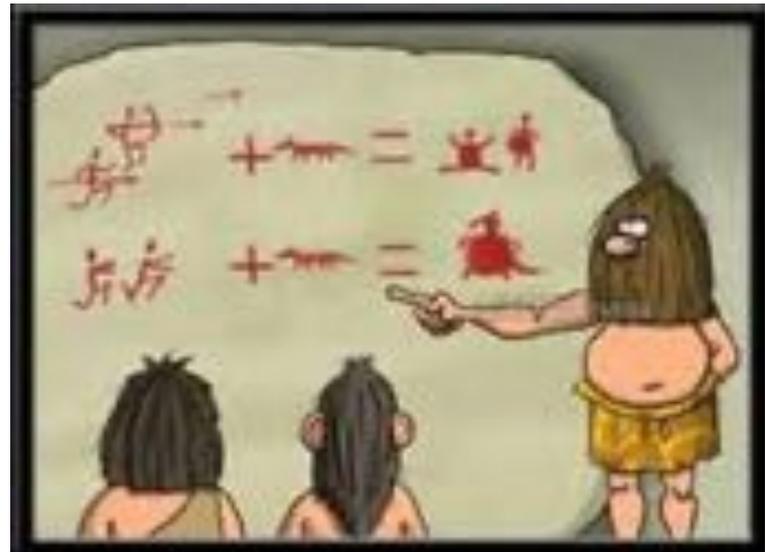
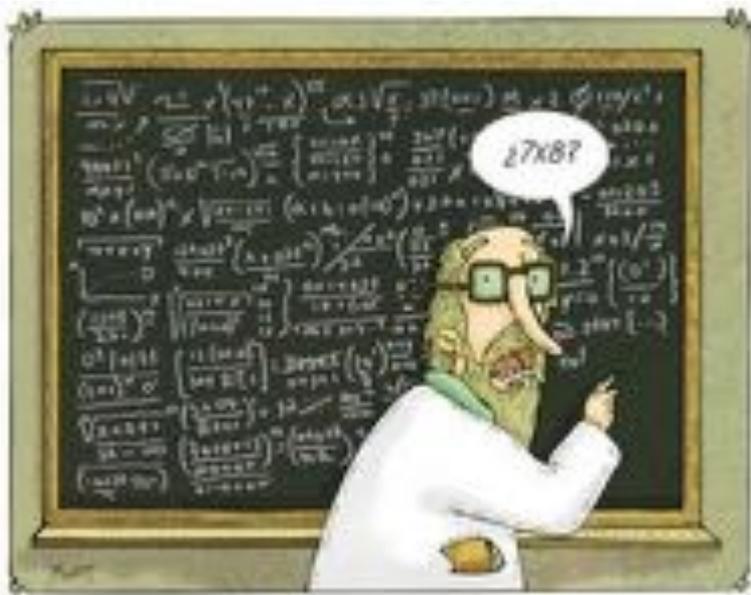


Ecuaciones y Sistemas



Ecuaciones

Una **ecuación** es una *propuesta de igualdad*. De ella pretendemos averiguar el valor, o los valores, de la incógnita para los cuales es cierta la igualdad. A estos valores se les llama **soluciones** de la ecuación.

Resolver una ecuación es hallar su solución (o soluciones) o llegar a la conclusión de que no tiene.

$$3x+7 -5x+9$$

No es una ecuación

$$3x+7 -5x+9=0$$

Es una ecuación

Grado 1 → $3x+5=0$

Grado 2 → $3x^2+2x+5=0$

Grado 3 → $x^3+2x-3=0$

Resolución de Ecuaciones de Grado 1

$$\frac{-x-1}{6} - \frac{3(x+5)}{12} = \frac{2(11-x)}{9} - 6$$

1.º Quitar paréntesis, si los hay.

$$\frac{-x-1}{6} - \frac{3x+15}{12} = \frac{22-2x}{9} - 6$$

2.º Quitar denominadores, si los hay. Para ello, multiplicaremos los dos miembros por el mínimo común múltiplo de los denominadores,

$$\text{mín.c.m. } (6, 12, 9) = 36$$

$$\frac{36(-x-1)}{6} - \frac{36(3x+15)}{12} = \frac{36(22-2x)}{9} - 216$$

$$6(-x-1) - 3(3x+15) = 4(22-2x) - 216$$

Resolución de Ecuaciones de Grado 1

$$-6x - 6 - 9x - 45 = 88 - 8x - 216$$

$$-6x - 9x + 8x = 88 - 216 + 6 + 45$$

$$-7x = -77$$

$$x = \frac{-77}{-7} = 11$$

3.º Pasar los términos en x a un miembro y los números al otro.

4.º Simplificar en cada miembro.

5.º Despejar la x .

MUY IMPORTANTE:

6.º Comprobar la solución, sustituyendo en cada miembro y viendo que coinciden los resultados.



$$\frac{-11 - 1}{6} - \frac{3(11 + 5)}{12} = \frac{-12}{6} - \frac{48}{12} = -2 - 4 = -6$$
$$\frac{2(11 - 11)}{9} - 6 = 0 - 6 = -6$$

Resolución de Ecuaciones de Grado 1

ERRORES CLÁSICOS EN ÁLGEBRA

CON EL MENOS DELANTE DE UNA FRACCIÓN AL APLICAR LA REGLA DEL PRODUCTO PARA ELIMINAR LOS DENOMINADORES EN UNA ECUACIÓN.

$$\frac{x+3}{6} - \frac{2x-10}{6} = \frac{x}{6}$$

$$x+3-2x-10=x$$

LO CORRECTO ES:

$$x+3-(2x-10)=x$$

$$x+3-2x+10=x$$

EL MENOS DELANTE DE LA FRACCIÓN CAMBIA EL SIGNO A TODO EL NUMERADOR.

Ejercicios Propuestos

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3(x + 5) = x + 1$

b) $3(x - 1) + 5(x - 2) = 7x$

c) $2(2x - 3) + 1 = x - 5$

d) $3(5x - 7) + 2(x - 1) = 5x - 3$

e) $5x + 3(1 - x) = 12 + 2(x - 5)$

f) $4(2 + 3x) = 10(x - 1) + 2(x + 9)$

g) $2(x - 3) - 5x + 7 = 13 - 11x$

Ejercicios - Pág.60

5 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $3x - 2(x + 3) = 5(x - 1) + 3(x + 2)$

b) $1 - \frac{2x}{3} = \frac{14}{9} - x$

c) $\frac{x}{5} + 2 = \frac{x}{3} - 3$

d) $\frac{x - 1}{3} + \frac{2x - 3}{2} = 1$

Ejercicios - Pág.60

6 Resuelve estas ecuaciones.

$$\text{a) } \frac{x-4}{3} - \frac{1-2x}{5} = \frac{1}{5} \left(x - \frac{7}{3} \right)$$

$$\text{b) } \frac{x}{4} + 2(x-3) - (3x-1) = x$$

$$\text{c) } 3(2x+1) - 4(x-3) = x+6$$

$$\text{d) } 5 \left(\frac{x}{3} + 1 \right) - 2 \left(4 - \frac{x}{4} \right) = 4$$

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE GRADO 1

La suma de un número más su tercera parte es 48. ¿De qué número se trata?

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE GRADO 1

Ana tiene 8 años más que Raquel y entre las dos suman 40 años. ¿Qué edad tiene cada una?

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE GRADO 1

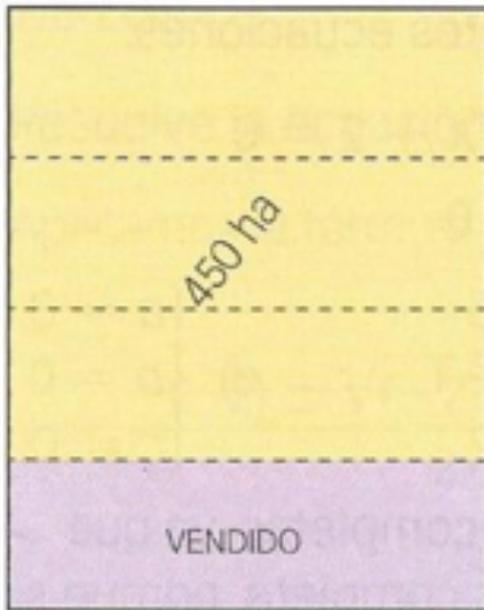
Rodrigo tiene 54 000 €. Invierte una parte en un negocio y el resto en un banco. En el negocio gana el 12%; y en el banco, el 3%. Al final ha ganado 4 320 €. ¿Cuánto invirtió en cada sitio?

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE GRADO 1

La suma de tres números consecutivos es 87. ¿Cuáles son los números?

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE GRADO 1

Después de vender la cuarta parte de sus tierras, a Ramón le quedan 450 ha de terreno. ¿Cuántas hectáreas tenía inicialmente?



1.º Reconocemos la incógnita.

Superficie inicial $\longrightarrow x$

Superficie vendida $\longrightarrow \frac{x}{4}$

2.º Planteamos la ecuación.

La superficie que tenía menos la vendida tiene que ser igual a 450 ha.

$$x - \frac{x}{4} = 450$$

Ejercicios - Pág.61

7 Juan y Concha quieren montar un negocio y cada uno aporta una cantidad de dinero. Entre ambos reúnen 13 000 €. Si Juan ha puesto el doble de dinero que Concha menos 500 €, ¿cuánto ha puesto cada uno?

Ejercicios - Pág.61

- 8 Arturo quiere destinar parte de sus ahorros a obras sociales, por lo que dona $\frac{1}{3}$ a una ONG, $\frac{3}{5}$ a otra y 175,36 € a una tercera. Tras hacer dichas donaciones, aún le quedan 57,64 €. ¿Cuánto tenía ahorrado? ¿Qué cantidades reparte a cada ONG?

Ejercicios - Pág.61

9 Enrique, haciendo inventario en su almacén, ha comprobado que el número de arandelas supera en 8 unidades al doble del número de tuercas, y que hay la mitad de tornillos que de arandelas.

Si entre tuercas y tornillos hay 2 500 piezas, ¿cuántas arandelas ha contado Enrique al realizar su inventario?



Otros problemas propuestos

1 Si al doble de un número le sumamos la cuarta parte de dicho número, el resultado es 189.

¿Cuál es el número?

2 Eloísa tiene 25 años menos que su madre. Entre las dos tienen medio siglo.

¿Qué edad tiene cada una?

Ejercicios - Pág.99

3

Hace dos años compré una bicicleta y un equipo de música por 260 €. Los acabo de vender por un total de 162 €, habiendo perdido el 30% con la bicicleta y el 40% con el equipo de música. ¿Cuánto me costó cada cosa?

4

La suma de tres números consecutivos es cuatro veces el menor de ellos. ¿Qué números son?

Ecuaciones de 2º Grado

Ecuaciones Completas

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ con } a \neq 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow \begin{cases} \text{Si } b^2 - 4ac > 0, \text{ hay dos soluciones.} \\ \text{Si } b^2 - 4ac = 0, \text{ hay una solución.} \\ \text{Si } b^2 - 4ac < 0, \text{ no hay ninguna solución.} \end{cases}$$

Ecuaciones Incompletas

Si $b = 0 \rightarrow$ Despejamos directamente x^2 . Por ejemplo:

$$3x^2 - 48 = 0 \rightarrow 3x^2 = 48 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

Si $c = 0 \rightarrow$ Factorizamos sacando factor común. Por ejemplo:

$$2x^2 - x = 0 \rightarrow x(2x - 1) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ 2x - 1 = 0 \rightarrow x_2 = 1/2 \end{cases}$$

Ejercicios – Pág.62

10 Localiza los valores de a , b y c en estas ecuaciones, y di si son completas o incompletas.

a) $4x - 3x^2 + 1 = 1$

b) $3 - x + 2x^2 = 0$

c) $x^2 - 3x + 6 = 0$

d) $\frac{3x^2}{4} - 4x + 2 = 4$

Ejercicios – Pág.62

11 Averigua si los valores de x que se indican son soluciones de las ecuaciones.

a) $x^2 - 7x - 18 = 0$, para $x = -2$ y $x = 7$

b) $x^2 - 4x + 3 = 0$, para $x = 3$ y $x = 1$

c) $3x^2 + x - 10 = 0$, para $x = -2$ y $x = -10$

d) $20x^2 + 25x + 6 = 0$, para $x = -\frac{1}{4}$ y $x = 5$

Ejercicios – Pág.63

12 Resuelve aplicando la fórmula general.

a) $x^2 - 4x - 12 = 0$

c) $3x^2 - 5x + 2 = 0$

b) $2x^2 + 7x + 3 = 0$

d) $x^2 + 3x + 4 = 0$

13 Resuelve sacando factor común.

a) $x^2 - 6x = 0$

d) $3x^2 + 12x = 0$

b) $2x^2 + 8x = 0$

e) $3(x^2 - 2x) = 0$

c) $\frac{x^2}{9} - x = 0$

f) $2x^2 - \frac{5x}{3} = 0$

Ejercicios – Pág.63

14 Resuelve estas ecuaciones.

a) $3x^2 - 27 = 0$

d) $28 - 7x^2 = 0$

b) $x^2 - 16 = 0$

e) $5x^2 + 30 = 0$

c) $\frac{5}{2}x^2 - 10 = 0$

f) $5x^2 - 30 = 0$

15 Calcula el número de soluciones de estas ecuaciones.

a) $x^2 + 3x + 1 = 0$

d) $x^2 - 16 = 0$

b) $x^2 + 3x - 1 = 0$

e) $x^2 + 5x = 0$

c) $x^2 + 4x + 4 = 0$

f) $4x^2 + 8x = 0$

Ejercicios Propuestos

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(x - 1)(x + 1) + (x - 2)^2 = 3$

b) $\frac{x(x + 3)}{2} - \frac{(x + 1)^2}{3} + \frac{1}{3} = 0$

c) $(x + 2)(x - 3) + x = 3$

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE GRADO 2

El producto de dos números naturales consecutivos es 210.
¿Qué números son?

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE GRADO 2

En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 3 cm más que el cateto mayor, y este mide 3 cm más que el menor. ¿Cuánto miden los tres lados?

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE GRADO 2

La superficie de un rectángulo es 28 cm^2 , y su perímetro, 22 cm . ¿Cuánto miden sus lados?

Ejercicios - Pág.64

- 16** Si al cuadrado de un número le restamos ese mismo número, el resultado es 30. ¿De qué número se trata?
- 17** El producto de un número por su consecutivo es igual a 6. ¿De qué número se trata? ¿Hay una única solución?

Ejercicios - Pág.64

- 18** El área de un cuadrado es 81 cm^2 . ¿Cuál es la longitud de su lado? ¿Existe más de una solución?
- 19** Al multiplicar un número por su número anterior el resultado obtenido es igual a 9 veces ese número. ¿Qué número es? ¿Hay más de una solución?

Ejercicios - Pág.64

- 20** El área de un terreno rectangular es 162 m^2 . Si el terreno mide el doble de largo que de ancho, ¿cuáles son sus dimensiones? ¿Existe una única solución?



- 21** El largo de una hoja de papel es 4 cm mayor que su ancho. Si cortamos a lo largo una tira rectangular de 2 cm de ancho, queda un área de papel de 16 cm^2 . ¿Qué dimensiones tiene la hoja?

Ejercicios Propuestos

1

El producto de dos números naturales consecutivos es 90. ¿Qué números son?

2

Los tres lados de un triángulo miden 15 cm, 22 cm y 23 cm, respectivamente. Si a los tres les restamos la misma longitud, el triángulo resultante es rectángulo. ¿Qué longitud es esa?

Ecuaciones de grado >3 – Regla de Ruffini Ejercicios – Pag 51.

22 Factoriza los siguientes polinomios.

a) $P(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$

b) $P(x) = x^3 + x^2 - 6x$

c) $P(x) = x^4 - x^3 - 6x^2$

d) $P(x) = 4x^3 - 4x^2 - 24x$

23 Factoriza estos polinomios.

a) $P(x) = x^3 - 7x - 6$

b) $P(x) = x^3 - 3x + 2$

c) $P(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$

d) $P(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 4x - 4$

Otros tipos de ecuaciones

Ecuaciones Factorizadas

igualamos a cero cada uno de los factores:

$$x(x-1)(x^2-5x+6) = 0$$

The diagram illustrates the process of solving the factored equation $x(x-1)(x^2-5x+6) = 0$. Three blue arrows branch out from the left side of the equation to the right, pointing to the following solutions:

- $x_1 = 0$
- $x - 1 = 0 \rightarrow x_2 = 1$
- $x^2 - 5x + 6 = 0$ (which further branches into $x_3 = 2$ and $x_4 = 3$)

Ejercicios - Pág.104

1 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(x - 4)(x - 6) = 0$

b) $(x + 2)(x - 3) = 0$

c) $x(x + 1)(x - 5) = 0$

d) $(3x + 1)(2x - 3) = 0$

e) $x(x^2 - 64) = 0$

f) $(2x + 1)(x^2 + 5x - 24) = 0$

Sistemas de Ecuaciones

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Métodos de Resolución:

1

• Método de Sustitución

2

• Método de Igualación

3

• Método de Reducción

Sistemas de Ecuaciones

Resolvamos por los 3 métodos:

$$\begin{cases} 4x + y = 2 \\ -x + 3y = -7 \end{cases}$$

Método de sustitución

PAG. 66

24 Resuelve estos sistemas utilizando el método de sustitución.

$$\text{a) } \begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{3}x + 3y = 0 \\ x + 5y = 4 \end{cases}$$

25 Resuelve los siguientes sistemas.

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2}{5}x - y = 4 \\ y = x - 7 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 6y - 3 = 0 \\ 2y + x = 7 \end{cases}$$

Método de igualación

PAG. 67

27 Resuelve por el método de igualación.

$$\text{a) } \begin{cases} 6x - y = 5 \\ 4x - y = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x - 1}{2} = y \\ 3x - 5y = 0 \end{cases}$$

28 Resuelve por el método de igualación.

$$\text{a) } \begin{cases} -\frac{3}{5}x + y = -1 \\ y - \frac{1}{2}x = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = 3y - 2 \\ x - 2 = 2 \cdot (y + 3) \end{cases}$$

Método de reducción

PAG. 68

31 Resuelve por el método de reducción.

$$\text{a) } \begin{cases} 7x - 2y = 11 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 4x + 3y = -3 \\ 3x + 2y = -3 \end{cases}$$

32 Resuelve por los tres métodos.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ \frac{x - y}{2} = 5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - 1 = 2 \cdot (y + 1) \\ 3x - 4y = 13 \end{cases}$$

Representación de Sistemas de Ecuaciones

$$\begin{aligned}x + 2y &= 4 \\ 3x + y &= 5 \rightarrow y = 5 - 3x\end{aligned}$$

x	0	1
y	5	2

Representación de Sistemas de Ecuaciones

Representa las rectas en cada caso y di si el sistema tiene una solución, si es indeterminado (tiene infinitas) o si es incompatible (no tiene solución). En el caso de que tenga una solución, di cuál es:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} -x + y = 2 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$$

Problemas de Sistemas de Ecuaciones

PAG. 69

- 34** El ordenador de Susana tiene dos discos duros con una memoria total de 1 000 gigas. El de menor capacidad tiene una cuarta parte de la capacidad del otro más 250 gigas. ¿Cuánta memoria tiene cada uno de los discos?
- 35** Andrés ha decidido poner, en la sala de espera de su consulta, 2 sofás y 10 sillas, que le cuestan 3 500 €. La otra opción era poner 3 sofás y 5 sillas, pero su precio ascendía a 4 200 €. ¿Cuánto cuesta cada sofá y cada silla?

Problemas de Sistemas de Ecuaciones

PAG. 69

- 36** Un pasaje de avión de ida y vuelta y 3 días de coche de alquiler cuestan 1 200 €. Si vamos en avión y volvemos en coche (4 días de alquiler), nos habría costado 750 €. ¿Cuánto vale cada viaje de avión y el alquiler diario del coche?



Problemas de Sistemas de Ecuaciones

1. Elvira ha pagado 14 € por 4 bocadillos de jamón y 5 refrescos, y Lorena ha gastado 8,40 € en 3 bocadillos de jamón y 2 refrescos. ¿Cuánto cuesta un bocadillo de jamón? ¿Y un refresco?
2. La suma de las dos cifras de un número es 9. Si invertimos el orden de sus cifras, el nuevo número supera al inicial en 45 unidades. ¿De qué número se trata?

Problemas de Sistemas de Ecuaciones

3. Un inversor dispone de 100 000 €. Invierte una parte en un banco que le paga el 4% anual y el resto en unas acciones que le produjeron un 5% al final del año. En total, gana 4 700 €. ¿Qué cantidad ha destinado a cada operación?

	CAPITAL	PORCENTAJE	INTERESES
BANCO	x	4%	4% de $x = 0,04x$
ACCIONES	y	5%	5% de $y = 0,05y$
TOTAL	100 000 €		4 700

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 100\,000 \\ 0,04x + 0,05y = 4\,700 \end{array} \right\}$$

Problemas de Sistemas de Ecuaciones

PAG.72

- 68 La suma de las tres cifras de un número capicúa es 14. La cifra de las decenas es dos unidades mayor que las otras dos. ¿Cuál es el número?
- 69 Jorge ha comprado 24 cajas de bolígrafos y lapiceros para los alumnos de su clase. Cada caja de bolígrafos le cuesta 16,40 € y cada caja de lapiceros, 10,80 €. Si ha gastado 292,80 €, ¿cuántas cajas ha comprado de cada tipo?
- 70 Las dos cifras de un número suman 9. Al cambiarlas de orden, el número obtenido es igual al número inicial menos 45. ¿De qué número se trata?

Problemas de Sistemas de Ecuaciones

PAG.73

- 71 Un restaurante tiene 52 mesas. El número de mesas para cuatro personas es el doble del de mesas de dos comensales más cuatro. ¿Cuántas mesas hay de cada clase?



Problemas de Sistemas de Ecuaciones

PAG.73

- 72 Las edades actuales de Sara y Teo suman 35. Hace 5 años Sara tenía la edad actual de Teo. ¿Cuántos años tiene cada uno ahora?
- 73 Dos gasolineras, A y B , se encuentran a 42 km de distancia. Juan tiene que repostar y ha llegado a un pueblo que hay entre ellas. Allí le dicen que la distancia a la gasolinera A es el doble de la distancia a la gasolinera B menos 9 km. ¿A qué distancia se encuentra cada gasolinera?

Problemas de Sistemas de Ecuaciones

PAG.73

- 74** Marcos tiene 620 € en 37 billetes. Solo tiene billetes de 20 € y de 10 €. ¿Cuántos billetes de cada tipo tiene Marcos?
- 75** María ha comprado 71 kg de arena para su gato por 22,30 €. Los sacos de 3 kg cuestan 90 cts. y los de 10 kg, 3,20 €. ¿Cuántos sacos de cada peso compró?
- 76** Comprar una mesa y cuatro sillas cuesta 605 €. El precio de la mesa es el triple que el de una silla más 150 €. ¿Cuánto cuestan la mesa y las sillas?