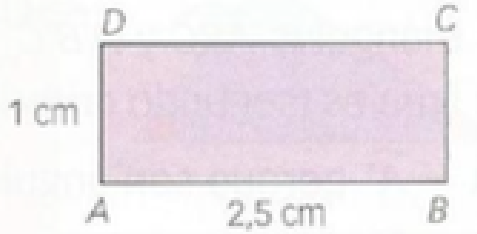
Tema 6
Semejanzas, Pitágoras, Perímetros y Áreas

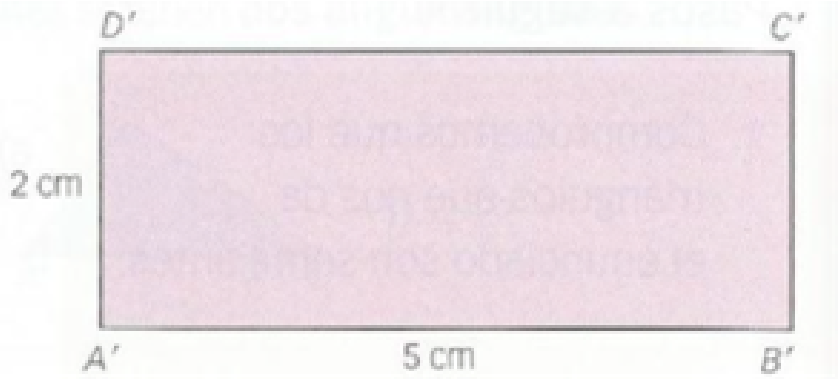
1. FIGURAS SEMEJANTES

Dos **figuras** son **semejantes** cuando tienen la misma forma pero diferente tamaño. Y eso supone que:

- Los ángulos correspondientes son iguales.
- Las longitudes de los segmentos correspondientes son proporcionales.

Dados estos rectángulos:





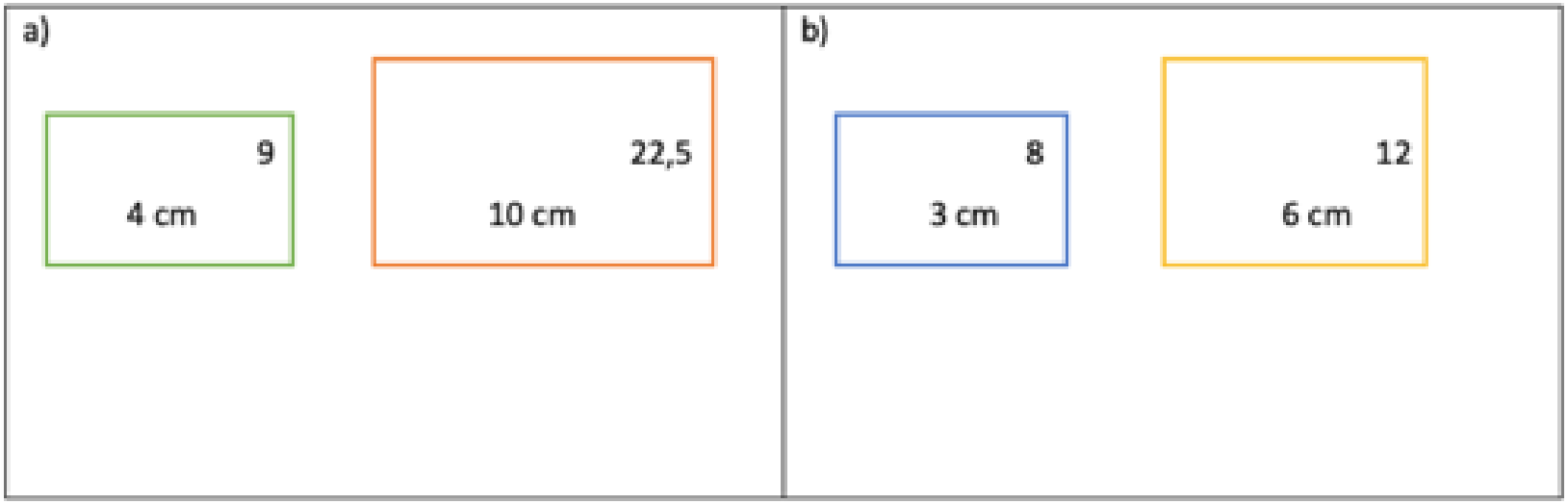
a) Determina si son semejantes.

b) Calcula la razón de semejanza.

1. FIGURAS SEMEJANTES

Ejercicio 1

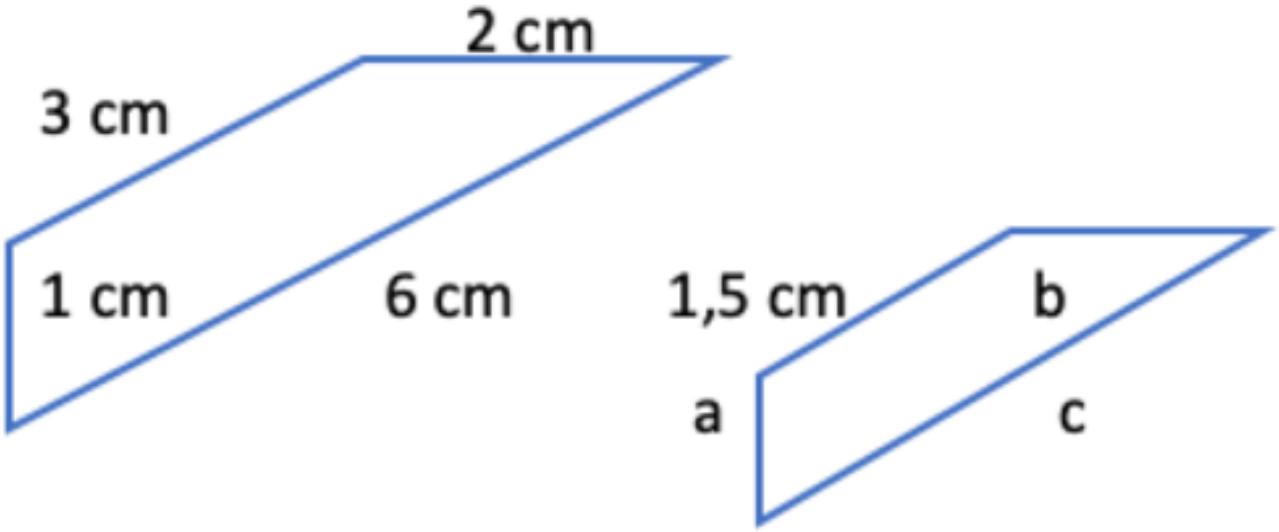
Dados los siguientes rectángulos, indica si son semejantes y en dicho caso, calcula la razón de semejanza.



1. FIGURAS SEMEJANTES

Ejercicio 2

Dadas estas figuras semejantes, calcula los lados desconocidos:



1. FIGURAS SEMEJANTES

Ejercicio 3

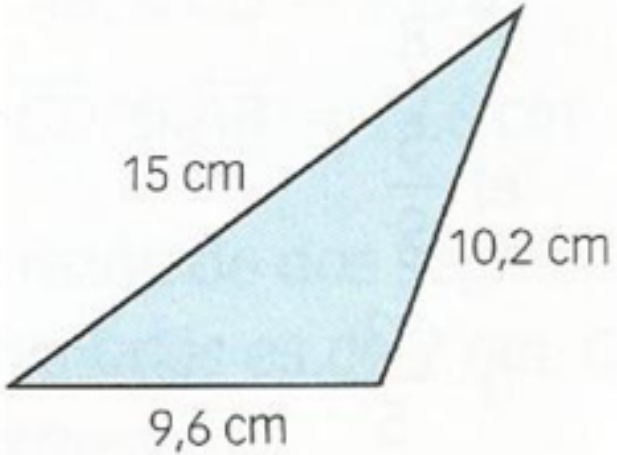
Dados dos pentágonos regulares de lados 5 cm y 7 cm respectivamente. ¿Podemos decir que son semejantes?. Justifica tu respuesta. En caso afirmativo, calcula la razón de semejanza.

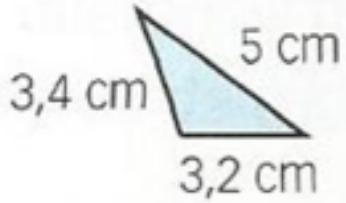
1.1. TRIÁNGULOS SEMEJANTES

Dos **triángulos** $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$ son **semejantes** si tienen:

1. Los ángulos iguales: $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{B} = \widehat{B'}$ y $\widehat{C} = \widehat{C'}$.
2. Los lados proporcionales: $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$.

¿Son semejantes estos triángulos?

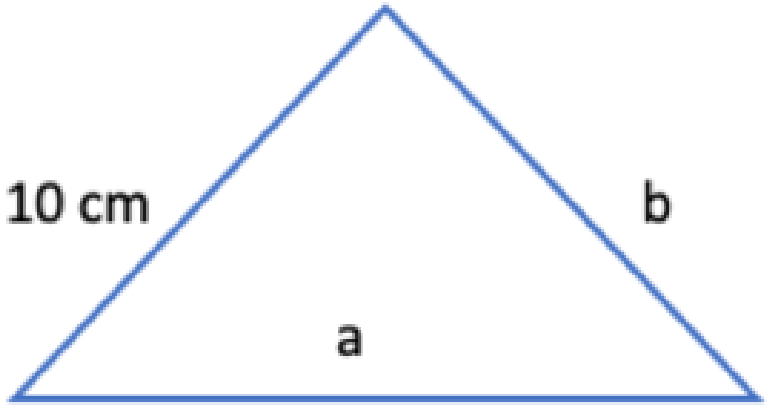




1.1. TRIÁNGULOS SEMEJANTES

Ejercicio 4

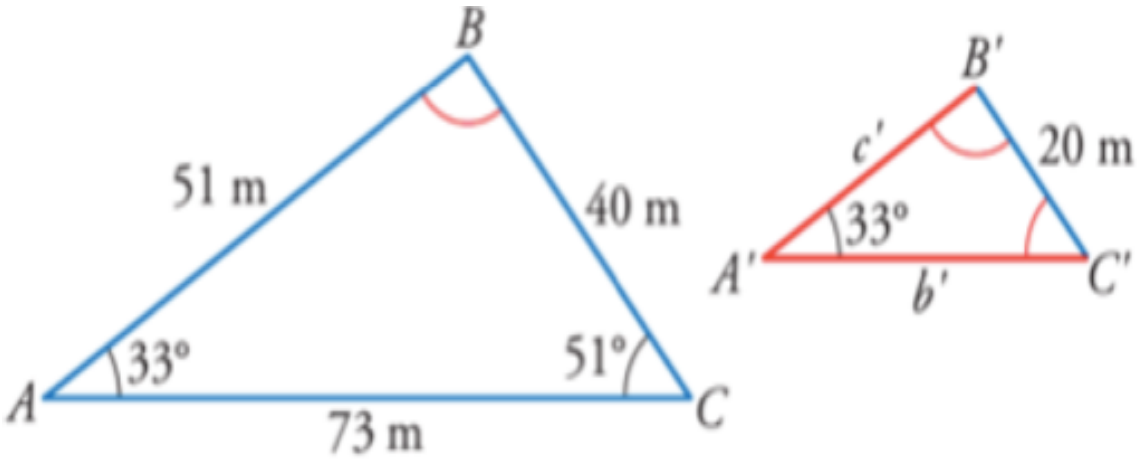
Dados estos dos triángulos, calcula el valor de "a" y "b" para que sean semejantes.



1.1. TRIÁNGULOS SEMEJANTES

Ejercicio 5

Sabemos que estos dos triángulos son semejantes. Calcula los lados y los ángulos desconocidos.



1.1. TRIÁNGULOS SEMEJANTES

Ejercicio 6

Calcula el valor desconocido para que los triángulos sean semejantes:

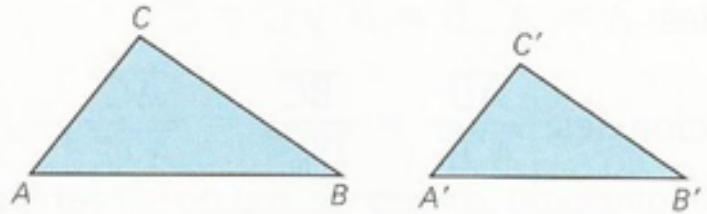
a) Triángulo 1: a = 9 cm, b = 6 cm, c = 12 cm. Triángulo 2: a' = 6 cm, b' = 4 cm, ¿c'?

b) Triángulo 1: A = 45º, b = 8 cm, c = 4 cm. Triángulo 2: A' = 45º, b' = 16 cm, ¿a'?

1.2. CRITERIOS SEMEJANZA TRIÁNGULOS

Primer criterio

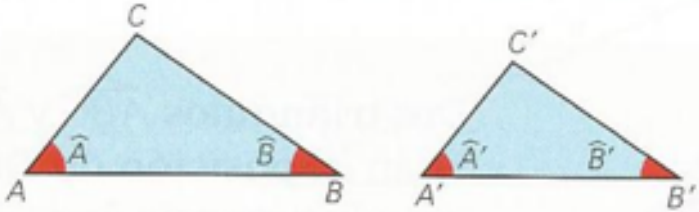
Dos triángulos son semejantes si sus **lados** son **proporcionales**.



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

Segundo criterio

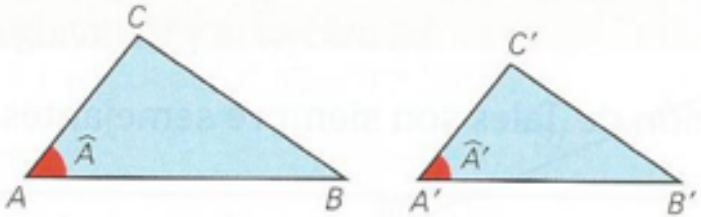
Dos triángulos son semejantes si tienen **dos ángulos iguales**.



$$\hat{A} = \hat{A'}$$
$$\hat{B} = \hat{B'}$$

Tercer criterio

Dos triángulos son semejantes si tienen **un ángulo igual** y los **dos lados** que lo forman son **proporcionales.**



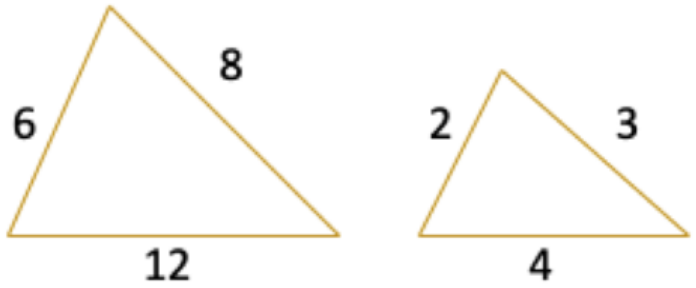
$$\hat{A} = \hat{A'}$$
$$\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$$

1.2. CRITERIOS SEMEJANZA TRIÁNGULOS

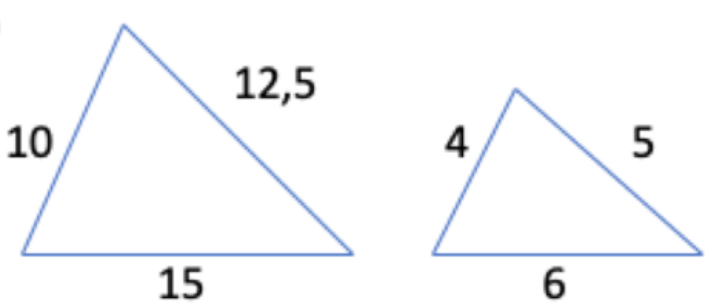
Ejercicio 7

Comprueba si los siguientes triángulos son semejantes indicando que criterio utilizas para justificarlo.

a)



b)

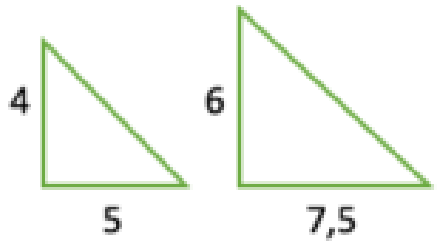


1.2. CRITERIOS SEMEJANZA TRIÁNGULOS

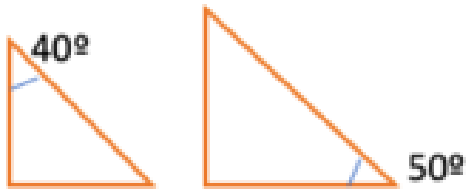
Ejercicio 7

Comprueba si los siguientes triángulos son semejantes indicando que criterio utilizas para justificarlo.

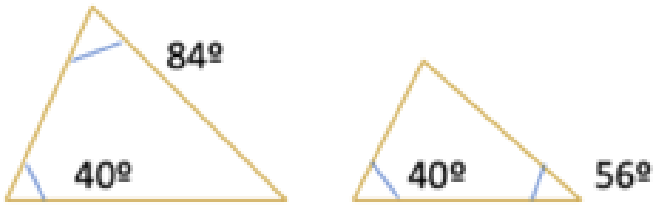
c)



d)



e)



1.2. CRITERIOS SEMEJANZA TRIÁNGULOS

Ejercicio 8

Aplicando los criterios de semejanza, justifica si los triángulos ABC y MNP son semejantes según los siguientes casos (todos los lados en cm):

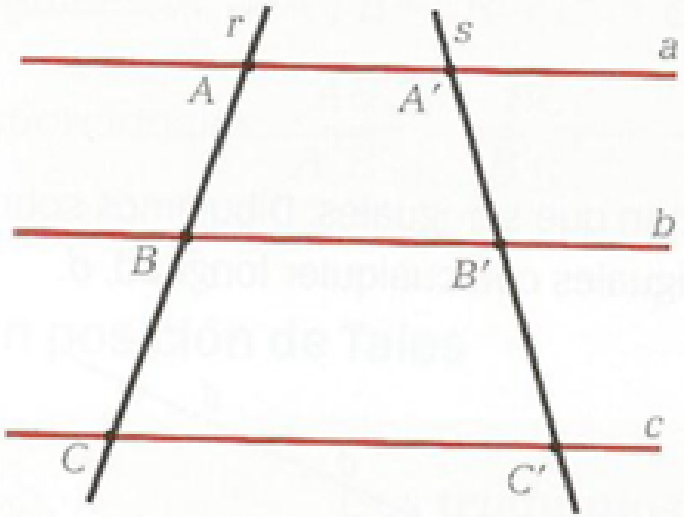
a) A=60°; B=45° y M=75°; N=60°.

b) AB=10; AC=12; A=35° y MN=20; MP=16; M=35°

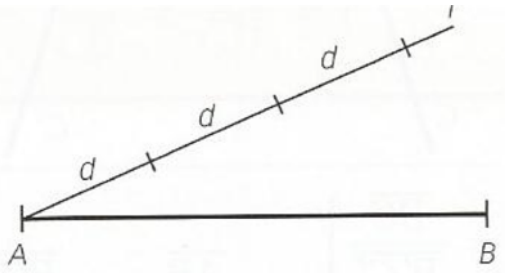
c) AB=10; AC=12; BC=15 y MN=15; MP=18; NP=22,5.

1.3. TEOREMA DE TALES

Si tres rectas paralelas, a, b y c, cortan a dos rectas, r y s, los segmentos que determinan son proporcionales.



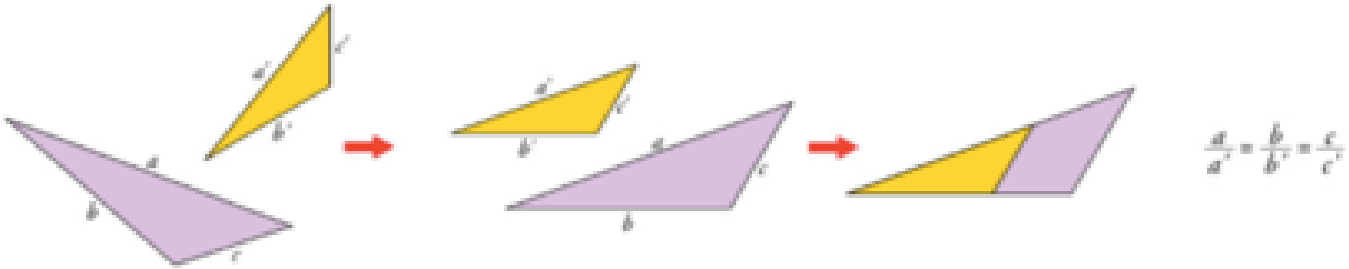
Nota: Una de las utilidades del T. De Tales es la de dividir segmentos en partes iguales.



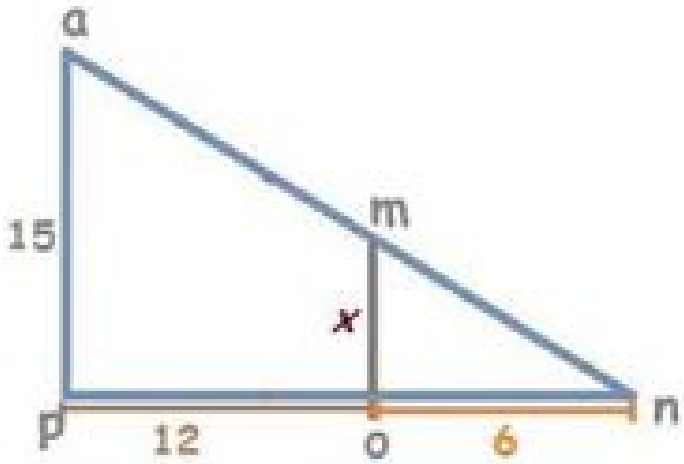
1.1. TEOREMA DE TALES

1.4. TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES

Dos triángulos en posición de Tales, o que se pueden poner en posición de Tales, son semejantes.



Aplicación:

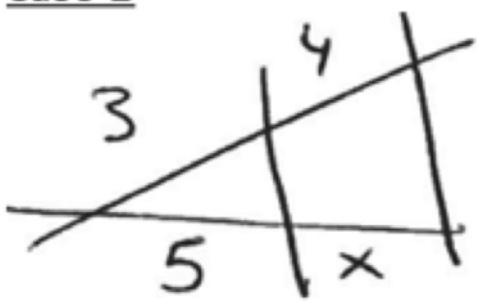


1.4. TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES

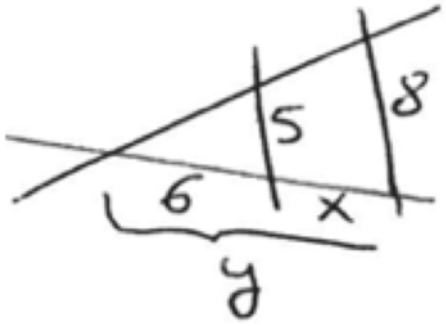
Ejercicio 9

Calcula el valor de "x" en los siguientes triángulos en posición de Thales

Caso 1



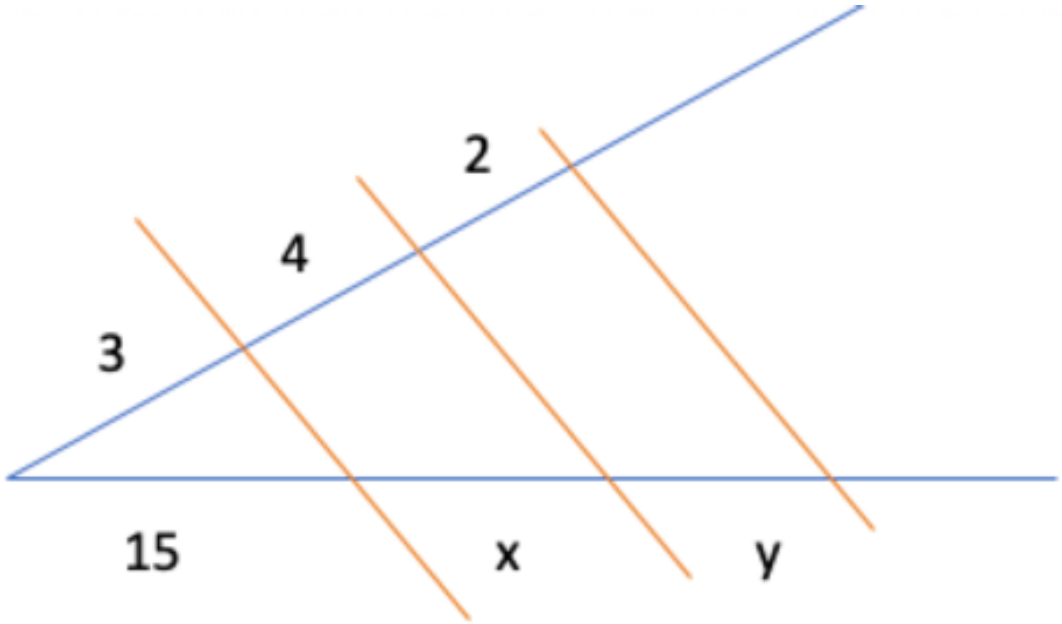
Caso 2



1.4. TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES

Ejercicio 10

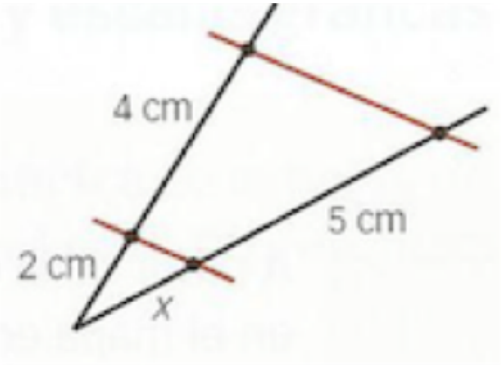
Aplicando el Teorema de Thales calcula el valor de “x” e “y

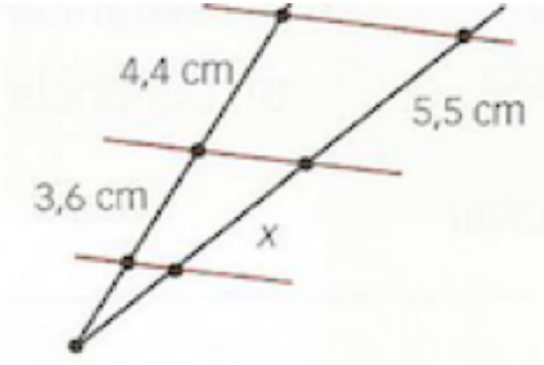


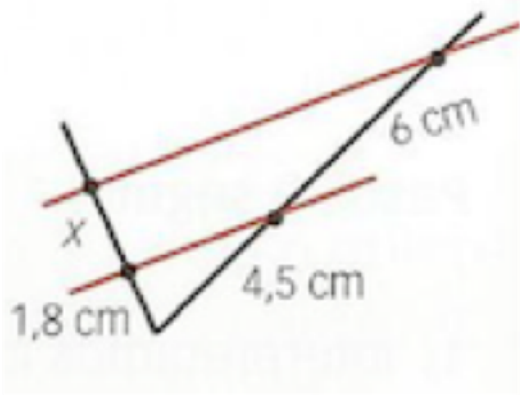
1.4. TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES

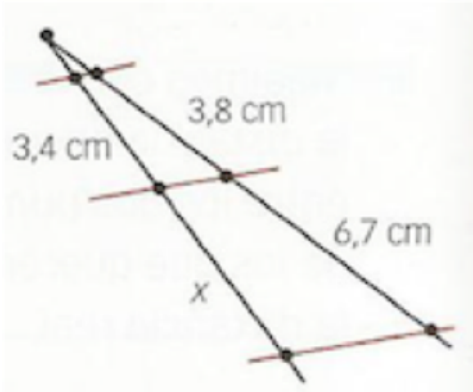
Ejercicio 11

Calcula en cada caso los valores desconocidos





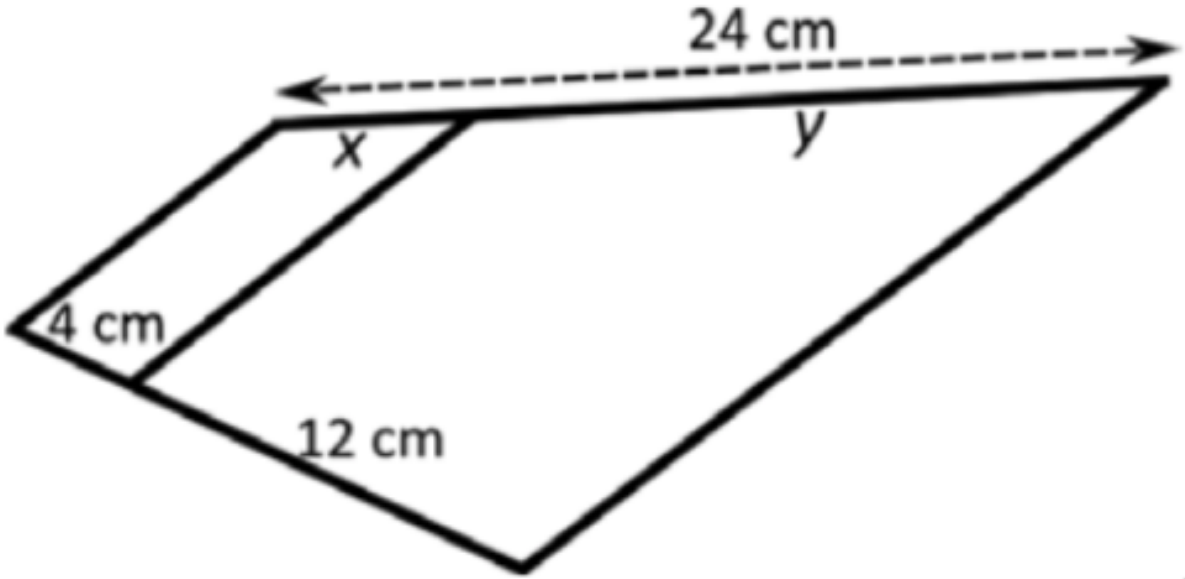


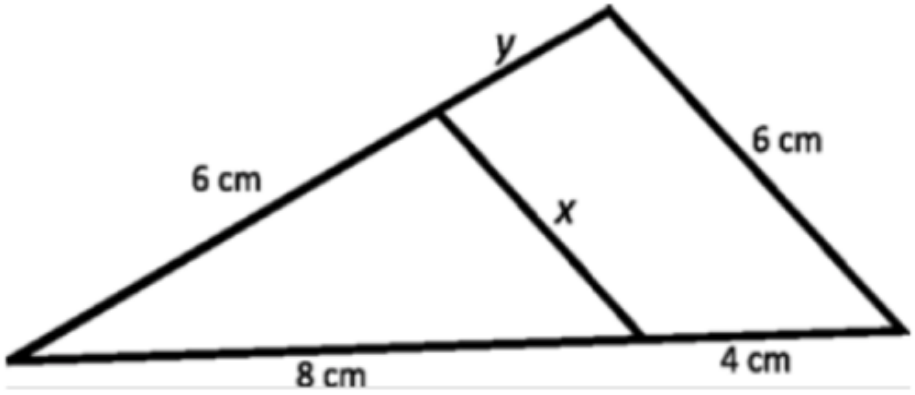


1.4. TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES

Ejercicio 12

Calcula en cada caso los valores desconocidos





1.4. TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES

Ejercicio 13

Calcula la altura de un edificio que proyecta una sombra de 47 metros en el momento en que un chico de 1,80 m de altura proyecta una sombra de 3 metros.

1.4. TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES

Ejercicio 14

Calcula la altura de un árbol que proyecta una sombra de 6,2 metros en el momento en que un poste de 1,5 m de altura proyecta una sombra de 2 metros.

1.4. TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES

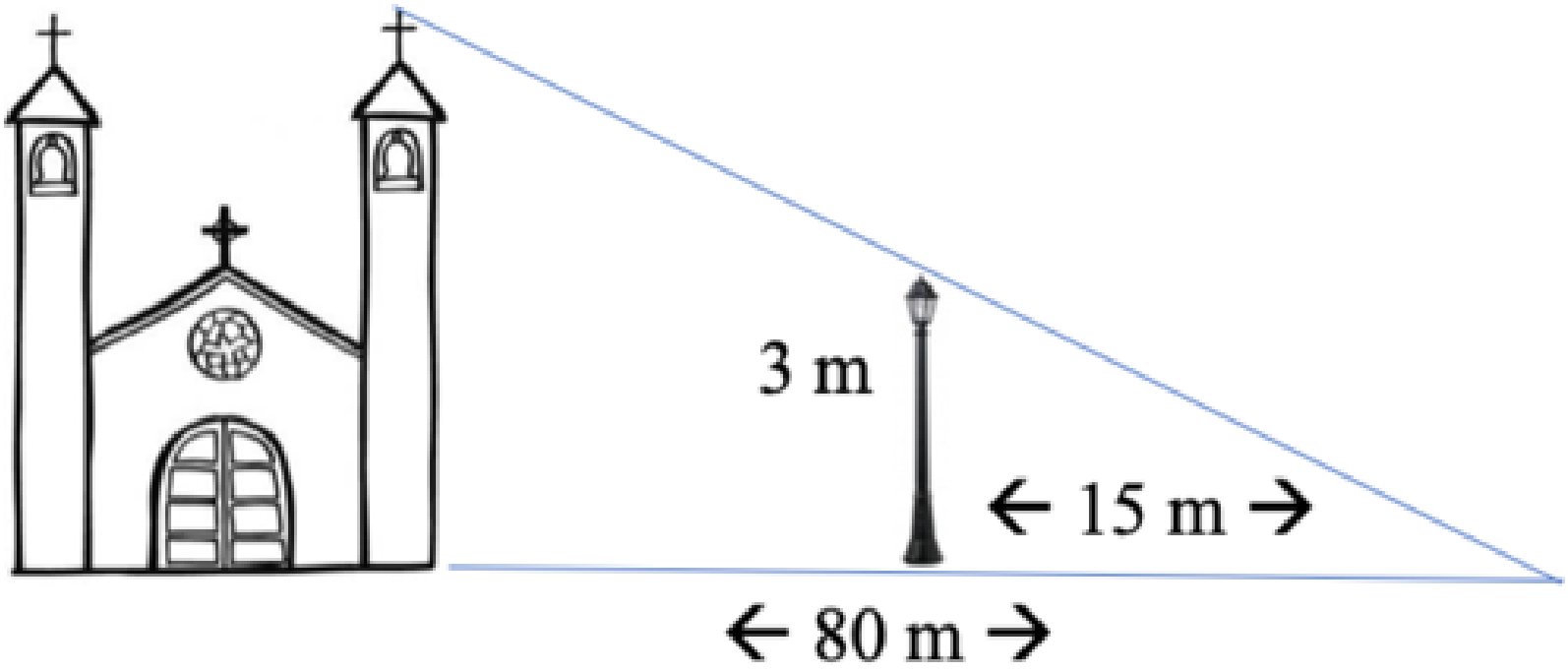
Ejercicio 15

Un gran árbol, a las once de la mañana de cierto día, arroja una sombra de 6,5 metros. Próximo a él, un cobertizo de 2,8 metros de altura proyecta una sombra de 70 cm. ¿Cuál es la altura del árbol?

1.4. TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES

Ejercicio 16

Calcula la altura de la iglesia teniendo en cuenta las medidas del dibujo:



1.4. TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES

Ejercicio 17

Para medir la altura de una montaña, Pedro, de 182 cm de altura, se sitúa a 2,3 m de un árbol de 3,32 m situado entre él y la montaña de forma que su copa, la cima de dicha montaña y los ojos de Pedro se encuentran en línea. Sabiendo que Pedro está a 138 m del pie de la montaña, calcula la altura de la montaña.

1.4. TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES

Ejercicio 18

Entre Sergio, de 152 cm de altura, y un árbol, hay un pequeño charco en el que se refleja su copa. Calcula la altura de dicho árbol sabiendo que las distancias que separan a Sergio del lugar de reflejo en el charco y del árbol son de 3,2 m y 10,7 m, respectivamente.

1.4. TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES

Ejercicio 19

La sombra de un edificio mide 15 m y la del primer piso 2 m. Sabemos que la altura de ese primer piso es 3 m. ¿Cuánto mide el edificio?.

2. ESCALAS

Se llama **escala** a la razón de semejanza entre la figura representada y la figura original.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Distancia en la representación}}{\text{Distancia en el original}}$$

Una **escala numérica** se expresa de la forma **1 : *n***. Eso quiere decir que 1 unidad en la representación equivale a *n* unidades en la realidad.

1 : 250

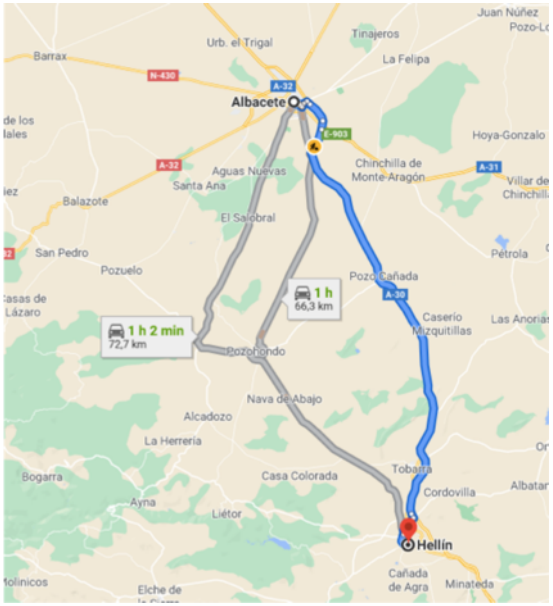
1 cm en el plano representa 250 cm en la realidad.

1 m en el plano representa 250 m en la realidad.

2. ESCALAS

Ejercicio 20

En un mapa de la provincia de Albacete, si medimos la distancia de Hellín a Albacete con una regla mide 3 cm. Si en la realidad hay 66 km, ¿A qué escala está hecho ese mapa?



2. ESCALAS

Ejercicio 21

Si tenemos un mapa de la provincia de Albacete a Escala 1:300000 y la distancia real de Hellín a Elche de la Sierra son 35 km, ¿Cuánto medirá esa distancia en el mapa?.

2. ESCALAS

Ejercicio 22

Completa la siguiente tabla que la escala aplicada es 1:1000

Dibujo	Medida Real
26 cm	
	11 km
0,05 m	

2. ESCALAS

Ejercicio 23

La distancia entre Madrid y Hellín es 330 km. En el mapa la distancia entre ambas ciudades es 2,7 cm. ¿A qué escala está dibujado el mapa?.

Ejercicio 24

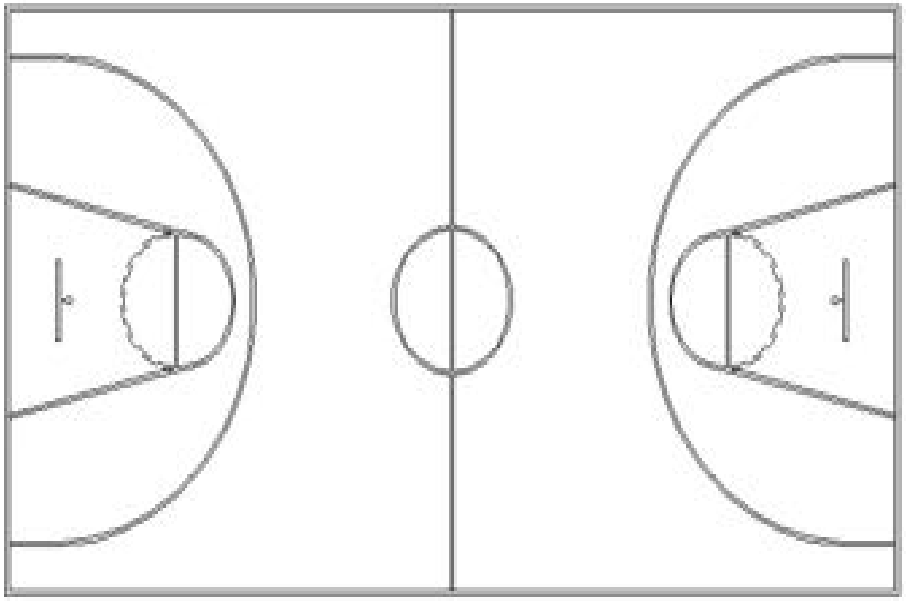
2. ESCALAS

En una fotografía, María y Fernando miden 2,5 cm y 2,7 cm, respectivamente; en la realidad, María tiene una altura de 167,5cm. ¿A qué escala está hecha la foto? ¿Qué altura tiene Fernando en la realidad?

2. ESCALAS

Ejercicio 25

Un dibujo de una pista de baloncesto mide 14 cm de ancho y 7,5 cm de alto a escala 1:200. ¿Cuáles son sus medidas reales?.



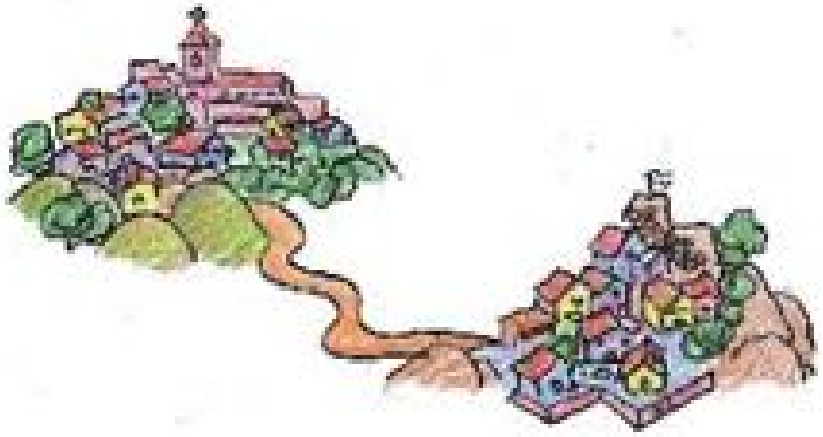
2. ESCALAS

Ejercicio 26

En un mapa, de escala 1:250 000, la distancia entre dos pueblos es de 1,3 cm.

a) ¿Cuál es la distancia real entre ambos pueblos?

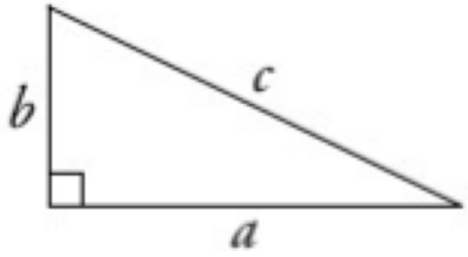
b) ¿Cuál sería la distancia en ese mapa, entre otros dos pueblos que en la realidad distan 15 km?



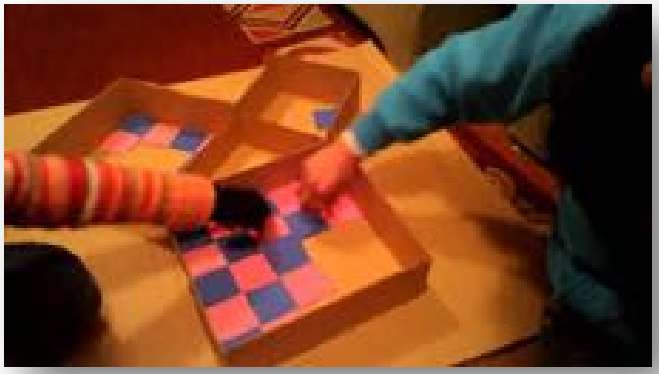
3. TEOREMA DE PITÁGORAS

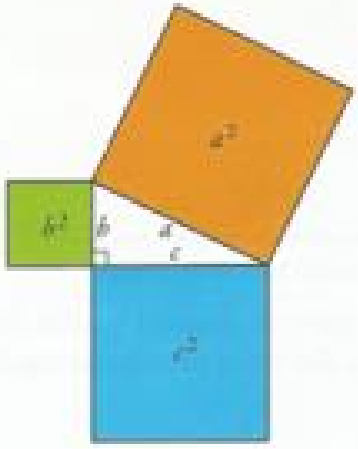
En un triángulo rectángulo cualquiera, la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.

$$a^2 + b^2 = c^2$$ (**teorema de Pitágoras**)

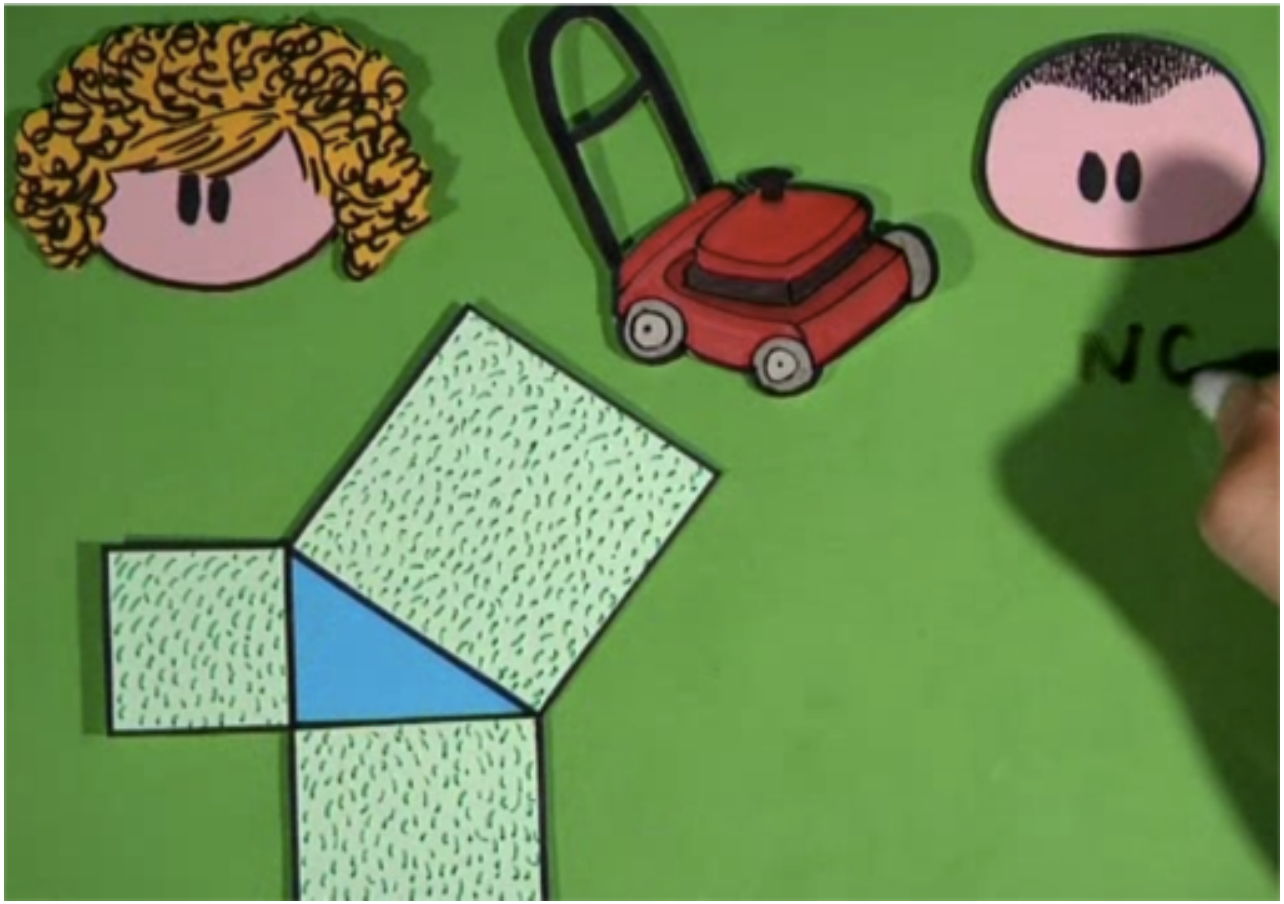


$$c = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad a = \sqrt{c^2 - b^2}, \quad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

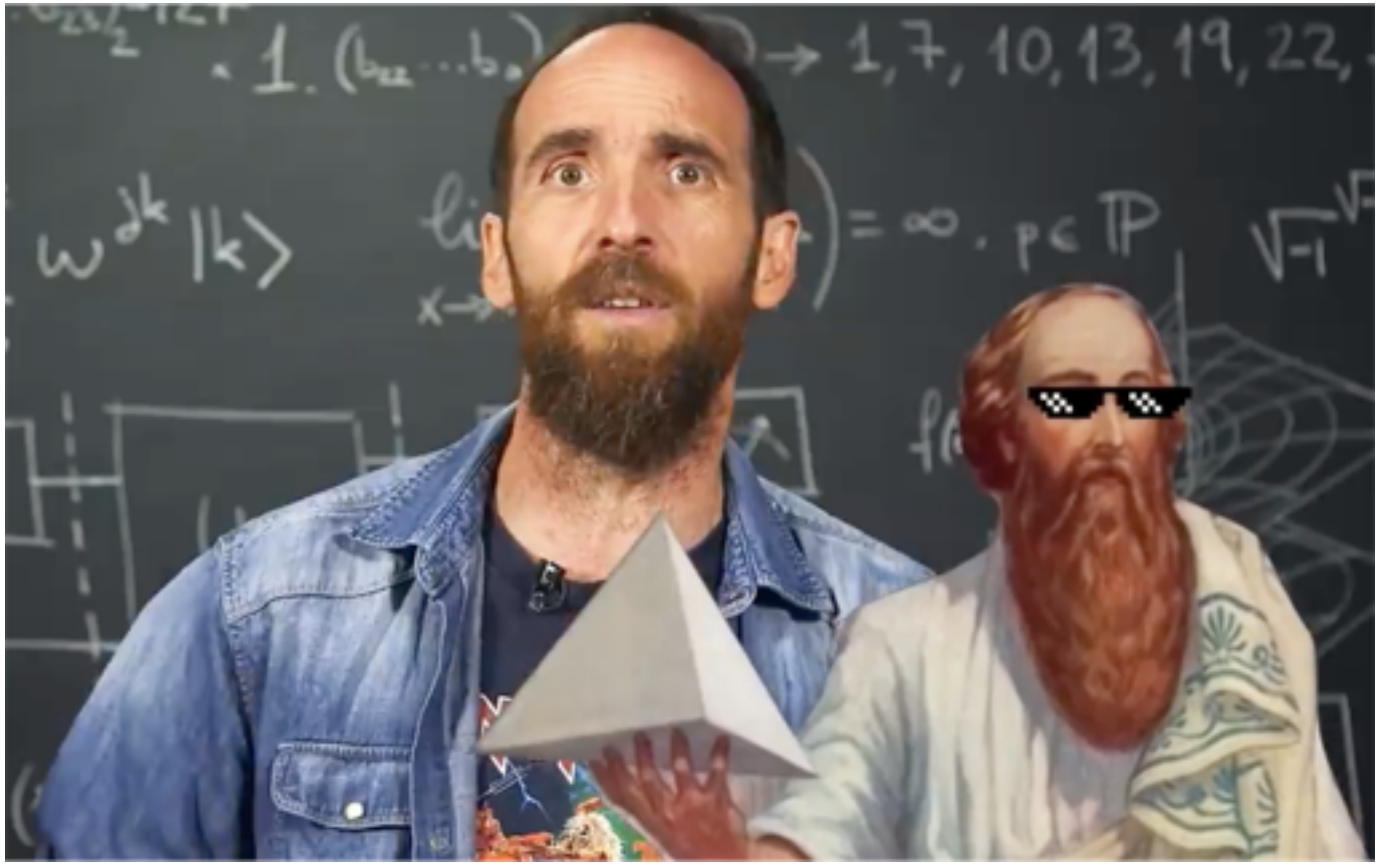




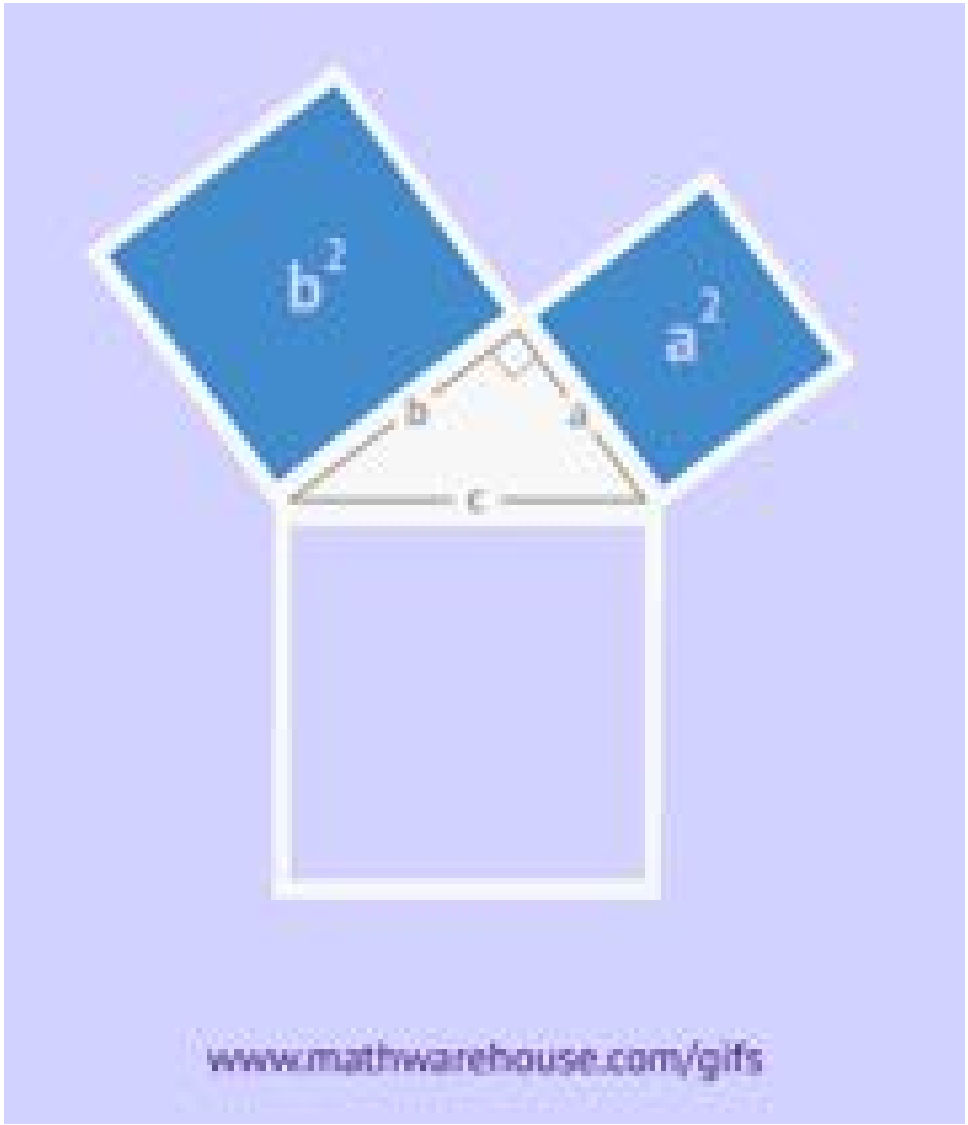
VÍDEO PRACTICOPEDIA - TEOREMA DE PITÁGORAS

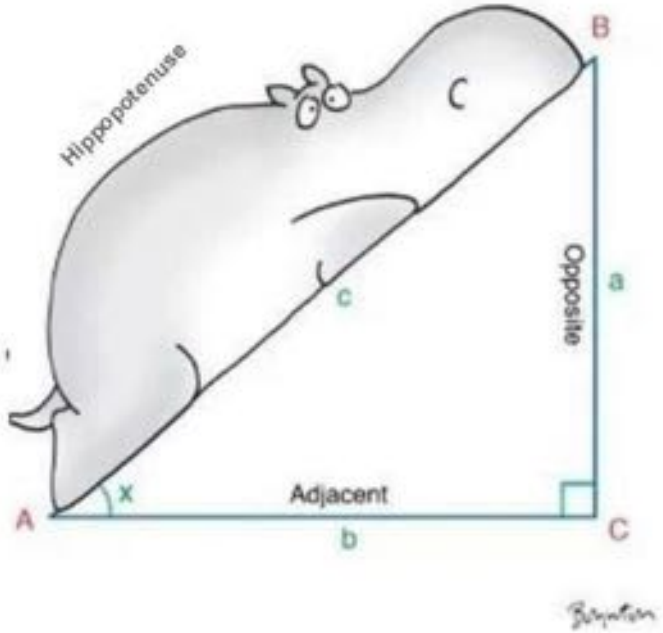


VÍDEO CANAL DERIVANDO - TEOREMA DE PITÁGORAS



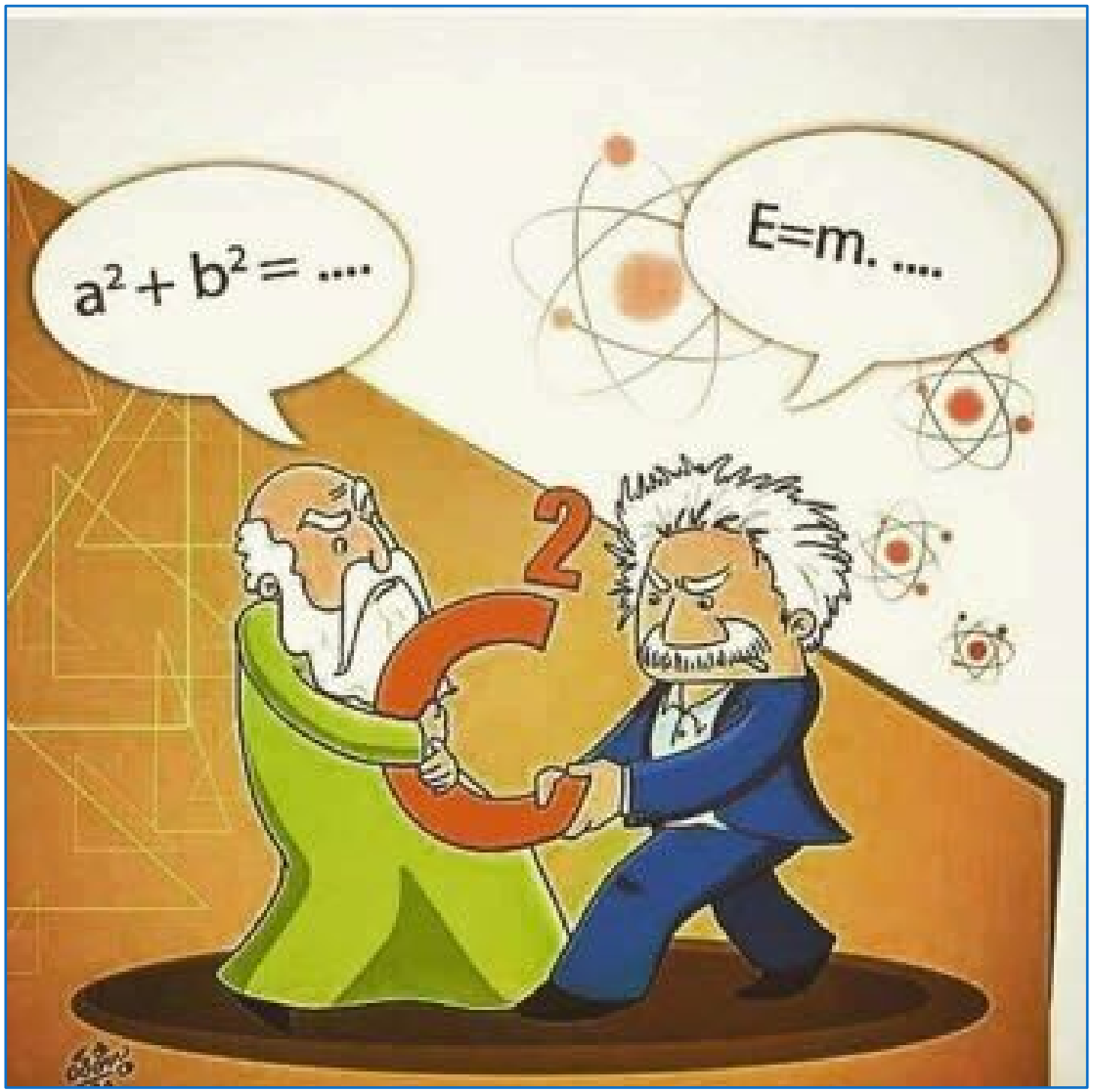
3. TEOREMA DE PITÁGORAS





3. TEOREMA DE PITÁGORAS

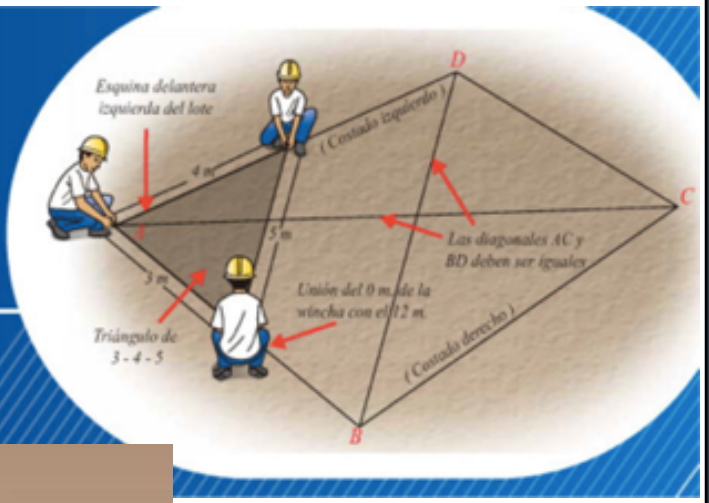
3. TEOREMA DE PITÁGORAS



VIDEO UTILIDAD TEOREMA DE PITÁGORAS EN LA CONSTRUCCIÓN
REGLA 3-4-5 PARA HACER ESCUADRAS

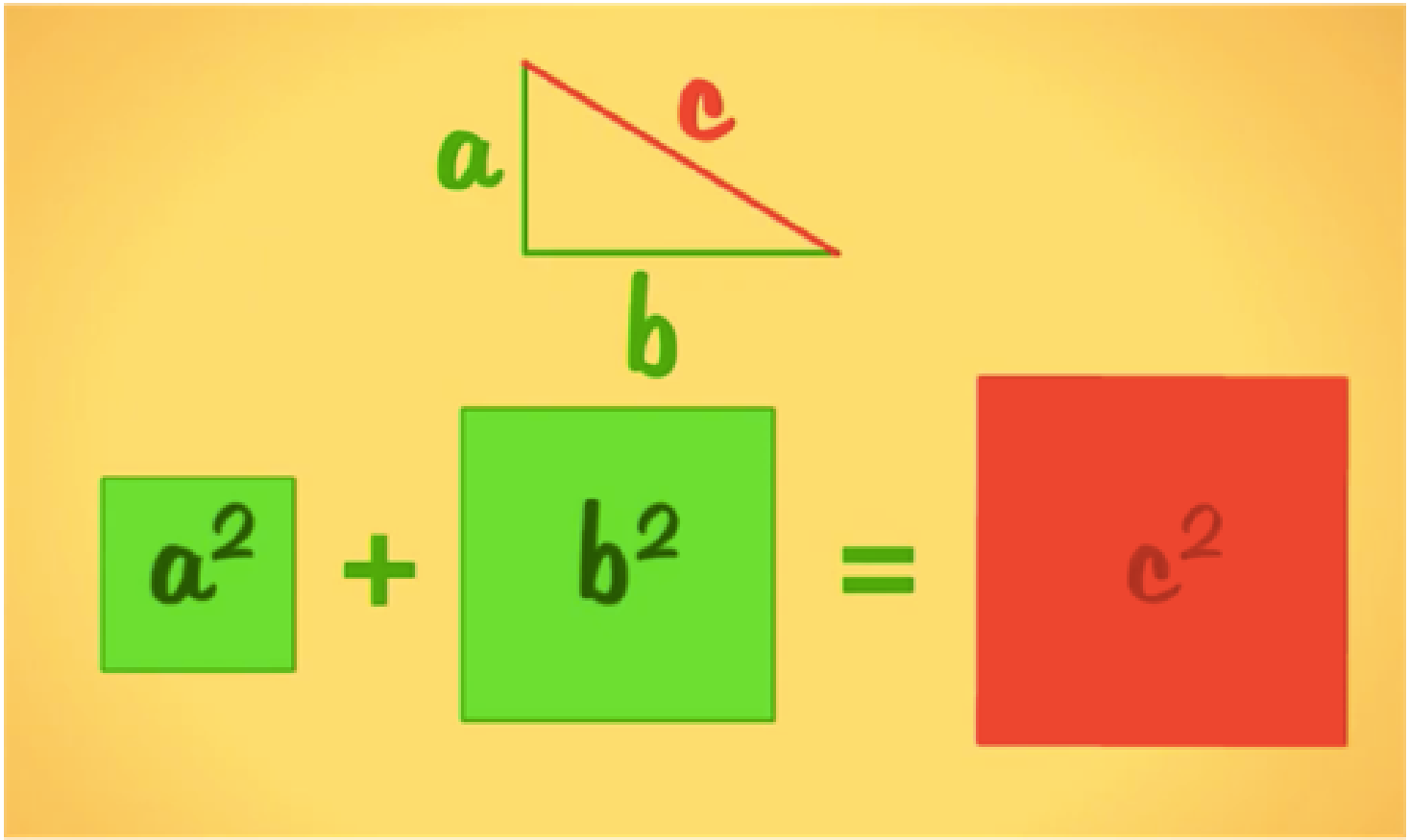
REGLA 3-4-5 PARA HACER ESCUADRAS

TRAZADO DE ESCUADRA. USO **DEL TRIÁNGULO DE PITÁGORAS.**



3	4	5
5	12	13
7	24	25
8	15	17
9	40	41
11	60	61
12	35	37

VIDEO TRONCHO Y PONCHO
TEOREMA DE PITÁGORAS

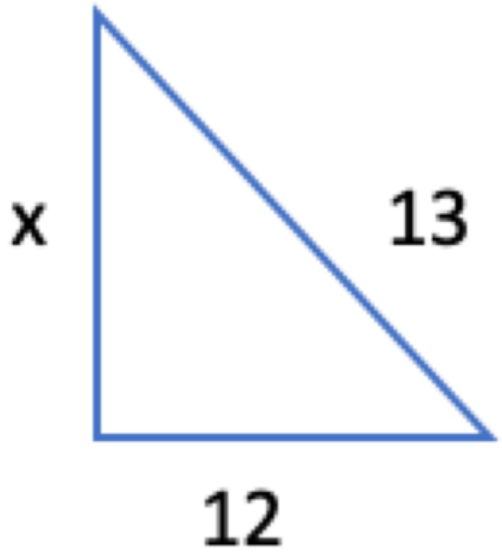


3. TEOREMA DE PITÁGORAS

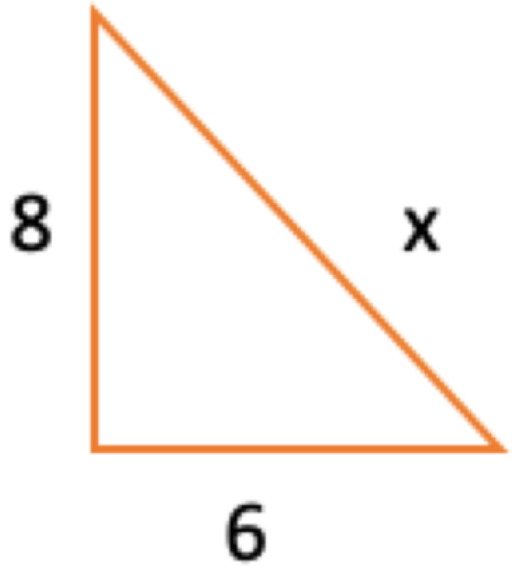
Ejercicio 27

Halla el lado desconocido en los siguientes triángulos:

a)



b)

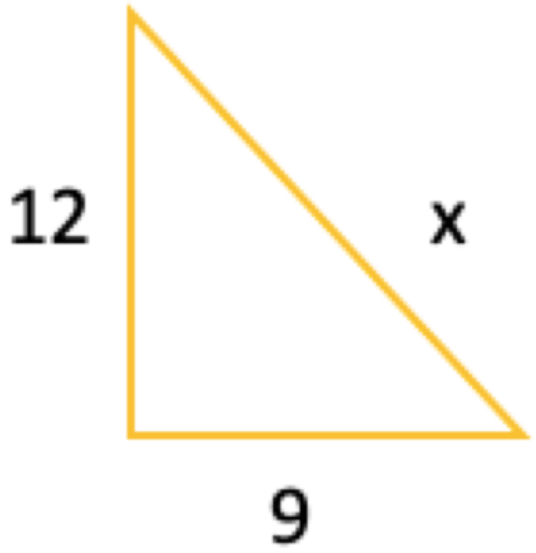


3. TEOREMA DE PITÁGORAS

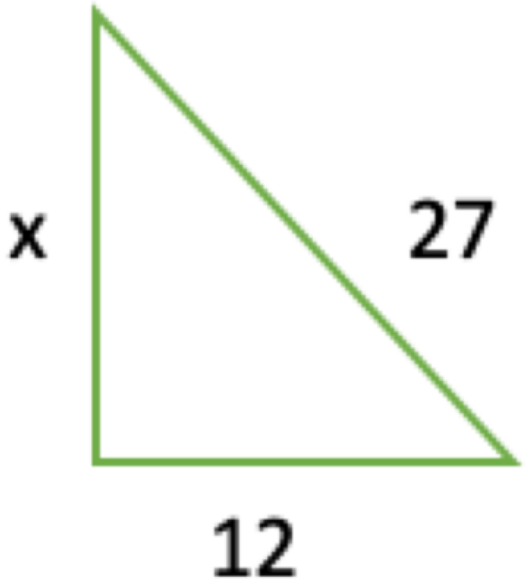
Ejercicio 27

Halla el lado desconocido en los siguientes triángulos:

c)



d)

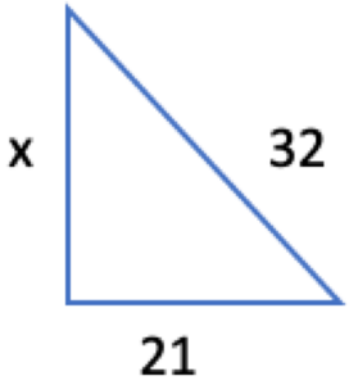


3. TEOREMA DE PITÁGORAS

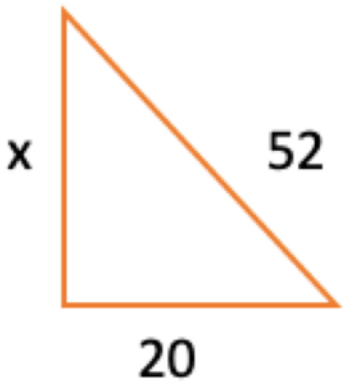
Ejercicio 27

Halla el lado desconocido en los siguientes triángulos:

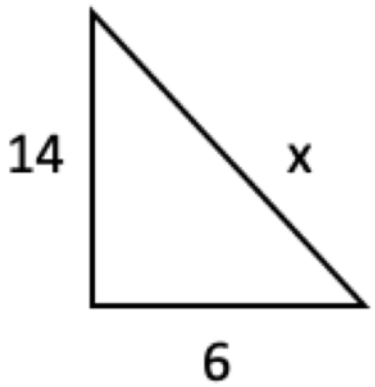
e)



f)



g)

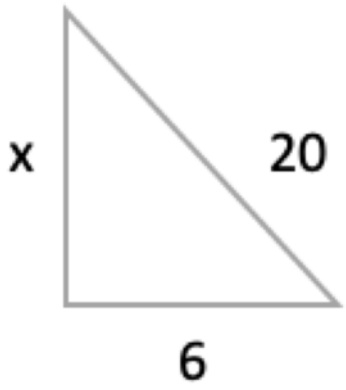


3. TEOREMA DE PITÁGORAS

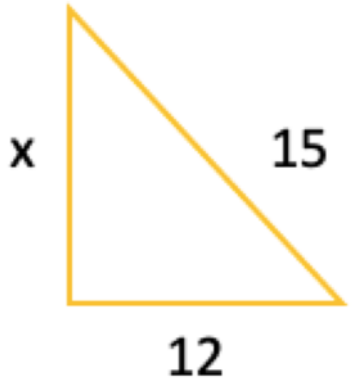
Ejercicio 27

Halla el lado desconocido en los siguientes triángulos:

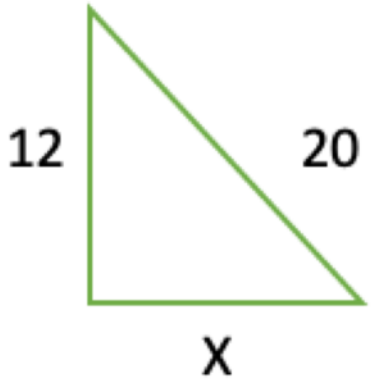
h)



i)



j)



3. TEOREMA DE PITÁGORAS

Ejercicio 28

¿Es posible encontrar un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 7 cm y 24 cm y su hipotenusa 26 cm?. Si tu respuesta es negativa, halla cuánto mide la hipotenusa.

3. TEOREMA DE PITÁGORAS

Ejercicio 29

Una escalera tiene 10 m de largo y se quiere apoyar en una pared vertical de forma que el extremo superior esté a una altura de 8 metros. ¿A qué distancia de la pared se debe poner el extremo inferior de la escalera?

3. TEOREMA DE PITÁGORAS

Ejercicio 29-2

Calcula la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado 12 cm.

3. TEOREMA DE PITÁGORAS

Ejercicio 30

Calcula el perímetro de un rectángulo cuya diagonal mide 5,8 cm, y uno de los lados, 4 cm.

3. TEOREMA DE PITÁGORAS

Ejercicio 31

Se cae un poste de 14,5 m de alto sobre un edificio que se encuentra a 10 m de él. ¿Cuál es la altura a la que le golpea?

3. TEOREMA DE PITÁGORAS

Ejercicio 32

Un futbolista entrena corriendo la diagonal del terreno de juego de un campo de fútbol, ida y vuelta, 30 veces. ¿Qué distancia total recorre si el terreno de juego tiene unas medidas de 105 x 67 m?

3. TEOREMA DE PITÁGORAS

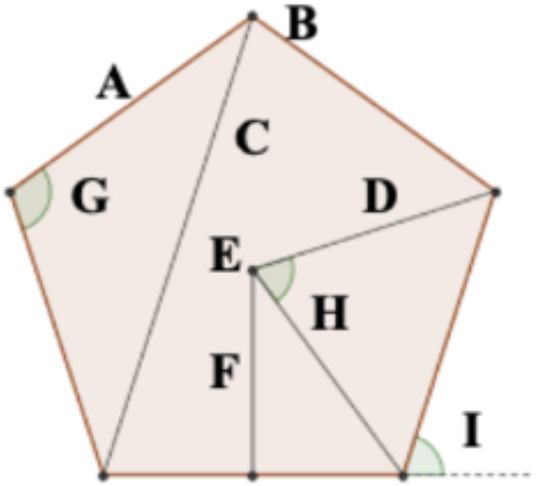
Ejercicio 27

Calcula en cada caso los valores desconocidos

4. POLÍGONOS

Polígono: Figura plana y cerrada limitada por segmentos.

Elementos de un polígono

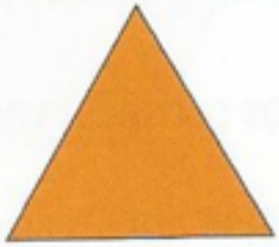


A - Lado
B - Vértice
C - Diagonal
D - Radio
E - Centro
F - Apotema
G - Ángulo interior
H - Ángulo central
I - Ángulo exterior

Polígono Regular: Polígono con lados y ángulos iguales.

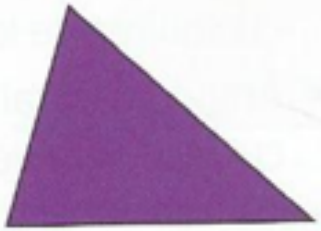
4. RECORDATORIO TIPOS TRIÁNGULOS

Clasifica estos triángulos en cuanto a la longitud de sus lados.



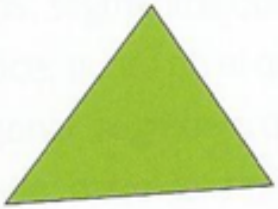
Equilátero
Tres lados iguales.

Isósceles
Dos lados iguales.



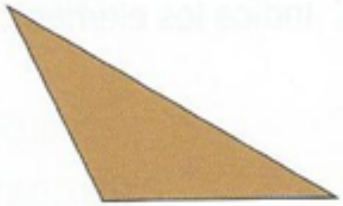
Escaleno
Tres lados desiguales.

Clasifica los siguientes triángulos en cuanto a sus ángulos.



Acutángulo
Todos sus ángulos agudos ($< 90°$).

Rectángulo
Tiene un ángulo recto.



Obtusángulo
Tiene un ángulo obtuso ($> 90°$).

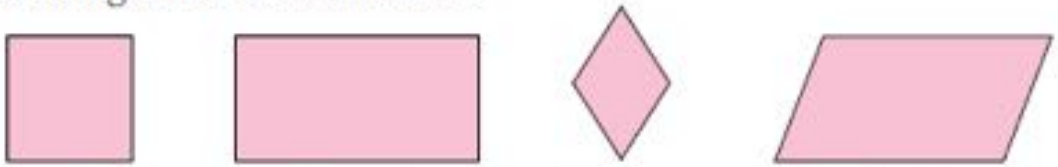
4. CUADRILÁTEROS

Los cuadriláteros son los polígonos de cuatro lados. Se clasifican en:

- **Paralelogramos**: cuadriláteros que tienen los lados paralelos, dos a dos.
- **Trapecios**: cuadriláteros que tienen solo dos lados paralelos.
- **Trapezoides**: cuadriláteros que no tienen lados paralelos.

Paralelogramos

Los paralelogramos se clasifican en:



Cuadrado Rectángulo Rombo Romboide

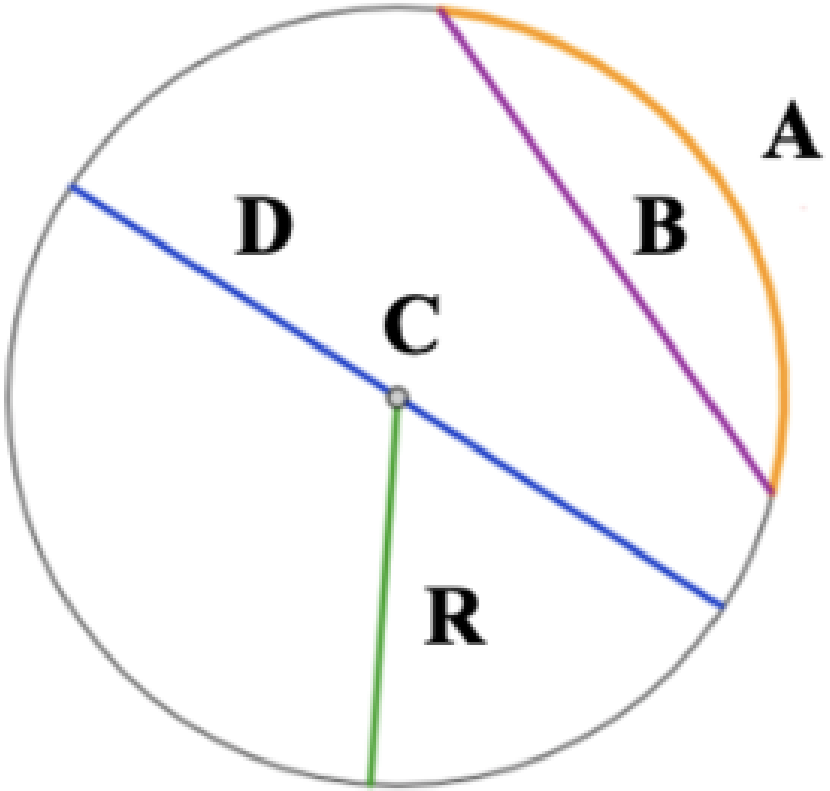
Trapecios

Los trapecios pueden ser:

Trapecio rectángulo Trapecio isósceles Trapecio escaleno

5. CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

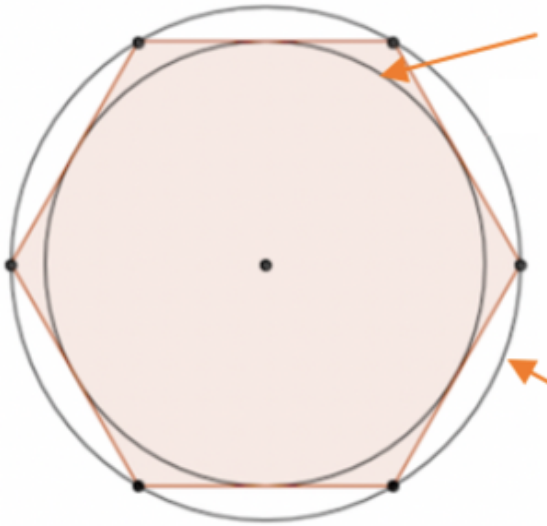
Elementos de una circunferencia



A - Arco
B - Cuerda
C - Centro
D - Diámetro
R – Radio

5. CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

Circunferencias en un polígono



Circunferencia inscrita

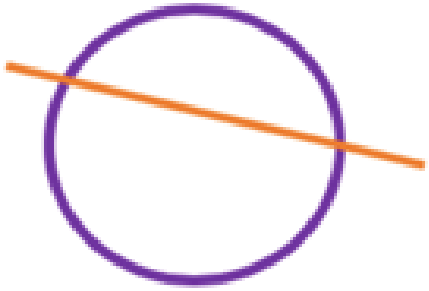
Circunferencia circunscrita

Sector y Corona Circular

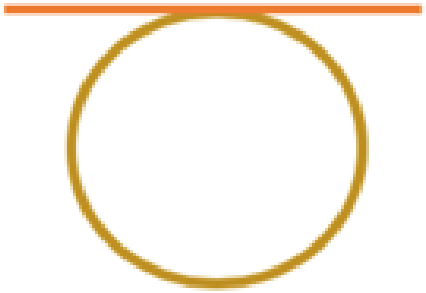
Sector Circular

Corona Circular

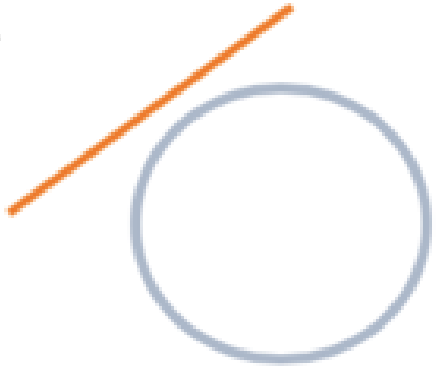
Posiciones de una recta y un circunferencia



Recta Secante



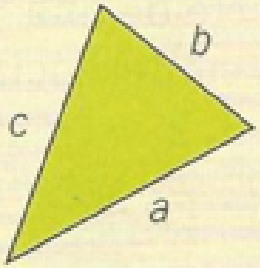
Recta Tangente



Recta Exterior

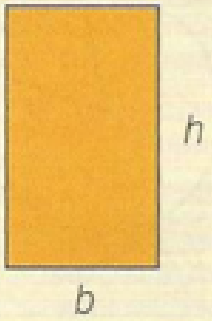
6.1. PERÍMETROS DE POLÍGONOS

El **perímetro de un polígono** es la suma de las longitudes de sus lados.



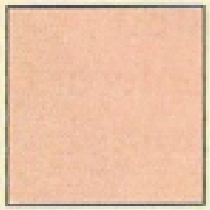
Triángulo

$P = a + b + c$



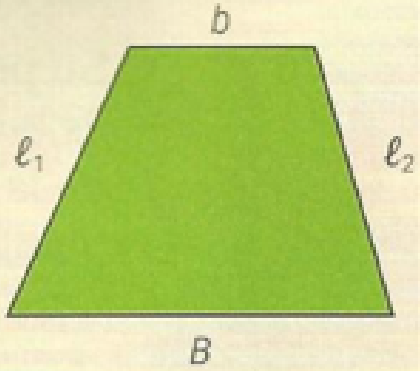
Rectángulo

$P = 2b + 2h$



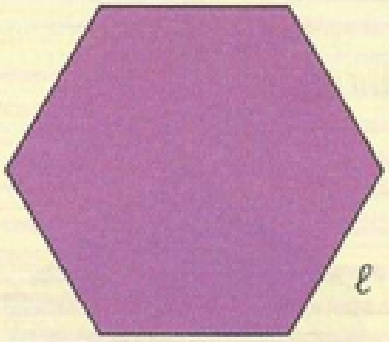
Cuadrado

$P = 4 \cdot \ell$



Trapecio

$P = B + b + \ell_1 + \ell_2$



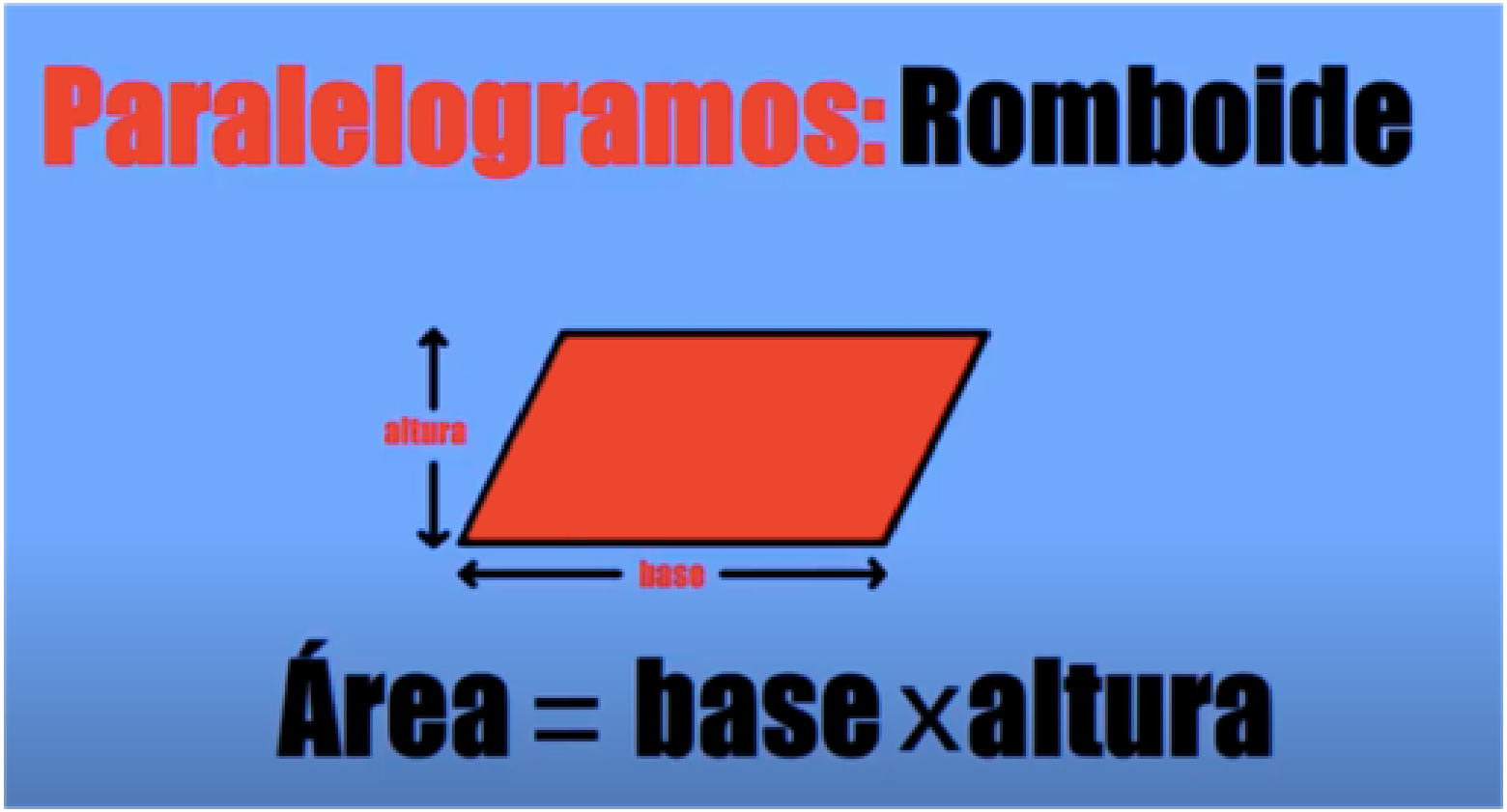
Polígono regular

Un polígono es regular cuando tiene todos sus lados y ángulos iguales.

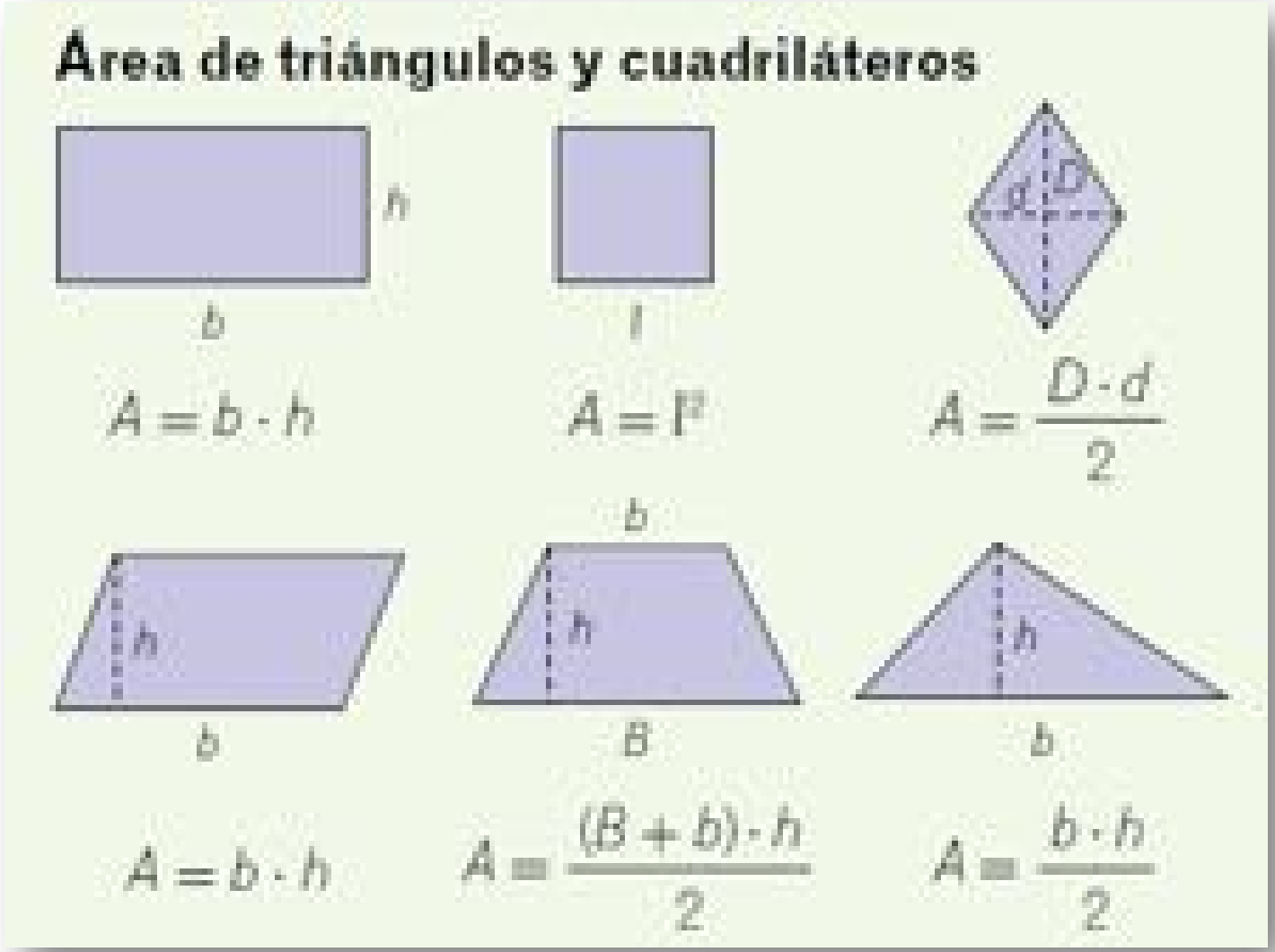
$P = n \cdot \ell$, donde n es el número de lados y ℓ la longitud de cada lado.

VIDEO LEMNISMATH
CÁLCULO DE PERÍMETROS – PARADOJA DE LA COSTA

VIDEO TRONCHO Y PONCHO
ÁREAS DE POLÍGONOS

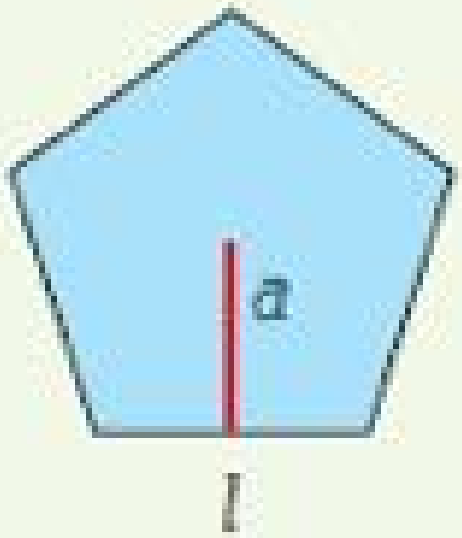


6.2. ÁREAS DE POLÍGONOS



6.2. ÁREAS DE POLÍGONOS

Área de un polígono regular



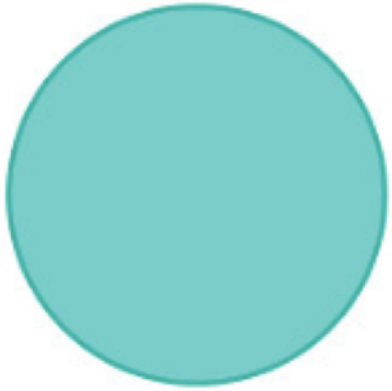
$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

6.3. PERÍMETROS Y ÁREAS DE FIGURAS CIRCULARES

Circunferencia-Círculo

Perímetro de la circunferencia = $2\pi r$

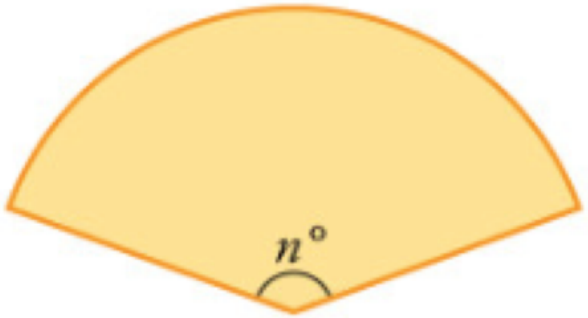
Área del círculo = πr^2



Sector circular n grados

$$\text{Área} = \frac{\pi r^2 \cdot n}{360}$$

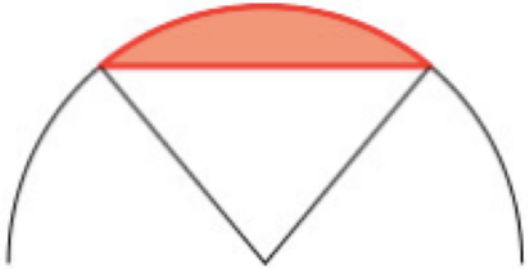
$$\text{Perímetro} = \frac{2\pi r \cdot n}{360} + 2r$$



6.3. PERÍMETROS Y ÁREAS DE FIGURAS CIRCULARES

Segmento circular

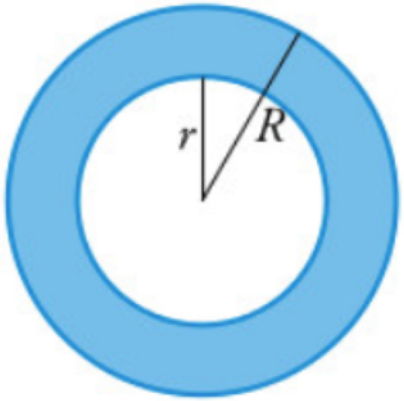
El área del segmento circular se halla restando del área del sector, el área del triángulo.



Corona circular

$$\text{Área} = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$$

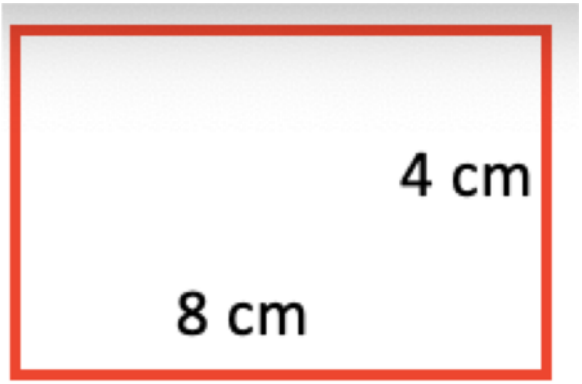
$$\text{Perímetro} = 2\pi R + 2\pi r = 2\pi(R + r)$$

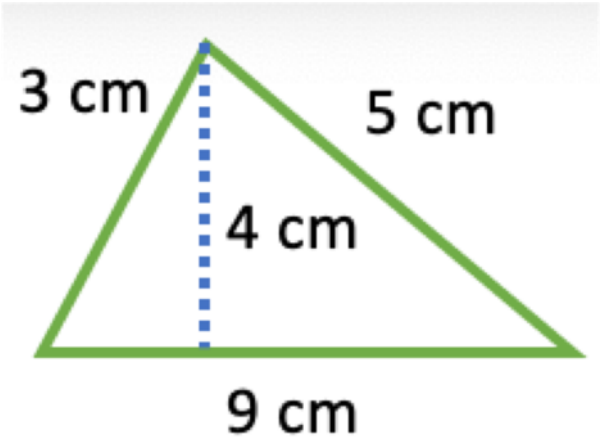


6. PERÍMETROS Y ÁREAS

Ejercicio 33

Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras:

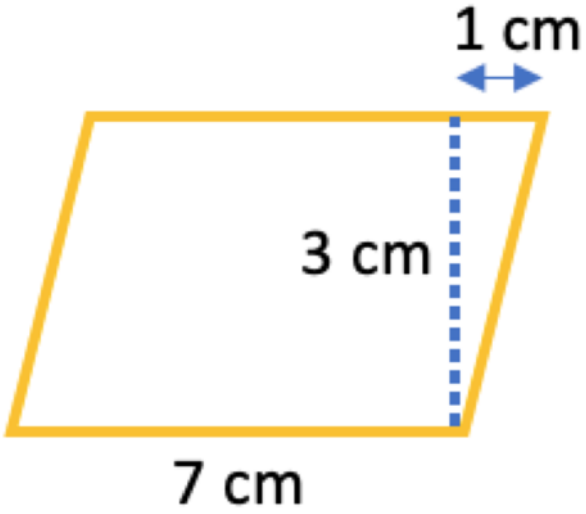


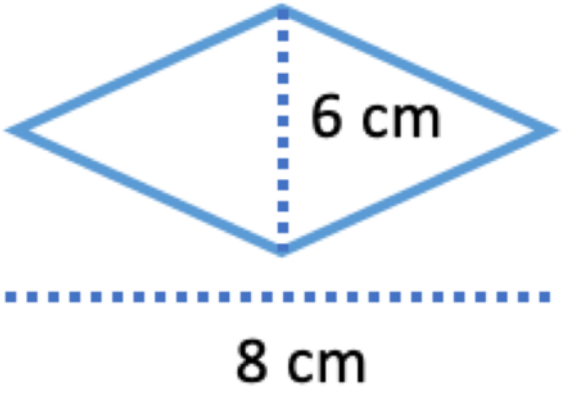


6. PERÍMETROS Y ÁREAS

Ejercicio 33

Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras:

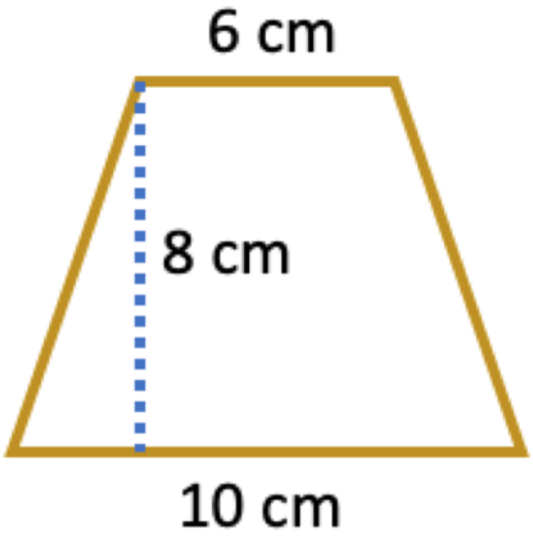


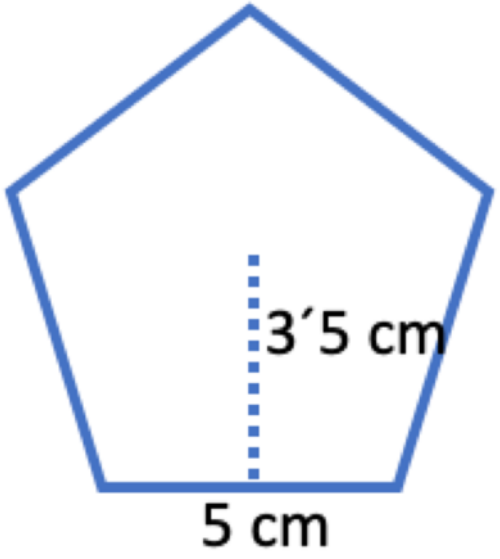


6. PERÍMETROS Y ÁREAS

Ejercicio 33

Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras:

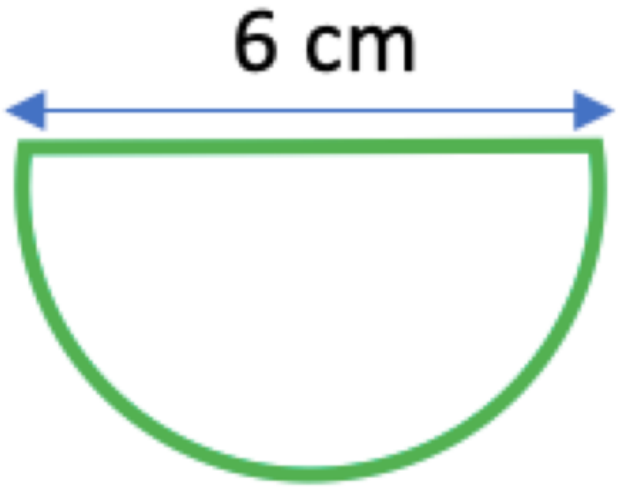


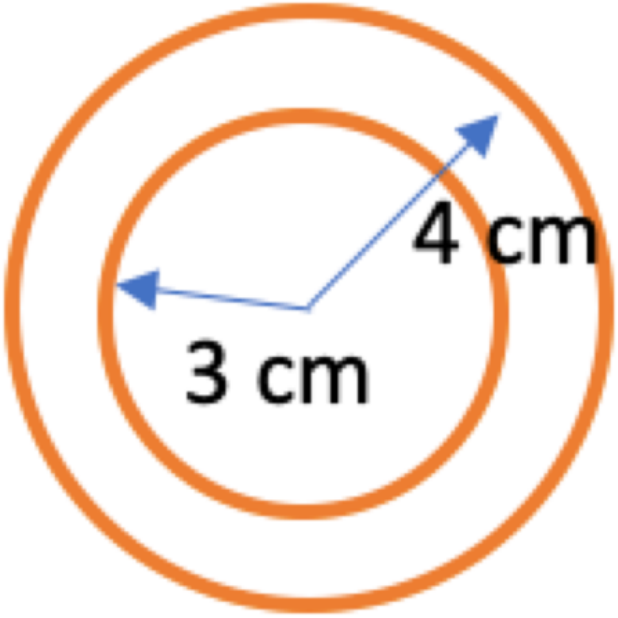


6. PERÍMETROS Y ÁREAS

Ejercicio 33

Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras:

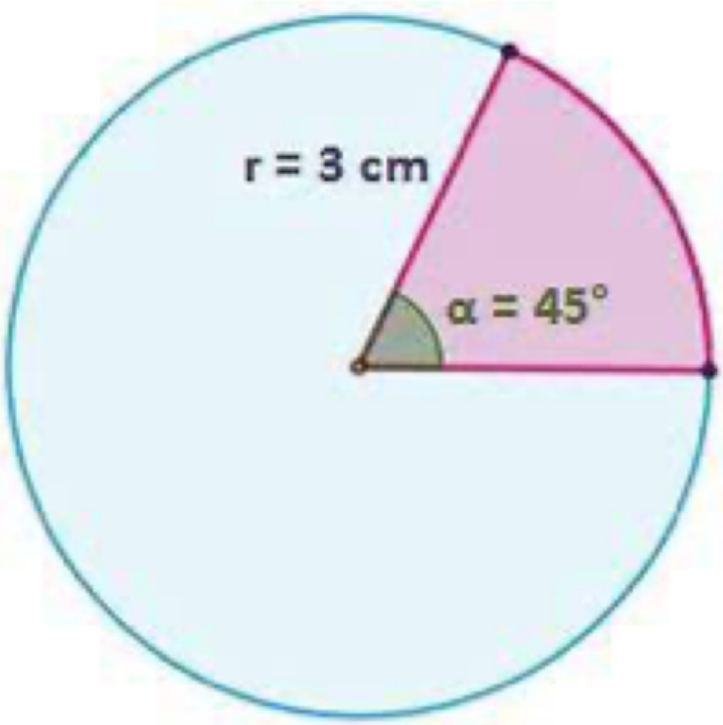




6. PERÍMETROS Y ÁREAS

Ejercicio 33

Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras:



6. PERÍMETROS Y ÁREAS

Ejercicio 34

Calcula el área de un cuadrado de diagonal 12.

6. PERÍMETROS Y ÁREAS

Ejercicio 35

Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 7 cm.

6. PERÍMETROS Y ÁREAS

Ejercicio 36

Calcula el área de un hexágono regular de 8 cm de lado.

6. PERÍMETROS Y ÁREAS

Ejercicio 37

En un triángulo rectángulo, un cateto mide 8 cm y su hipotenusa 10 cm. ¿Qué área tiene?.

6. PERÍMETROS Y ÁREAS

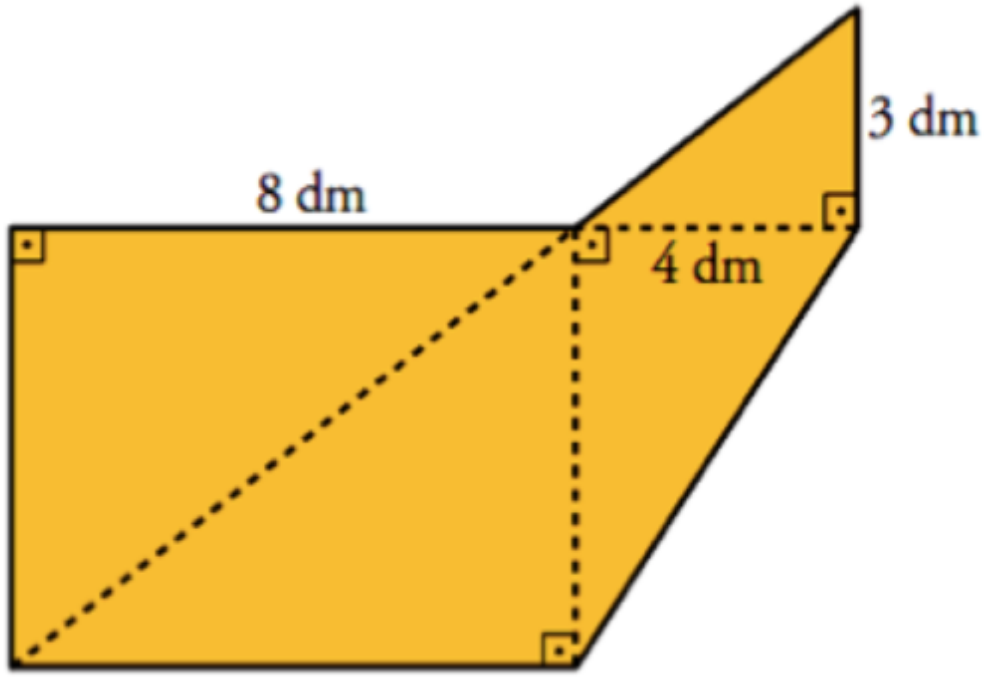
Ejercicio 38

Una cometa en forma de rombo tiene diagonales de 93 cm y 44 cm. ¿Qué área tiene?.

6. PERÍMETROS Y ÁREAS

Ejercicio 39

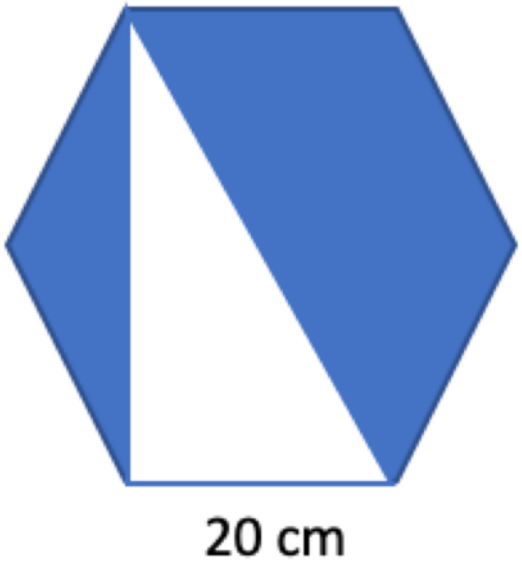
Utiliza la semejanza de triángulos y el teorema de Pitágoras para calcular el perímetro y el área de esta figura:

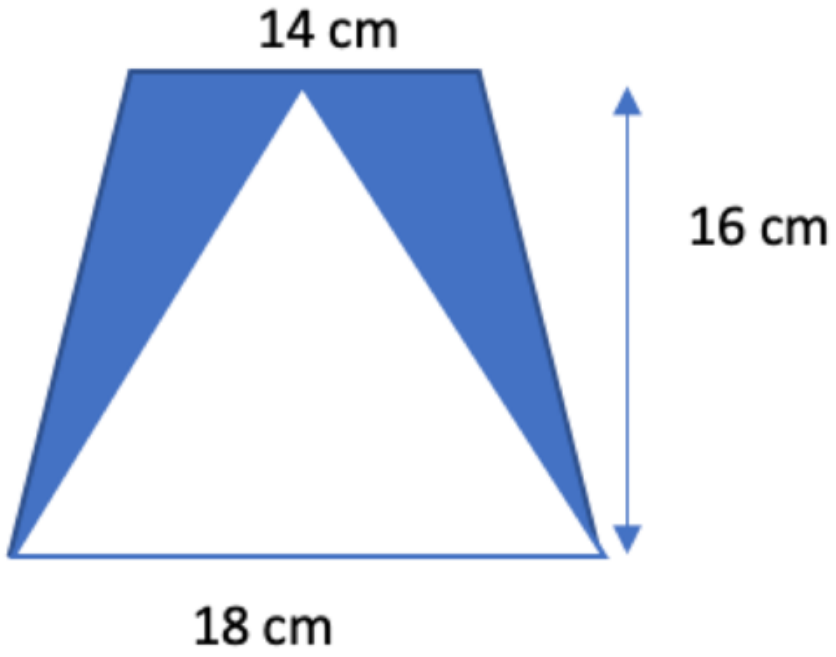


6. PERÍMETROS Y ÁREAS

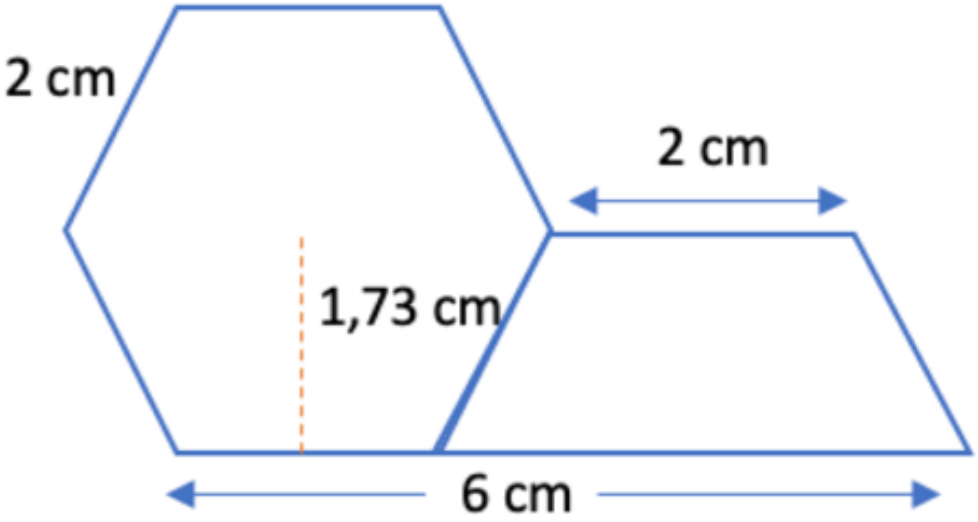
Ejercicio 40

Calcula el área de la zona coloreada en las siguientes figuras:





6. PERÍMETROS Y ÁREAS

Ejercicio 41

Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras: