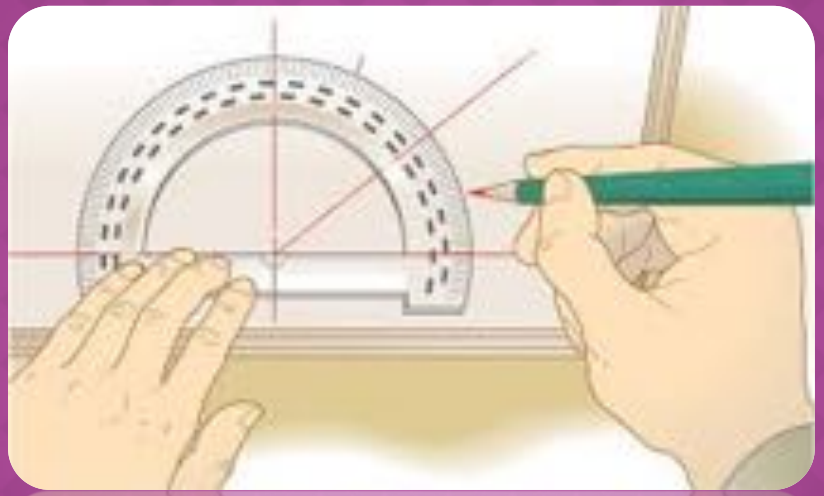
ÁNGULOS Y RECTAS

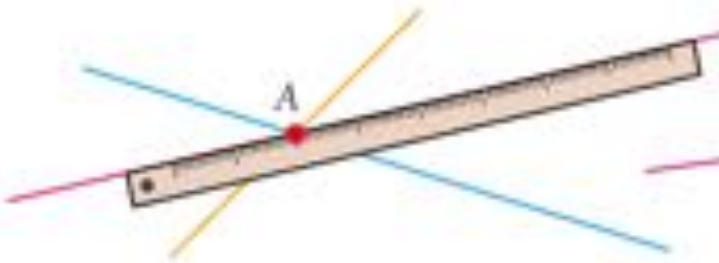


1. RECTAS, SEMIRECTAS Y SEGMENTOS

Una **recta** es una línea sin principio ni final formada por infinitos puntos.

Como la recta no tiene principio ni final, no podemos dibujarla entera, y por eso representamos solo una parte de ella.

- Por un punto pasan infinitas rectas.



- Por dos puntos pasa una sola recta.

1. RECTAS, SEMIRECTAS Y SEGMENTOS

Una **semirrecta** es una recta que tiene principio pero no final.

Un punto cualquiera de una recta es origen de **dos semirrectas**.

Un **segmento** es la porción o parte de una recta delimitada por dos puntos. El segmento tiene principio y final.

A y *B* se llaman **extremos del segmento**.

A un segmento se le nombra por sus extremos, *AB*.

1. RECTAS, SEMIRECTAS Y SEGMENTOS

Dibuja un punto en tu cuaderno y traza tres líneas rectas que lo contengan.

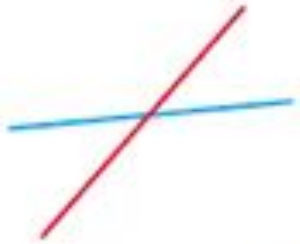
Traza una recta en tu cuaderno, sitúa un punto sobre ella y nombra las dos semirrectas que resultan.

Dibuja un segmento de 5 cm de longitud y nómbralo señalando sus extremos.

2. POSICIONES DE DOS RECTAS

Dos rectas se denominan:

- **Secantes**: cuando se cortan en un punto.
- **Paralelas**: si no tienen ningún punto en común.
- **Coincidentes**: cuando todos sus puntos son comunes.
- **Perpendiculares**: si dividen el plano en cuatro partes iguales.



Rectas secantes

Rectas coincidentes

Rectas paralelas

Rectas perpendiculares

2. POSICIONES DE DOS RECTAS

Estudia la posición relativa de las rectas que se determinan en estos casos.

a) Las vías del tren.

b) Las tres calles que convergen en una rotonda.

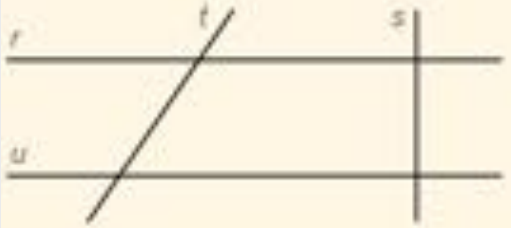
c) Los bordes de los peldaños de una escalera.

d) El largo y el ancho de una ventana.

e) Los radios de la rueda de una bicicleta.

f) Las huellas de un trineo en la nieve.

Clasifica las siguientes rectas.



a) r y s

b) r y t

c) u y t

d) r y u

LEXIONA

¿Cuántas rectas perpendiculares a una recta dada puedes trazar? ¿Y paralelas?

2. POSICIONES DE DOS RECTAS

PAG. 197

1. ¿Verdadero o falso?

Ayúdate con dibujos. Considera todos los casos, todas las posibilidades.

a) Tenemos una recta, r, y dos puntos exteriores, P y Q, que están a la misma distancia de r. Entonces, es imposible trazar una recta paralela a r que pase por P y que no pase por Q.

b) A, B y C son tres puntos distintos. Sabemos que la recta AB coincide con la recta BC. Entonces, con seguridad, la recta AB coincide con la recta AC.

c) Dos semirrectas solo pueden tener un punto en común.

d) Si dos semirrectas tienen más de un punto en común, entonces una de ellas está contenida en la otra.

2. DOS RECTAS IMPORTANTES

Mediatriz de un segmento

La **mediatriz** de un segmento, AB, es la recta perpendicular al segmento en su punto medio.

Propiedad fundamental: Los puntos de la mediatriz equidistan (están a igual distancia) de los extremos del segmento:

$$\overline{PA} = \overline{PB} \qquad \overline{QA} = \overline{QB}$$

Esta propiedad le confiere a esta recta una gran importancia en el estudio de figuras geométricas, triángulos, simetrías, etc.

Observa cómo se construye la mediatriz con regla y compás:

2. DOS RECTAS IMPORTANTES

Bisectriz de un ángulo

La **bisectriz** de un ángulo es una semirrecta que divide al ángulo en otros dos ángulos iguales.

Los puntos de la bisectriz equidistan (están a igual distancia) de los lados del ángulo:

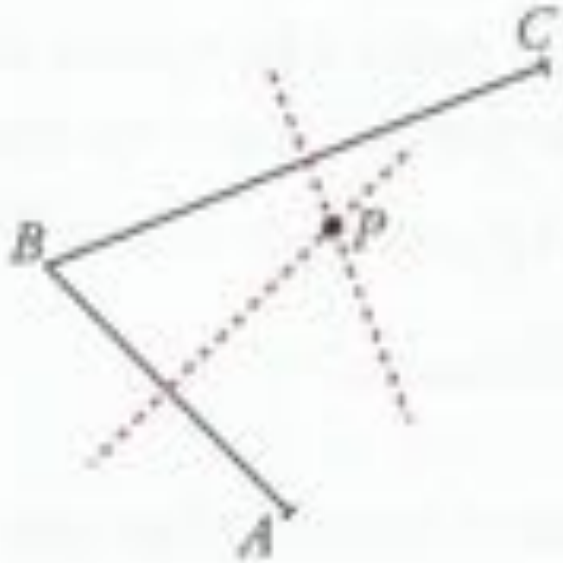
$$\overline{PR} = \overline{PS} \qquad \overline{QR} = \overline{QS}$$

Observa cómo se traza la bisectriz con regla y compás:

2. DOS RECTAS IMPORTANTES

PAG. 198

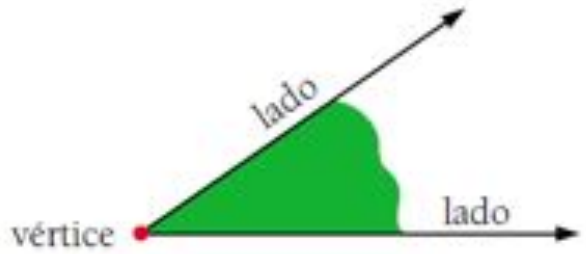
1. Dibuja dos segmentos concatenados, AB y BC. Traza sus mediatrices y llama P al punto en que se cortan.



— Comprueba que $\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC}$.

— Razona por qué P está a la misma distancia (equidista) de A, de B y de C.

3. ÁNGULOS



Llamamos **ángulo** a la abertura formada por dos semirrectas que parten de un mismo punto.

A cada semirrecta se le denomina **lado** y el punto se llama **vértice**.

3. TIPOS DE ÁNGULOS

Atendiendo a la posición de sus lados

- **Ángulo nulo.** Cuando sus lados son dos semirrectas coincidentes.

- **Ángulo recto.** Si sus lados son perpendiculares.

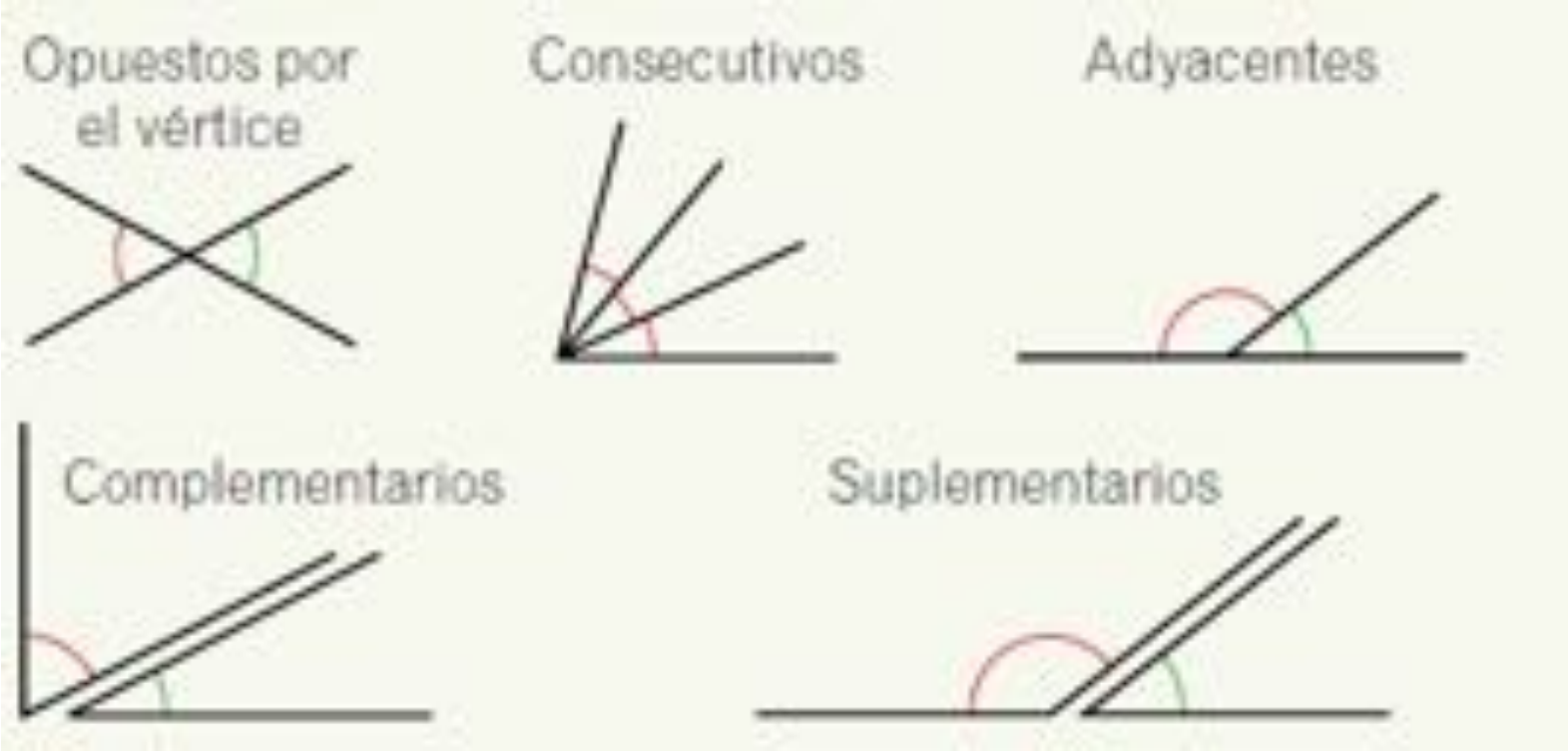
- **Ángulo llano.** Sus lados están sobre la misma recta y no son coincidentes.

Atendiendo a su abertura

- **Ángulo agudo.** Ángulo cuya abertura es inferior a la de un ángulo recto.

- **Ángulo obtuso.** Ángulo cuya abertura es superior a la de un ángulo recto.

4. POSICIÓN DE ÁNGULOS



4. POSICIÓN DE ÁNGULOS

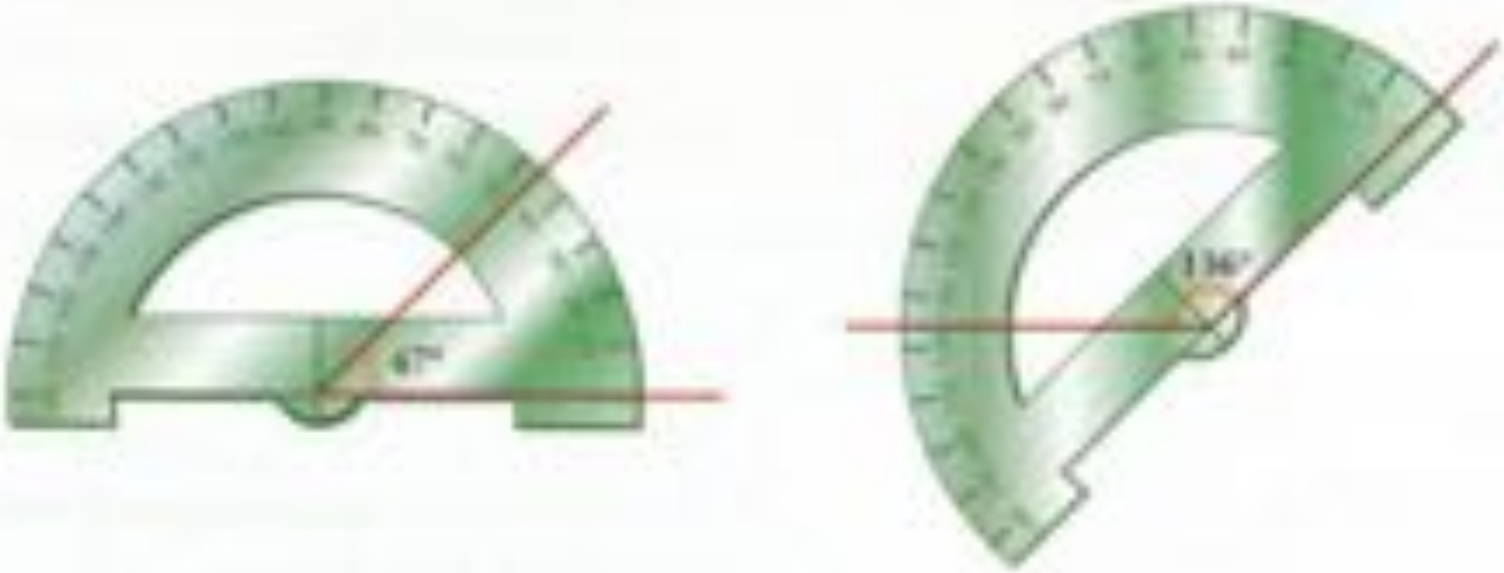
Observa la figura.

Indica qué ángulos son opuestos por el vértice, adyacentes, consecutivos, complementarios y suplementarios.

4. POSICIÓN DE ÁNGULOS

Instrumentos de medida de ángulos

Para medir ángulos dibujados sobre el papel, se utiliza el **transportador.**

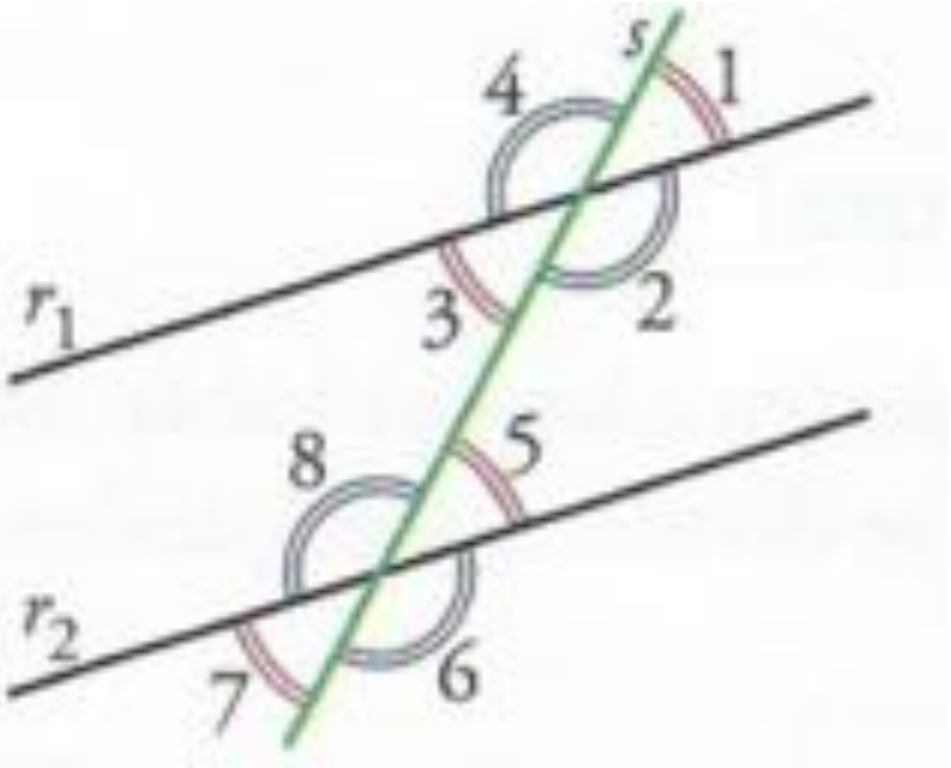


Para medidas angulares sobre el terreno existen otros instrumentos mucho más precisos, como el sextante, el goniómetro y el teodolito.

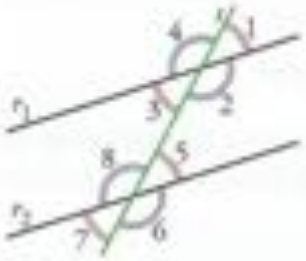
4. POSICIÓN DE ÁNGULOS

Ángulos que se forman cuando una recta corta a otras dos rectas paralelas entre sí

Si dos rectas paralelas son cortadas por otra recta, se forman ocho ángulos, muchos de los cuales son iguales entre sí por tener sus lados paralelos.



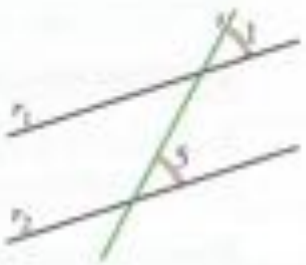
4. POSICIÓN DE ÁNGULOS



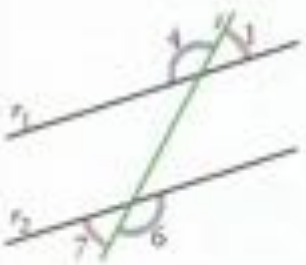
• $\hat{1} = \hat{3}$ por ser **opuestos por el vértice.**

Por lo mismo:

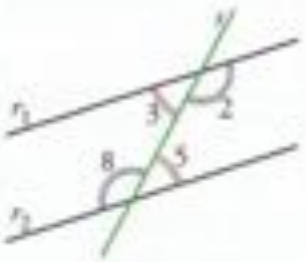
$\hat{2} = \hat{4}$ $\hat{5} = \hat{7}$ $\hat{6} = \hat{8}$



• $\hat{1} = \hat{5}$. Los ángulos $\hat{1}$ y $\hat{5}$ se llaman **correspondientes** porque están en la misma posición respecto a r_1 y a r_2. También son correspondientes $\hat{2}$ y $\hat{6}$, $\hat{3}$ y $\hat{7}$, $\hat{4}$ y $\hat{8}$.



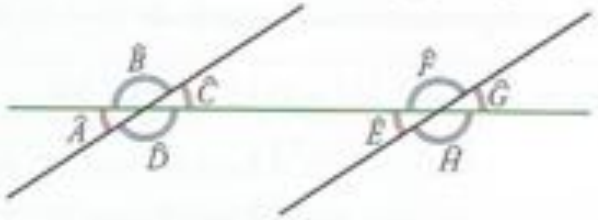
• $\hat{1} = \hat{7}$. Los ángulos $\hat{1}$ y $\hat{7}$ son **alternos externos** porque están a distintos lados de la recta s (alternos) y en la zona exterior de las dos paralelas (externos). También son alternos externos $\hat{4}$ y $\hat{6}$.



• $\hat{3} = \hat{5}$. Los ángulos $\hat{3}$ y $\hat{5}$ son **alternos internos** porque están a distintos lados de s y en la zona interior de las paralelas. También son alternos internos $\hat{2}$ y $\hat{8}$.

Pag.204

2. De estos ángulos, di dos que sean iguales por ser:



a) Opuestos por el vértice. b) Correspondientes.

c) Alternos internos. d) Alternos externos.

5. REPASO USANDO PAPIROFLEXIA

5.1 CONSTRUCCIÓN DE PUNTOS

- Construye un punto doblando papel.

Ayuda: Recordar que dos rectas que se cortan lo hacen en un punto.

5.2 RECTA QUE PASA POR UN PUNTO

- Dibuja un punto en el papel.
- Doblando el papel, traza una recta que pase por dicho punto.

5.3 RECTA QUE PASA POR DOS PUNTOS

- Dibuja dos puntos en el papel y, doblando el papel, traza una recta que pase por esos dos puntos.

5.4 CONSTRUCCIÓN DE UNA RECTA, UNA SEMIRECTA Y UN SEGMENTO

- Dobla tu papel por la mitad
- Una vez doblado, vuelve a doblarlo otra vez por la mitad. Al abrirlo obtendrás 3 líneas paralelas.
- Representa sobre esas líneas una recta, una semirecta y un segmento

5.5 RECTA PERPENDICULAR A UNA DADA

- Traza una recta doblando papel y halla una recta perpendicular cualquiera.
- ¿Cómo se llaman los ángulos que derminan esas dos rectas?

5.6 RECTA PERPENDICULAR QUE PASA POR UN PUNTO

- Traza una recta doblando papel.
- Dibuja un punto cualquiera.
- Traza una recta perpendicular a la anterior que pase por el punto.
- ¿Sabrías representar en uno de los ángulos que se han formado otros dos ángulos que sean complementarios?

5.7 RECTAS SECANTES

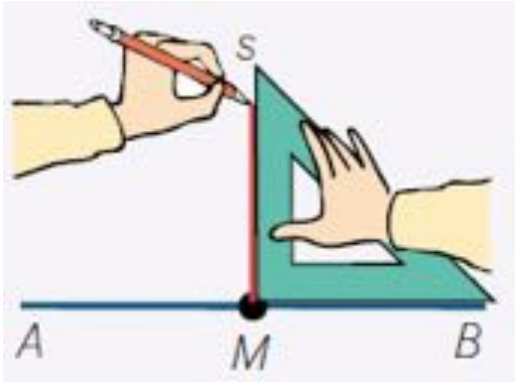
- Traza dos rectas doblando el papel que sean secantes entre sí.
- Márcalas con un lápiz.
- Indica entre los ángulos que se han formando, dos de ellos que sean suplementarios.
- ¿Algunos de esos ángulos son opuestos por el vértice?

5.8 RECTA PARALELA A UNA DADA QUE PASA POR UN PUNTO

- Traza una recta doblando papel.
- Dibuja un punto cualquiera.
- Traza una recta paralela a la anterior que pase por el punto.

5.9 MEDIATRIZ Y PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO

- Dibuja dos puntos en el papel.
- Traza, doblando papel, el segmento que pasa por esos dos puntos.
- Encuentra la mediatriz del segmento que une los dos puntos anteriores. Para ello marca el punto medio y traza una perpendicular por él.



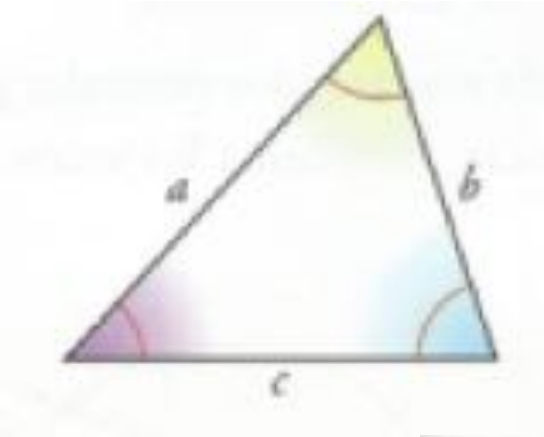
5.10 BISECTRIZ DE UN ÁNGULO

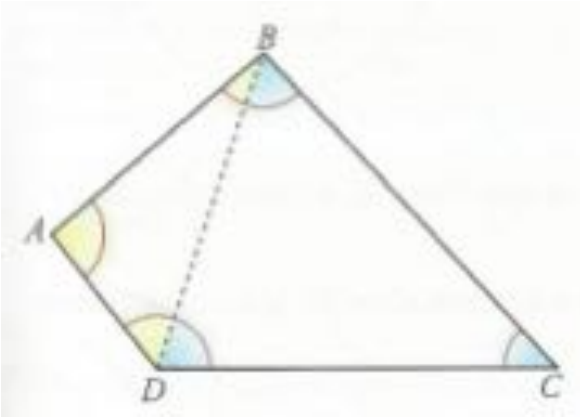
- Construye un ángulo doblando papel.
- Encuentra la bisectriz de ese ángulo.

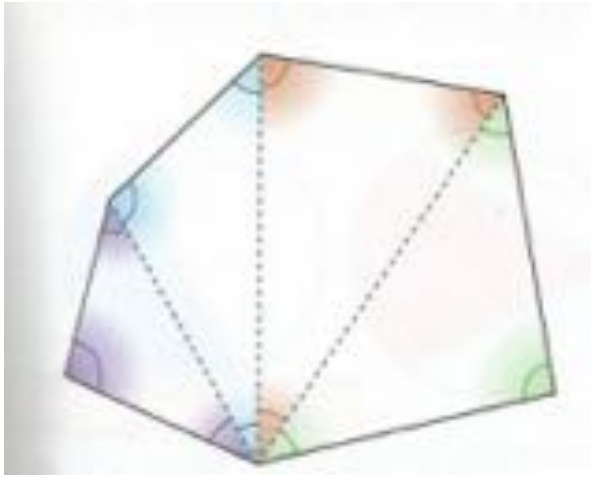
La bisectriz de un ángulo es la recta que pasa por su vértice y divide el ángulo en dos partes iguales.

6. ÁNGULOS EN POLÍGONOS

La suma de los ángulos de un n-ágono es $180°(n-2)$.



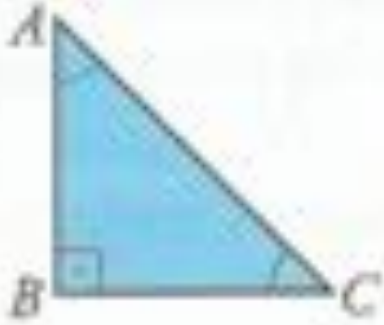




6. ÁNGULOS EN POLÍGONOS

Pag. 205

1. En un triángulo rectángulo, $\hat{A}$ mide 42°. ¿Cuánto mide $\hat{C}$?



2. Si un ángulo de un rombo mide 39°, ¿cuánto miden los demás?

3. ¿Cuánto miden los ángulos iguales de una cometa con esta forma?

6. ÁNGULOS EN POLÍGONOS

Pag. 205

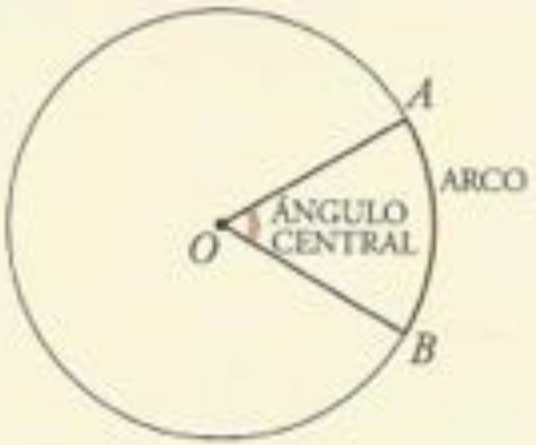
4. ¿Es posible construir un cuadrilátero con un solo ángulo recto? ¿Y con dos? ¿Y con tres?

6. ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

Ángulo central es el que tiene su vértice en el centro de una circunferencia.

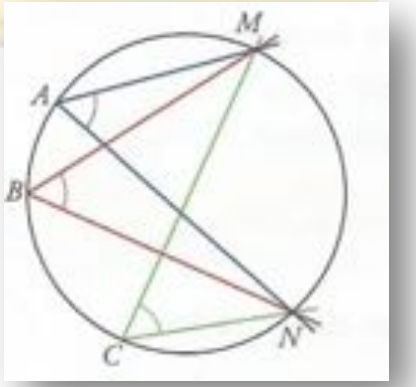
A un arco de circunferencia se le puede asociar una medida angular. La medida angular de un arco de circunferencia es la del ángulo central correspondiente:

$$\widehat{AB} = \widehat{AOB}$$



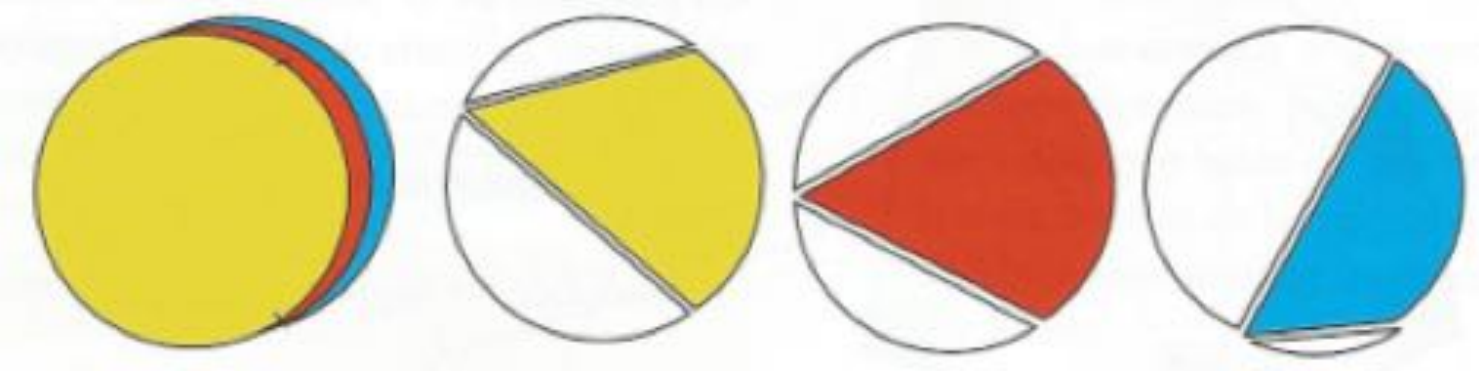
Ángulo inscrito en una circunferencia es el que tiene su vértice sobre la circunferencia y sus lados la cortan.

Los tres ángulos de la figura de la izquierda están **inscritos** en la circunferencia y **abarcan** el mismo arco $\widehat{MN}$.



6. ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

Dos o más ángulos inscritos en la misma circunferencia y que abarquen el mismo arco son iguales.



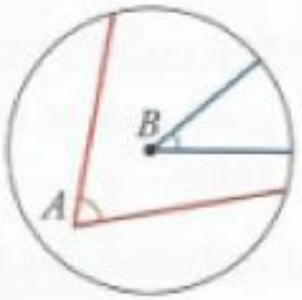
6. ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

Pag. 206

1. ¿Verdadero o falso?

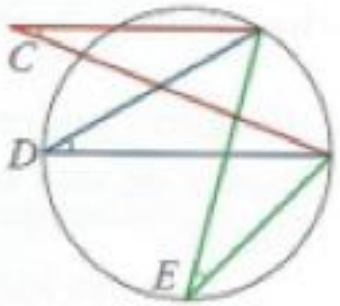
a) El ángulo $\hat{A}$ es central.

b) El ángulo $\hat{B}$ es central.



c) Los ángulos $\hat{C}$ y $\hat{D}$ son iguales.

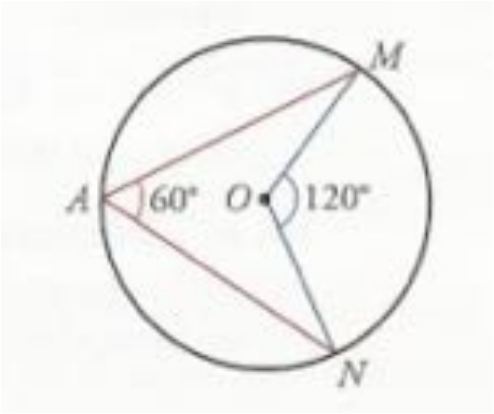
d) Los ángulos $\hat{D}$ y $\hat{E}$ son iguales.



6. ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

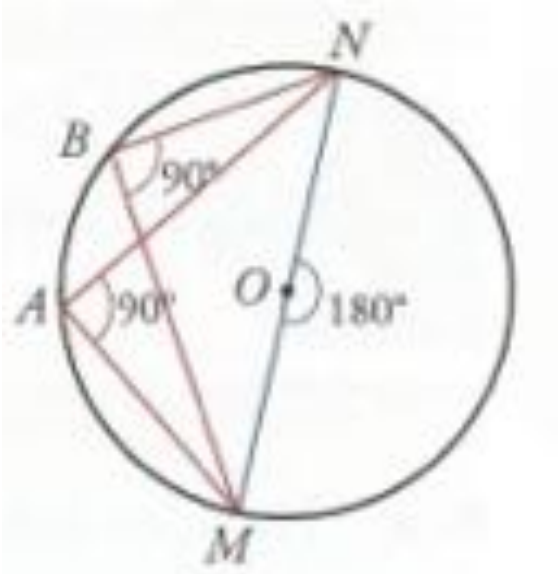
La medida de un ángulo inscrito es igual a la mitad de la medida del arco que abarca:

$$\widehat{MAN} = \frac{1}{2}\widehat{MON} = \frac{1}{2}\widehat{MN}$$



6. ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

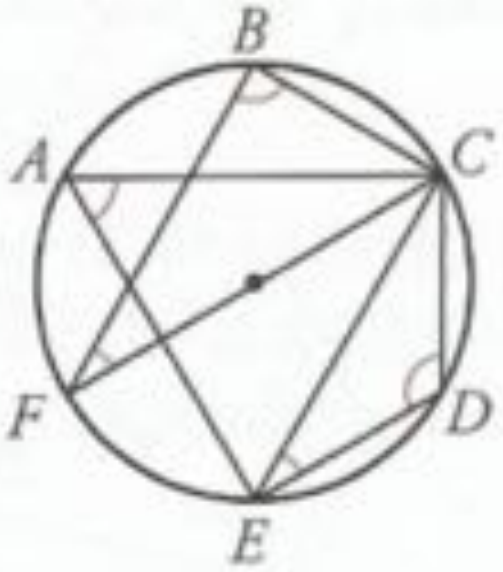
Todo ángulo cuyo vértice esté situado en una circunferencia y cuyos lados pasen por los extremos de un diámetro es recto.



6. ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

Pag. 207

2. Teniendo en cuenta que cada arco señalado en la circunferencia es de 60°, di el valor de los ángulos marcados en rojo.

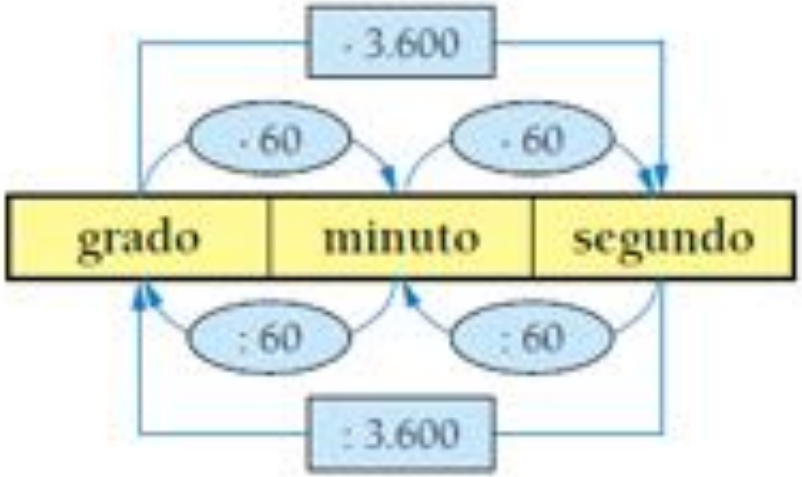


7. SISTEMA SEXAGESIMAL

El **sistema sexagesimal** lo utilizamos para medir amplitudes de ángulos y medidas de tiempo menores que el día.

Se denomina sexagesimal porque cada unidad es 60 veces mayor que la unidad del orden inmediato inferior.

Unidades de medida de ángulos



1 grado = 60 minutos

$1° = 60'$

1 minuto = 60 segundos

$1' = 60''$

7. SISTEMA SEXAGESIMAL

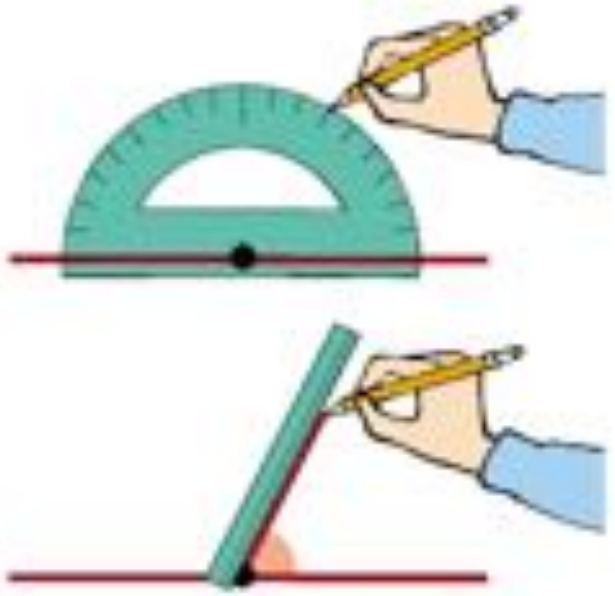
Expresa estas medidas de ángulos en las unidades que se indica.

a) 34° en minutos ⟶

b) 3,4° en segundos →

c) 340'' en grados ⟶

Dibuja un ángulo de 60°.

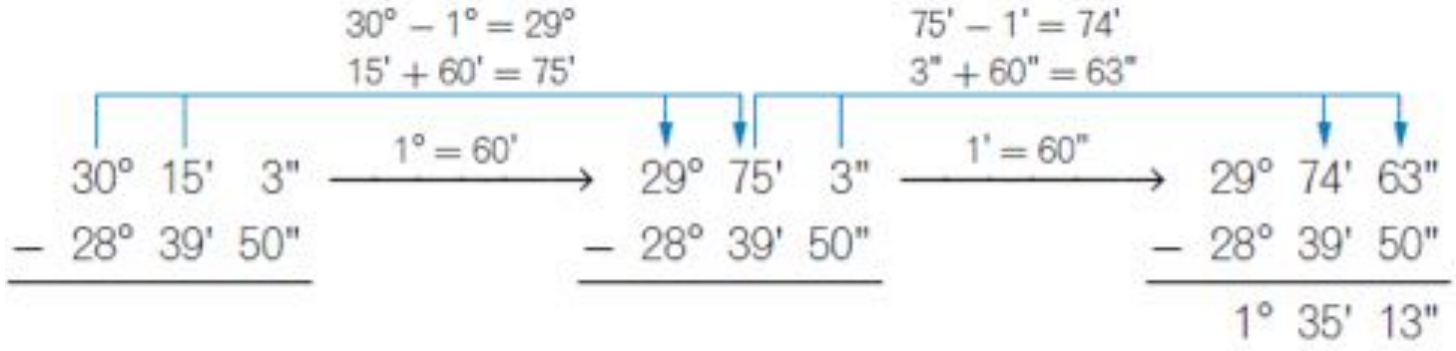


7. OPERACIONES CON ÁNGULOS

- SUMA DE ÁNGULOS
- RESTA DE ÁNGULOS
- PRODUCTO DE UN ÁNGULO POR UN NÚMERO

7. +/- EN SISTEMA SEXAGESIMAL

7. +/- EN SISTEMA SEXAGESIMAL

$$\begin{array}{rrrr} & 30^\circ & 15' & 3'' \\ - & 28^\circ & 39' & 50'' \\ \hline \end{array}$$

$3'' < 50''$ $\qquad$ $15' < 39'$