resultado: 5

¿Cómo sabemos el resultado?



Completa la tabla

Piensa un número.	
Multiplícalo por 3.	
Suma 6.	
Divide entre 3.	
Resta, al resultado obtenido, el número que habías pensado.	
Resultado: 2	



Completa la tabla

Piensa un número.	
Súmale 7.	
Multiplica por 2.	
Divide entre 2.	
Resta, al resultado obtenido, el número que habías pensado.	
Resultado: 7	



Video Magia con Números

<https://www.youtube.com/watch?v=Z1GpoeuyU14>

Traducimos a lenguaje algebraico

- 1) El doble de un número menos su cuarta parte.
- 2) Años de Ana Belén dentro de 12 años.
- 3) Años de Isabel hace tres años.
- 4) La cuarta parte de un número más su siguiente.
- 5) Perímetro de un cuadrado.
- 6) Un número par.
- 7) Un número impar.
- 8) Un múltiplo de 7.
- 9) Dos números enteros consecutivos.
- 10) Dos números que se diferencian en dos unidades.



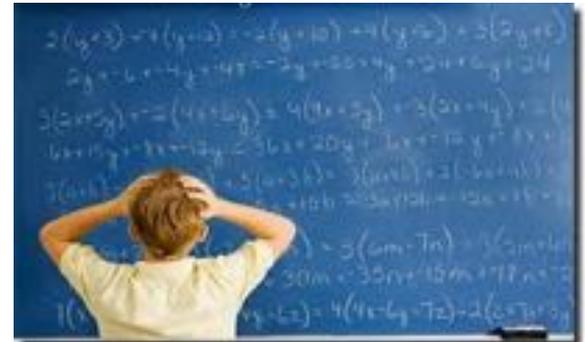
Traducimos a lenguaje algebraico

- 11) El doble de un número menos su quinta parte.
- 12) El quíntuplo de un número más su quinta parte.
- 13) La edad de una señora es el doble de la de su hijo menos 5 años.
- 14) Dos números se diferencian en 13 unidades.
- 15) Dos números suman 13.
- 16) Un hijo tiene 22 años menos que su padre.
- 17) Dos números cuya suma es 25.
- 18) La cuarta parte de la mitad de un número.
- 19) Dimensiones de un rectángulo en el que su largo tiene 6 metros más que el ancho.
- 20) Un tren tarda tres horas menos que otro en ir de Madrid a Barcelona.



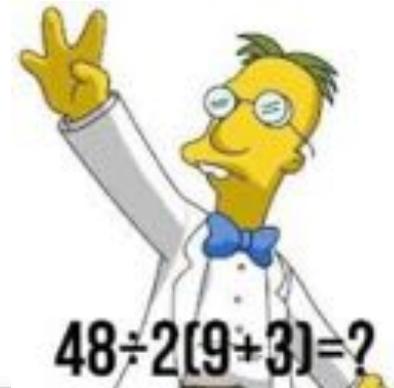
Traducimos a lenguaje algebraico

- 21) Repartir una caja de manzanas entre seis personas.
- 22) Un número es 10 unidades mayor que otro.
- 23) Un número menos su mitad más su doble.
- 24) Un número 5 unidades menor que otro.
- 25) El cuadrado de un número.
- 26) Un número y su opuesto.
- 27) Un número y su inverso.
- 28) Veinticinco menos el cuadrado de un número.
- 29) El cuadrado de un número menos su cuarta parte.
- 30) Dividir 25 en dos partes.



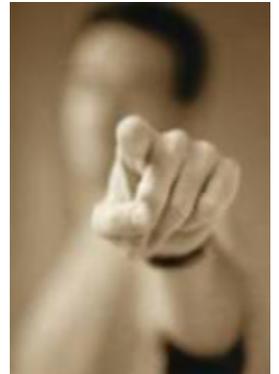
Traducimos a lenguaje algebraico

- 30) Dividir 25 en dos partes.
- 31) La suma de un número al cuadrado con su consecutivo.
- 32) La suma de un número con su consecutivo al cuadrado.
- 33) El cociente entre un número y su cuadrado.
- 34) La diferencia de dos números impares consecutivos.
- 35) El producto de un número con su consecutivo.
- 36) La diferencia de dos números consecutivos elevados al cuadrado.
- 37) Triple de un número elevado al cuadrado.
- 38) Restar 7 al duplo de un número al cuadrado.
- 39) Roberto es cinco años más joven que Arturo.
- 40) Antonio tiene 20 euros más que Juan.



Traducimos a lenguaje algebraico

- 41) Carmen supera a Concha en tres años.
- 42) El precio de "m" libros a 49 euros cada uno.
- 43) El número que es la cuarta parte del número "y".
- 44) Dos múltiplos de tres consecutivos.
- 45) El 25% de un número.
- 46) Lo que cuestan "c" metros de cuerda si cada metro cuesta 8 euros.
- 47) El beneficio que se obtiene en la venta de un artículo que cuesta "a" euros y se vende por "b" euros.
- 48) Lo que cuesta un lápiz si 15 cuestan "p" euros.
- 49) El número que representa 12 unidades más que el número "x".
- 50) La edad de Juan es ocho veces la de Rafael.



Traducimos a lenguaje algebraico

- 51) El número que representa 20 unidades menos que el número "h".
- 52) El número que es tres veces mayor que el número "n".

Considerando un rebaño de "x" ovejas:

- 53) Número de patas del rebaño.
- 54) Número de patas si se mueren 6 ovejas.
- 55) Número de ovejas después de nacer 18 corderillos.
- 56) Número de ovejas después de dos años si el rebaño crece un cuarto al año.

Considerando que Ana tiene "x" euros:

- 57) Enrique tiene 100 euros más que Ana.
- 58) Susana tiene el doble de Enrique.
- 59) Charo tiene 400 euros menos que Susana.



Preparamos la resolución de Ec.Grado 1

1

Expresa algebraicamente y simplifica cada expresión:

- a) La suma de un número más su tercera parte.
- b) La suma de las edades de Ana y Raquel, sabiendo que Ana tiene 8 años más que Raquel.
- c) Invertí una cantidad, x , y ha aumentado un 12%. ¿Qué cantidad tengo ahora?
- d) Invertí una cantidad, x , y he perdido el 5%. ¿Qué cantidad tengo ahora?
- e) La suma de tres números consecutivos.
- f) El triple de un número menos su cuarta parte.
- g) La suma de las edades de Alberto y su padre, sabiendo que este tiene 28 años más que aquel.
- h) Un ciclista va a una velocidad v . Otro ciclista viene 10 km/h más rápido. ¿A qué velocidad se acerca el uno al otro?

Preparamos la resolución de Ec.Grado 2

2

Expresa algebraicamente y simplifica cada expresión:

- a) El producto de dos números naturales consecutivos.
- b) El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden x y $x + 5$.
- c) El área de un rectángulo cuyas dimensiones (largo y ancho) suman 11 dm.
- d) El área de un rectángulo de 200 m de perímetro.

3

La diferencia de dos números es 20. Si al menor lo llamamos x :

- a) ¿Cómo se designa al mayor?
- b) ¿Cómo se designa su producto?
- c) ¿Cómo se designa la suma de sus cuadrados?

Monomios

Monomio es el producto indicado de un número por una o más letras:

- Las letras (**parte literal**) representan números de valor desconocido. Por eso conservan todas las propiedades de los números y sus operaciones.
- **Coficiente** es el número que interviene.

Se llama **grado** de un monomio al número de factores que forman su parte literal.

Un número puede ser considerado como un monomio de grado 0, pues $x^0 = 1$.

MONOMIO	$3x^2$	$2y$	$-5x^2y$	$-\frac{3}{2}x^3$	x	7
COEFICIENTE						
PARTE LITERAL						
GRADO						

Monomios

Dos **monomios** son **semejantes** cuando tienen idéntica la parte literal.

Por ejemplo: $2x$, $-5x$, $\frac{3}{4}x$, x son semejantes.

$5x^2$, $\sqrt{2}x^2$, $\frac{3}{5}x^2$, x^2 son semejantes.

Valor numérico de un monomio para cierto valor de cada una de las letras que intervienen es el resultado que se obtiene al efectuar las operaciones con los números que resultan de la sustitución.

Por ejemplo, el valor numérico de $3xy$ para $x = 2$, $y = -5$ es $3 \cdot 2 \cdot (-5) = -30$.

Ejercicios – Pag 42

1 Completa la siguiente tabla en tu cuaderno.

Monomio	$4xy^2t$	$-2a^3b^2$	$6m^2k$	n^3c
Incógnitas				
Parte literal				
Coefficiente				
Grado				

Ejercicios – Pag 42

2 Indica si estos monomios son semejantes.

a) $\frac{2}{5}b^3cd$ y $\frac{1}{3}b^2cd$

c) $2m^6j$ y $-8m^5j$

b) $7x^2y^3z^4$ y $-5x^2y^3z^4$

d) $\frac{1}{2}kh^3t$ y $2h^3t$

Ejercicios – Pag 42

- 3 Escribe un monomio en cada caso.
- a) Semejante a $-2zw^3h$.
 - b) Con las mismas incógnitas que $6x^2vs^2$.
 - c) Con tres incógnitas y grado 6.
 - d) Con el mismo grado que $5d^2e^3f^4$, pero distintas incógnitas.
 - e) No semejante a $2x^4wa$.
 - f) Con grado 5 y las incógnitas k, d, m y x .
 - g) Con coeficiente negativo y fraccionario y grado 4.
 - h) Semejante a $9m^4fc^3$.
 - i) Con el mismo coeficiente que $\frac{1}{5}x^2y^2$.

Operaciones con Monomios

Para sumar o restar monomios, estos tienen que ser semejantes.

Para sumar o restar monomios, se suman o se restan sus coeficientes y se mantiene la misma parte literal.

Para multiplicar o dividir monomios, se multiplican o dividen, por un lado, los coeficientes y, por otro, las partes literales.

EJEMPLOS

Opera, si es posible, los siguientes monomios.

a) $5x^2y^4 - 2x^2y^4 \rightarrow$

b) $\frac{3}{2}x^6y^2 + 2x^6y^2 \rightarrow$

c) $4xy^3 + 6xy^3 - 4y^3 \rightarrow$

Operaciones con Monomios

EJEMPLOS

4. Multiplica y divide los siguientes monomios.

a) $4x^2 \cdot (-2x) \rightarrow$

b) $\frac{2}{3}xy^4 \cdot 6x^2y \rightarrow$

c) $\frac{9x^4y^2}{3x^2y} \rightarrow$

Ejercicios – Pag 43

4 Efectúa las siguientes operaciones con monomios.

$$\text{a) } 7x^4 + \frac{1}{2}x^4 + \frac{2}{3}x^4 - \frac{10}{6}x^4$$

$$\text{b) } \frac{1}{3}xy^2 + 2xy^2 - \frac{4}{3}xy^2$$

$$\text{c) } -4x^2y + 5x^2y - 3x^2y + 2x^2y$$

$$\text{d) } x^4yz^3 - 5x^4yz^3 + 8x^4yz^3$$

Ejercicios – Pag 43

5 Calcula, respetando la jerarquía de las operaciones.

$$\text{a) } -8x^4 + \frac{9}{4}x^3 - \frac{16}{3}x$$

$$\text{b) } \frac{5}{2}x^2 \cdot \frac{3}{5}x - \frac{1}{5}x$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{6}xy^4 + \frac{5}{6}xy^4 \right) \cdot (-2y^3)$$

$$\text{d) } (2xy^5 + 4xy^5) : (-3xy^2 + 12xy^2)$$

Polinomios

Un **polinomio** es la suma o resta de varios monomios, que reciben el nombre de **términos**.

Al monomio que no tiene parte literal se le llama **término independiente**.

El **grado** del polinomio es el mayor de los grados de los monomios que contiene.

EJEMPLO

Indica los términos, los coeficientes y el grado del polinomio

$$P(x) = 7x^6 + 4x^4 - 6x^2 - 4$$

Ejercicios – Pag 44.

6 Indica los términos, el término independiente y el grado de estos polinomios.

a) $-4x^5 + x^4 + 3x^2 - 11$

b) $8x^5 - x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 1$

c) $x^7 - 5x^6 + 14x^4 - 13x + 24$

d) $-\frac{1}{2}x^{15} - 6x^9 - 4x^8 + 9x^6 - 3x^4 - 4x + 7$

e) $4x^5 + 5x^3 - 3x^2 + 6x - 1$

f) $x^4 + 8x^3 - x^2 + 12x$

g) $x^3 - 11x^2 + 4$

Ejercicios – Pag 44.

7 Halla el valor numérico de cada polinomio para los valores de x que se indican.

a) $P(x) = 2x^4 - 3x^3 + x^2 - 6x + 2$ para $x = 1$

b) $P(x) = -x^5 + 6x^3 + 4x^2 - 5$ para $x = -1$

c) $P(x) = 4x^3 + 3x^2 + 8x - 5$ para $x = -2$

d) $P(x) = -5x^4 + x^3 + 3x^2$ para $x = -1$

e) $P(x) = x^3 - 4x^2 + 2x - 6$ para $x = 4$

f) $P(x) = 3x^5 - 4x^3 - 20x - 8$ para $x = 2$

g) $P(x) = 6x^8 - 7x^6 - 5x^4$ para $x = 0$

Suma y Resta de Polinomios

$$A = 3x^2 + 5x - 2, \quad B = x^3 + 4x^2 - 5$$

Calcula A+B

Calcula A-B

Ejercicios – Pag 45.

10 Suma o resta los siguientes polinomios.

a) $(16x^3 + 4x^2 - 3x + 7) - (2x^4 + 11x^3 - 2x^2)$

b) $(-5x^3 + 3x^2 - 8x + 6) + (8x^3 - 9x^2 + 6x)$

c) $(7x^5 + 5x^3) - (-x^5 + 3x^4 - x^3 - 4)$

d) $(x^5 - 4x^2 + 10) - (-x^5 - 6x^2 + 4)$

e) $(-x^2 - 4x - 5) + (3x^2 + 3x + 1)$

f) $(x^2 - 5x - 2) - (x^2 - 2x - 7)$

Producto de Polinomios

$$M = x^3 - 2x^2 + 5x - 1, N = 3x^2$$

Calcula MxN

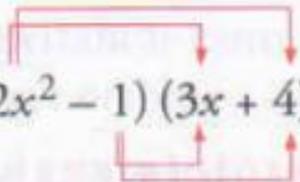
Producto de Polinomios

$$P = 2x^3 - 4x^2 - 1, \quad Q = 3x - 2$$

Calcula $P \times Q$

Producto de Polinomios

A veces, cuando hay pocos términos, realizamos el producto escribiéndolo directamente. Por ejemplo:

$$(2x^2 - 1)(3x + 4) = 6x^3 + 8x^2 - 3x - 4$$


Ejercicios – Pag 46.

11 Dados los polinomios $P(x) = 4x^2 - 2x + 1$, $Q(x) = 3x^2 - 2$ y $R(x) = x^3 - 1$, realiza las siguientes operaciones.

a) $-3x \cdot R(x) - P(x)$

b) $Q(x) + 2x \cdot P(x)$

c) $P(x) - 2Q(x) - 4x^2 \cdot R(x)$

d) $2 \cdot (Q(x) - P(x)) + 4x \cdot R(x)$

Ejercicios – Pag 46.

12 Resuelve los siguientes productos.

a) $(2 - 3x^3) \cdot (2x - 6)$

b) $(-x^4 + 3x) \cdot (x^3 - x + 4)$

c) $(5x^3 - 6) \cdot (-2x^2 + 3x + 4)$

d) $(x^5 - 5x^3 + x) \cdot (x - 4)$

e) $(-x^7 - 4x^4 - x^2) \cdot (3x - 1)$

Ejercicios – Pag 46.

13 Efectúa las operaciones que se indican con los polinomios $P(x)$, $Q(x)$ y $R(x)$.

$$P(x) = 2x^3 - x + 2 \quad Q(x) = x^2 - 4$$

$$R(x) = 3x^2 + 2x - 4$$

- a) $P(x) \cdot Q(x) - 2x^2 \cdot R(x)$
- b) $(R(x) - Q(x)) \cdot P(x)$
- c) $3x \cdot Q(x) + P(x) \cdot R(x)$
- d) $4 \cdot (Q(x) - R(x)) \cdot P(x)$
- e) $-2 \cdot Q(x) \cdot R(x) + 3x \cdot P(x)$
- f) $P(x) \cdot Q(x) \cdot R(x) - 2x^2 \cdot P(x)$

División de Polinomios

$$P(x) = 2x^3 - 7x^2 - 11x + 3 \quad Q(x) = 2x + 3 \quad P(x) : Q(x)$$

$$2x^3 - 7x^2 - 11x + 13 \quad | \quad \underline{2x + 3}$$

Ejercicios – Pag 47.

14 Divide los siguientes polinomios.

a) $(3x^5 - 2x + 3) : (x^3 + 2)$

b) $(2x^6 - x^4 + 3x - 4) : (x^4 - 2x + 2)$

c) $(4x^4 - x^3 + 2x^2 + 4) : (x^2 - 4x + 3)$

d) $(-5x^7 + 4x^5 - 2x^2 + 1) : (x^4 + 5)$

e) $(x^3 - 3x^2 + 3x) : (x - 4)$

Identidades Notables

Identidades notables:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Resolver:

a) $(x-2)^2$

b) $(2x+3)^2$

c) $(x-1)(x+1)$

d) $(5x-1)^2$

e) $(2x+7)^2$

f) $(x-5)(x+5)$

Ejercicios – Pag 49.

18 Utiliza las igualdades notables para desarrollar las siguientes operaciones.

a) $(3x - 2)^2$

b) $(1 + x) \cdot (1 - x)$

c) $(3x^2 + 5)^2$

d) $(2x + 3) \cdot (2x - 3)$

e) $(2x - 1) \cdot (2x + 1)$

f) $(3x^2 - 7) \cdot (3x^2 + 7)$

g) $(-5 + 2x)^2$

h) $(-4x - 1)^2$

Ejercicios – Pag 49.

19 Transforma las siguientes expresiones aplicando las igualdades notables.

a) $x^2 + 6x + 9$

b) $9x^4 - 1$

c) $36x^2 - 12x + 1$

d) $x^2 - 4$

e) $x^2 + 18x + 81$

f) $9x^2 + 6x + 1$

g) $4x^2 - 12x + 9$

h) $16x^8 - 16$

Extraer factor común

ERRORES CLÁSICOS EN ÁLGEBRA

AL EXTRAER FACTOR COMÚN EN UN POLINOMIO

ES INCORRECTO:

$$5x^3 + x^2 - 2x^2y = x^2 \cdot (5x - 2y) \quad \text{✗}$$

LO CORRECTO ES:

$$5x^3 + x^2 - 2x^2y = x^2 \cdot (5x + 1 - 2y) \quad \text{✓}$$

SI UNO DE LOS TÉRMINOS DEL POLINOMIO INICIAL COINCIDE JUSTO CON EL FACTOR COMÚN QUE HEMOS EXTRAÍDO, AL EXTRAER DICHO FACTOR COMÚN DEBEMOS PONER UN 1 DENTRO DEL PARÉNTESIS EN EL LUGAR DE ESE TÉRMINO, DE LO CONTRARIO LO ESTARÍAMOS ELIMINANDO.

Extraer factor común

ERRORES CLASICOS EN ALGEBRA

ES INCORRECTO:

$$-(3x^2 + 4x - 2) = -3x^2 + 4x - 2$$



LO CORRECTO ES:

$$-(3x^2 + 4x - 2) = -3x^2 - 4x + 2$$



UN MENOS DELANTE DE UN PARÉNTESIS CAMBIA EL SIGNO A TODOS LOS TÉRMINOS QUE HAY DENTRO DEL PARÉNTESIS, NO SOLO AL QUE ESTÁ MÁS CERCA.

Extraer factor común

ERRORES CLÁSICOS EN ÁLGEBRA

ES INCORRECTO SIMPLIFICAR x^2 EN:

$$\frac{\cancel{x^2} + 1}{\cancel{x^2}} \quad \text{❌}$$

SI SERÍA CORRECTO EN:

$$\frac{x^2 + 3x^3}{x^2} = \frac{\cancel{x^2} \cdot (1 + 3x)}{\cancel{x^2}} = 1 + 3x \quad \text{✅}$$

ES NECESARIO QUE EL TÉRMINO QUE QUEREMOS SIMPLIFICAR ESTÉ
MULTIPLICANDO A TODO EL NUMERADOR Y A TODO EL
DENOMINADOR.

Sacar factor común – Pag. 50

20 Saca como factor común los monomios

a) $3x^2$ en $9x^4 - 6x^3 + 3x^2$

b) $-4x^3$ en $-12x^5 + 8x^4 - 36x^3$

c) $2x$ en $6x^3 - 2x^2 + 4x$

d) $5x^2$ en $25x^5 - 5x^2$

e) $-3x$ en $3x^6 - 6x^2 + 3x$

f) x^3 en $7x^8 + 4x^6 - 3x^4$

Sacar factor común – Pag. 50

21 Saca factor común en los polinomios siguientes.

a) $16x^3 - 12x^2 + 4x$

b) $-75x^6 - 25x^5 + 15x^3 - 5x^2$

c) $48x^5 + 36x^4 - 24x^3$

d) $26x^6 - 13x^4$

e) $5x^3 - x^2 + 5x$

f) $-9x^4 - 6x^2 + 12x$

Regla de Ruffini

La **regla de Ruffini** es un procedimiento para dividir un polinomio entre otro del tipo $x - a$, con a un número entero.

Calcula $(x^3 + 1) : (x - 2)$.

	1	0	0	1
	<hr/>			

Ejercicios – Pag 48.

16 Efectúa las siguientes divisiones.

a) $(x^3 - 2x^2 - 4x + 30) : (x + 3)$

b) $(-2x^5 + x - 2) : (x + 1)$

c) $(2x^4 - x^3 + 3x - 9) : (x - 1)$

d) $(5x^3 + x^2 + x - 1) : (x + 1)$

Ejercicios – Pag 48.

17 Divide usando la regla de Ruffini.

a) $(-4x^3 + 3x^2 - 40) : (x + 2)$

b) $(x^4 + 4x^3 - 5x + 9) : (x + 3)$

c) $(x^4 - 15x^2 - 4x - 5) : (x - 4)$

d) $(6x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 7) : (x - 1)$

Factorizar un polinomio

Factorizar un polinomio consiste en escribirlo como un producto de varios polinomios, de manera que estos tengan el menor grado posible.

Se puede factorizar un polinomio sacando factor común, utilizando la regla de Ruffini y mediante las igualdades notables.

Factoriza el polinomio $x^3 + x^2 - 2x$.

Ejercicios – Pag 51.

22 Factoriza los siguientes polinomios.

a) $P(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$

b) $P(x) = x^3 + x^2 - 6x$

c) $P(x) = x^4 - x^3 - 6x^2$

d) $P(x) = 4x^3 - 4x^2 - 24x$

23 Factoriza estos polinomios.

a) $P(x) = x^3 - 7x - 6$

b) $P(x) = x^3 - 3x + 2$

c) $P(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$

d) $P(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 4x - 4$