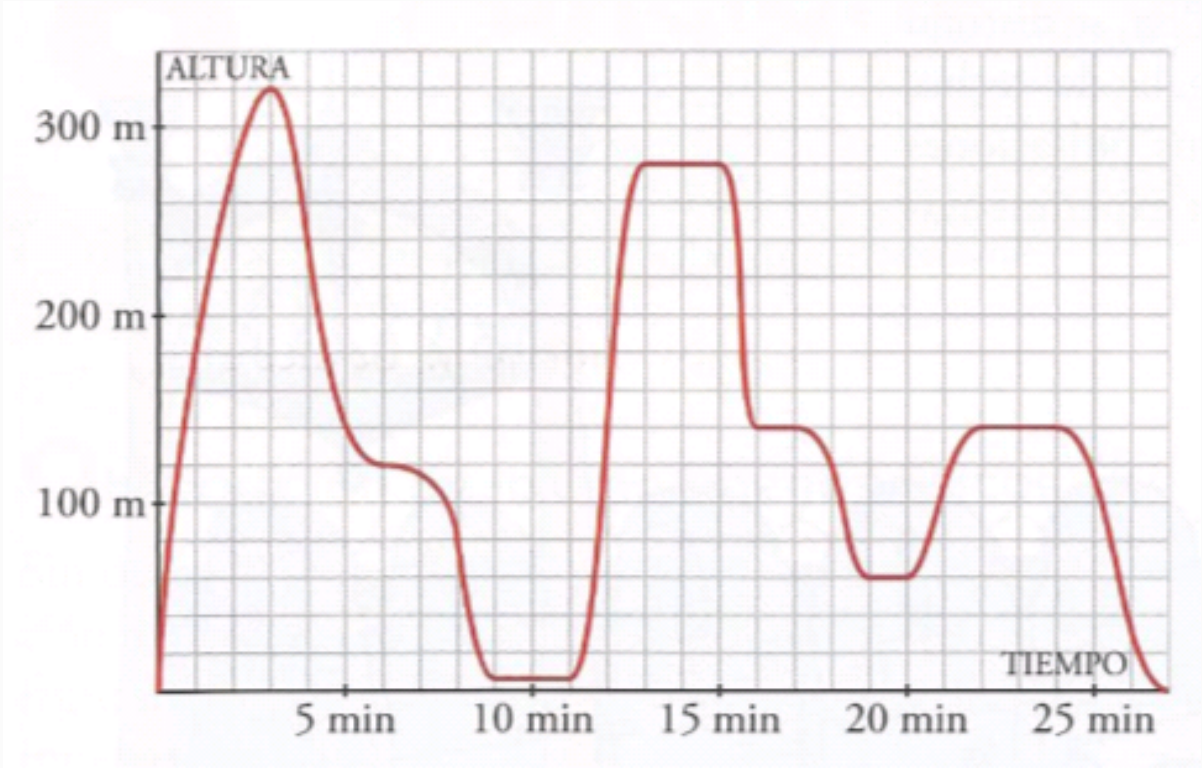
FUNCIONES

Estándares - Examen
B4.C1.1. Interpreta el comportamiento de una función dada gráficamente e identifica sus características más relevantes.
B4.C1.2. Asocia y construye gráficas a partir de enunciados de problemas y viceversa.

1. Concepto de función

La siguiente gráfica representa los movimientos que ha realizado un helicóptero en la extinción de un incendio. ¿Sabrías interpretar que movimientos ha realizado?



1. Concepto de función

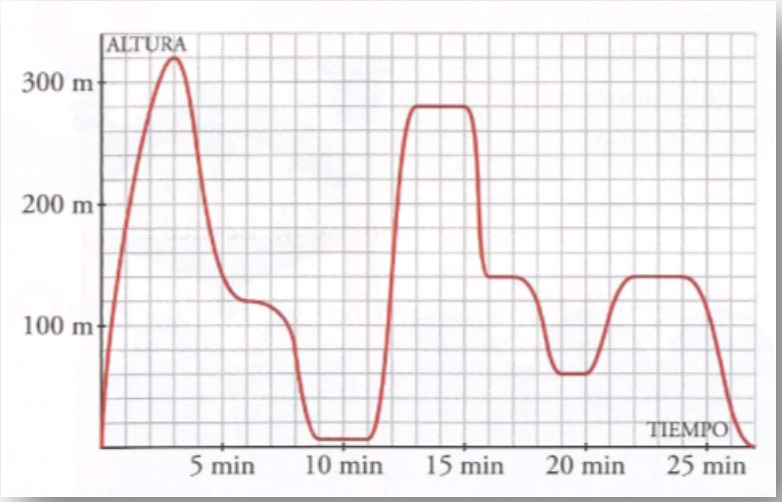
1. Observa la gráfica del helicóptero y responde:

a) ¿Qué altura lleva cuando va del embalse al incendio?

b) ¿A qué altura estaba a los 20 min? ¿A qué altura baja para coger agua? ¿Y para apagar el fuego?

c) ¿Cuánto tiempo necesita para llenar de agua el depósito? ¿Y para soltarla sobre el fuego?

d) ¿A qué velocidad media (en m/min) sube desde que sale de la base hasta que llega a 320 m de altura?



1. Concepto de función

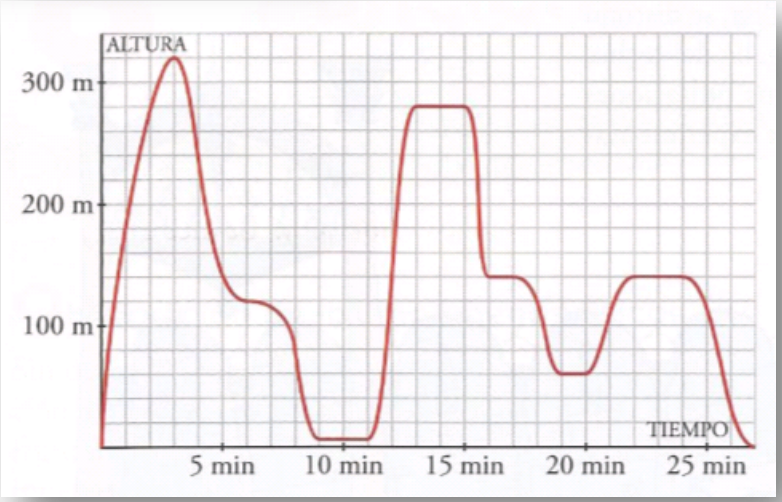
■ DOS VARIABLES, DOS EJES

La representación se ha hecho en un diagrama cartesiano:

- En el **eje horizontal,** el tiempo, *t*.
- En el **eje vertical,** la altura, *a*.

El intervalo 0-27 se llama **dominio de definición** de la función.

La altura a la que se encuentra el helicóptero oscila entre 0 m y 320 m tramo 0-320 se le llama **recorrido** de la función.



1. Concepto de función

Pag.146 - 2

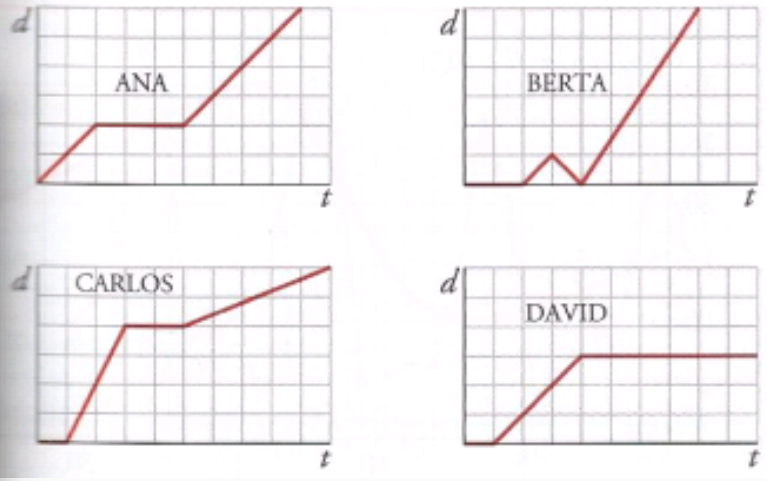
2. Representa en unos ejes cartesianos los 30 minutos que ha estado en inmersión un buceador: sale del barco; baja hasta 36 m; se queda un rato recreándose con los corales; sube un poco y juega con unos delfines; vuelve a bajar porque ha visto una morena y, por último, se queda 2 min a 10 m de profundidad, antes de volver al barco, para realizar la descompresión.

En el eje horizontal, da 2 min a cada cuadradito. En el vertical (solo la parte negativa), 5 m por cuadradito.

1. Concepto de función

Pag.147 - 3

3. Cuatro hermanos de una familia van al mismo centro de estudios. Observa la gráfica distancia (d) - tiempo (t) de cada uno:



A la vista de las gráficas, contesta a las siguientes preguntas:

a) ¿Quién ha salido antes?

b) ¿Quién ha llegado más tarde?

c) Dos de ellos han ido a buscar a sus amigos para ir juntos a clase. ¿Quiénes son?

d) ¿A cuál de ellos se le ha olvidado algo en casa?

e) ¿Cuál no ha ido hoy a clase?

f) ¿Quién ha andado más lento en algún momento?

g) ¿Quién ha ido más rápido?

h) ¿Quién ha estado más tiempo parado?

1. Concepto de función

Una **función** es una relación entre dos magnitudes o variables numéricas, x e y, de forma que a cada valor de x le corresponde un único valor de y.

La variable x se denomina **variable independiente**, y la variable y, **variable dependiente**.

Inventa un dibujo que represente una función

Inventa un dibujo que **no** represente una función

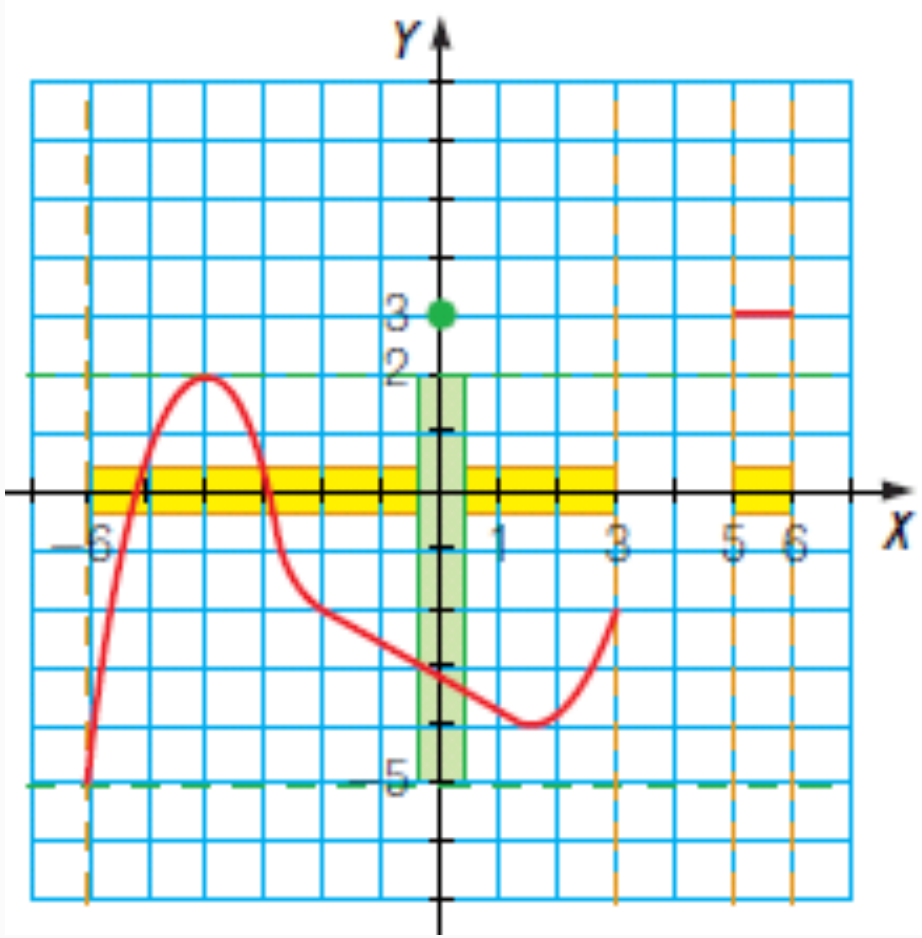
2.Elementos a estudiar de una función

Dominio y recorrido

- El **dominio** de una función $f(x)$ es el conjunto de todos los valores que toma la variable independiente. Se representa por **Dom** f.
- Se denomina **recorrido** de una función $f(x)$ al conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente. Se representa por **Im** f.

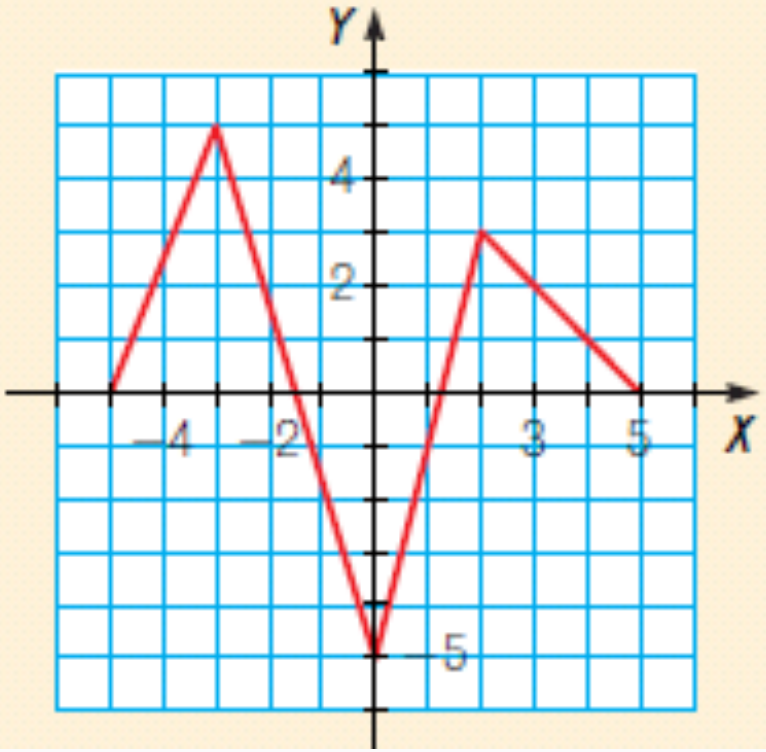
2.Elementos a estudiar de una función

Calcula el dominio y el recorrido de esta función.



2.Elementos a estudiar de una función

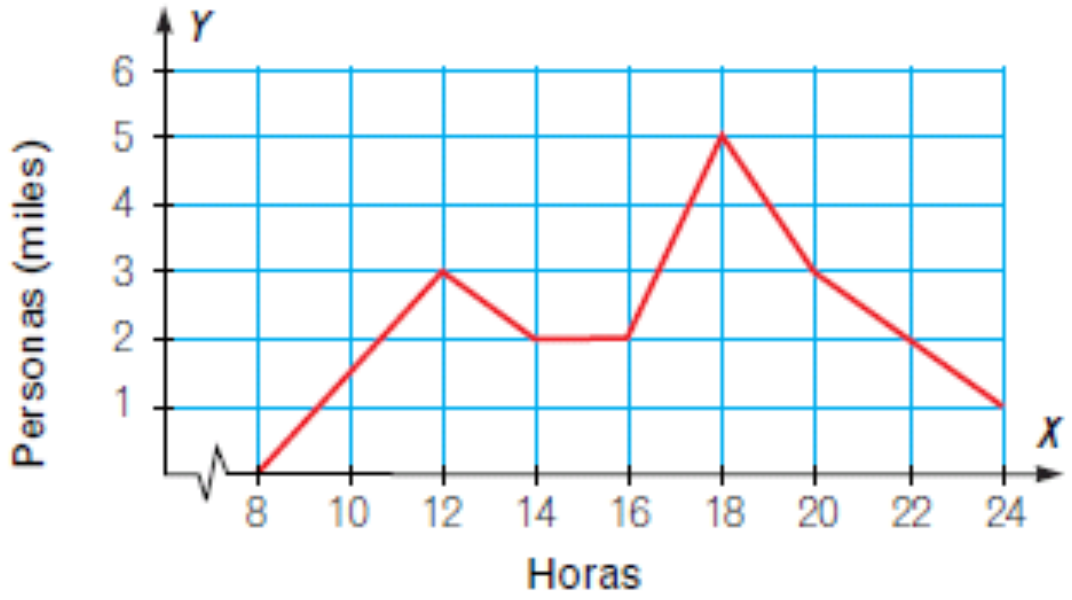
Determina el dominio y recorrido de la función.



2.Elementos a estudiar de una función

Crecimiento y decrecimiento

Determina el crecimiento y el decrecimiento en esta gráfica que representa las personas (en miles) que acuden a un centro comercial a lo largo de un día.



2.Elementos a estudiar de una función

Pag. 148

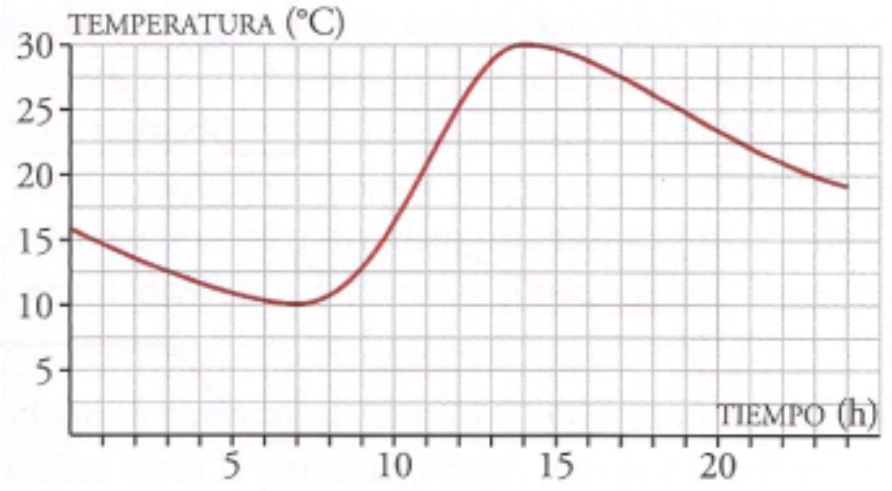
Crecimiento y decrecimiento

1. La gráfica de la derecha da la temperatura en Jaca a lo largo de un día.

a) Indica los intervalos de tiempo en los que crece la temperatura y aquellos en los que decrece.

b) ¿Por qué crees que se producen esos aumentos y disminuciones de temperatura en esos tramos?

c) ¿Crees que en la ciudad es verano o invierno? Justifícalo.

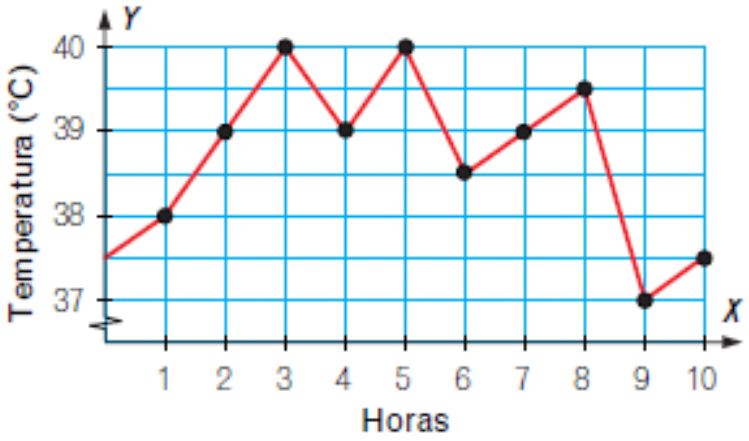


2.Elementos a estudiar de una función

Máximos y mínimos

- Una función tiene un **máximo** en el punto $x = a$ cuando pasa de ser creciente a decreciente en ese punto.
- Una función tiene un **mínimo** en el punto $x = a$ cuando pasa de ser decreciente a creciente en ese punto.

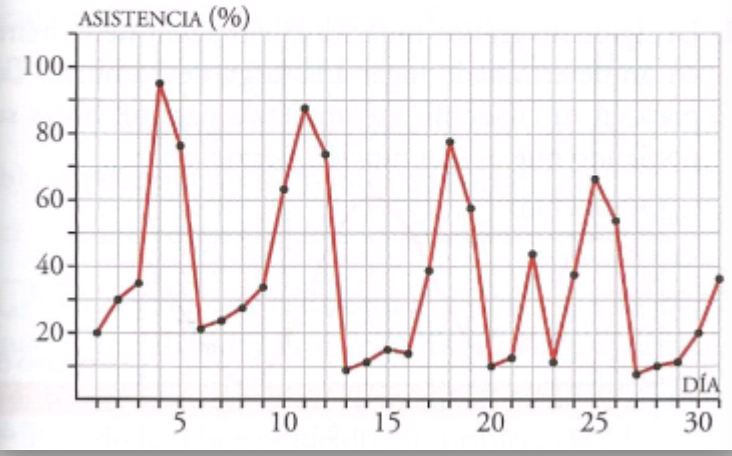
La siguiente gráfica muestra la evolución de la temperatura de un paciente a lo largo de 10 horas. Halla sus máximos y mínimos.



2.Elementos a estudiar de una función

EJERCICIOS: Pag 149

2. La siguiente gráfica muestra el porcentaje de ocupación de unos multicines en una ciudad a lo largo de un determinado mes:



a) ¿En qué días caen los fines de semana? ¿Cómo puedes saberlo?

b) ¿Qué día ha habido más espectadores? ¿Y menos? ¿Qué días de la semana son?

c) ¿Cuántos máximos y cuántos mínimos relativos tiene la gráfica de la función?

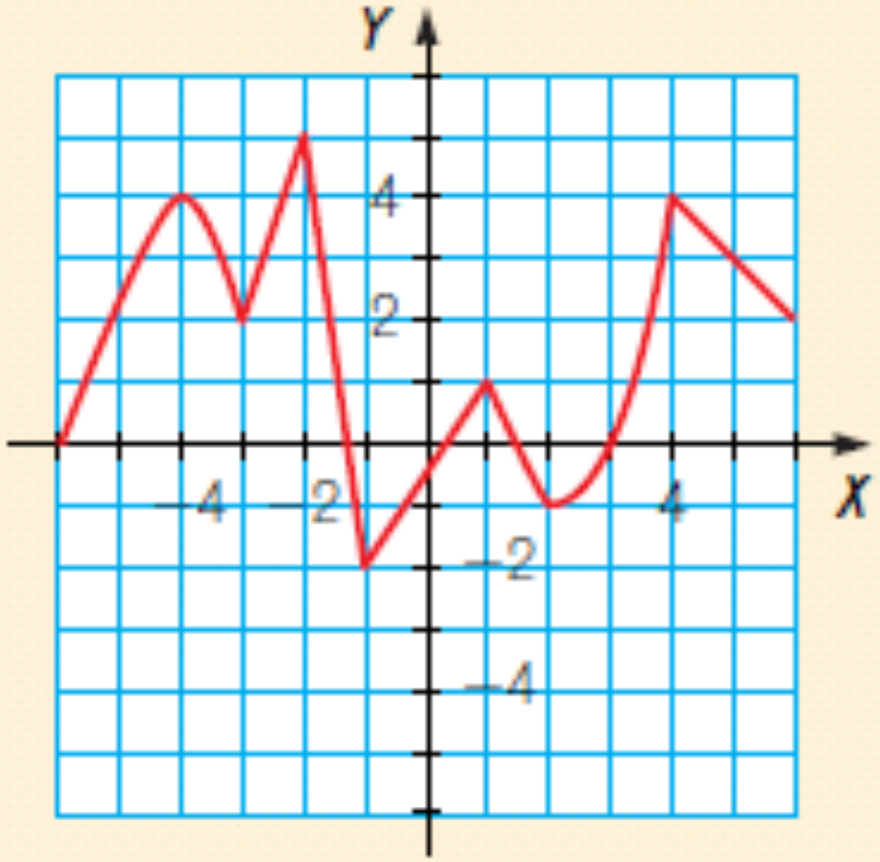
d) Hubo un día entre semana que fue festivo. ¿De qué día se trata?

e) Escribe un resumen de la asistencia que han tenido los multicines a lo largo de este mes.

f) Un cierto día de este mes, viernes, televisaron un partido de fútbol importantísimo. ¿Qué día podemos suponer que fue?

2.Elementos a estudiar de una función

Determina los máximos y mínimos de la función.



2.Elementos a estudiar de una función

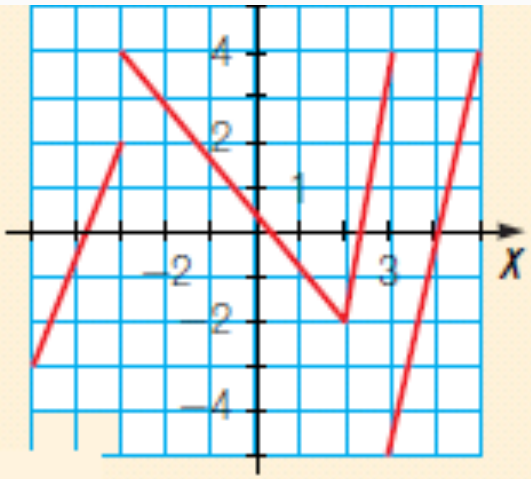
Continuidad

Una función es **continua** si su gráfica puede dibujarse de un solo trazo, es decir, si no tiene puntos de discontinuidad.

Discontinuidad

Una gráfica es **discontinua** cuando no se puede dibujar de un solo trazo.

Estudia la continuidad de la función con la siguiente gráfica. Indica, si los tiene, sus puntos de discontinuidad.



2.Elementos a estudiar de una función

EJERCICIOS: Pag 151

1. La entrada al parque de atracciones vale 5 €, y por cada atracción hay que pagar 1 €.

   a) Representa esta función:

   atracciones en las que se monta → *coste*

   b) ¿Se pueden unir los puntos de la gráfica?

   c) ¿Cuánto costará subir a 12 atracciones? ¿Y a 20?

2.Elementos a estudiar de una función

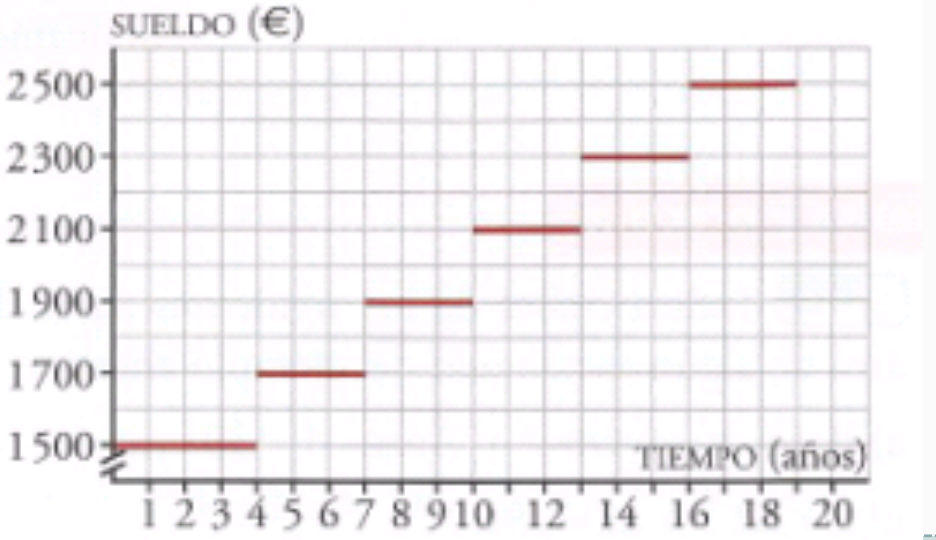
EJERCICIOS: Pag 151

2. La gráfica de la derecha muestra el sueldo mensual de un trabajador en una empresa a lo largo de su vida.

a) ¿Cuánto tiempo lleva el trabajador en la empresa cuando le suben el sueldo por primera vez?

b) ¿Cuánto gana a los 12 años de entrar? ¿Y a los 20?

c) ¿Es una función continua?

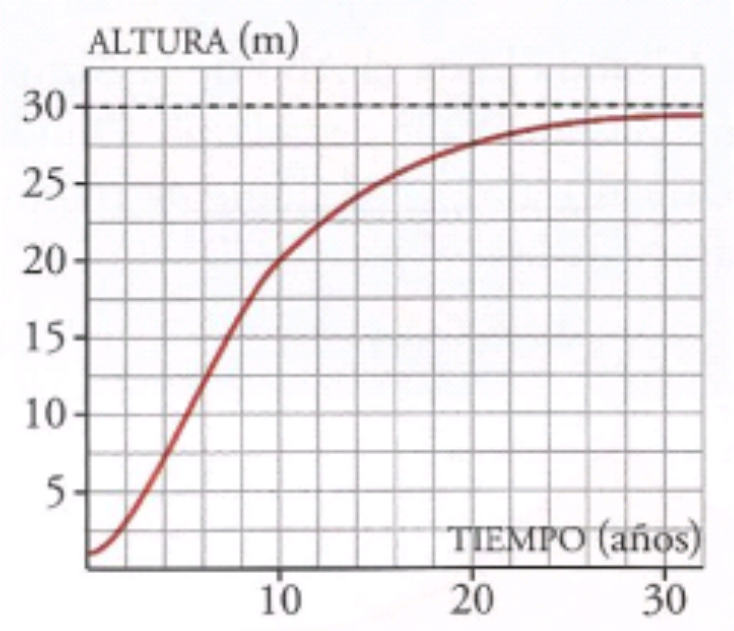


2.Elementos a estudiar de una función

Comportamiento a largo plazo

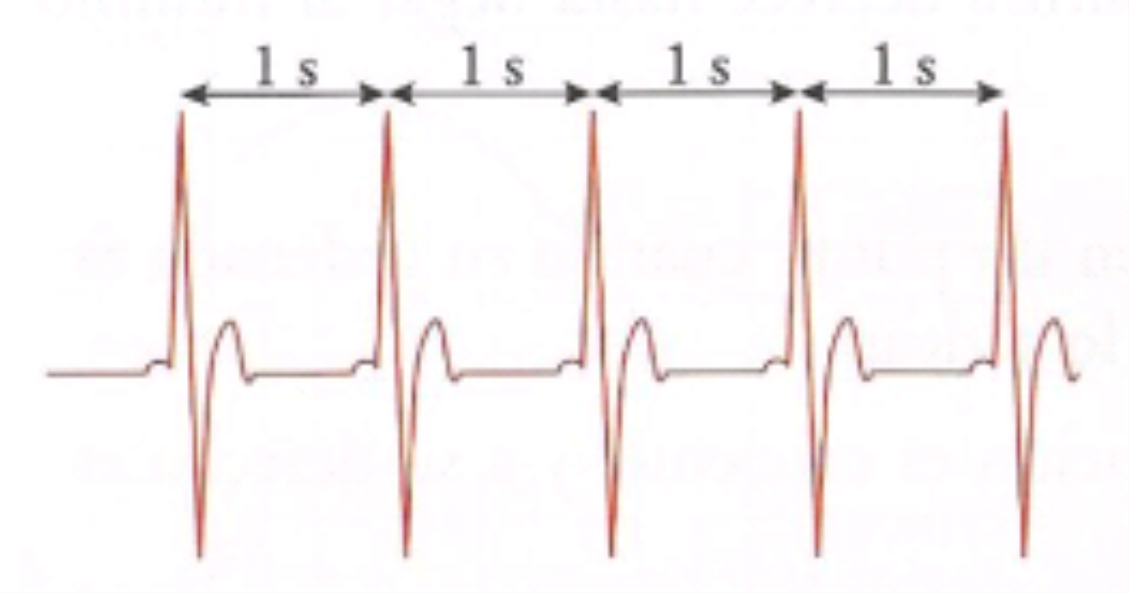
La gráfica del margen muestra la evolución de la altura de un árbol de eucaliptus a lo largo de 31 años.

Es claro que, al pasar el tiempo, la altura del árbol se acerca a 30 m, su tope. Decimos, entonces, que la altura del árbol **tiende** a 30 m con el transcurso del tiempo.



2.Elementos a estudiar de una función

Funciones periódicas son aquellas cuyo comportamiento se va repitiendo cada vez que la variable independiente recorre un cierto intervalo. A la longitud de ese intervalo se le llama **periodo.**



2.Elementos a estudiar de una función

Puntos de corte con los ejes

Los **puntos de corte** con los ejes de una función son los puntos de intersección de la gráfica con ambos ejes de coordenadas.

Halla los puntos de corte con los ejes de la función $y = -3x + 2$.

2.Elementos a estudiar de una función

EJERCICIOS PROPUESTOS

1 Representa las siguientes funciones y halla sus puntos de corte con los ejes.

a) $y = 3x - 6$

b) $y = x + 1$

c) $y = -2x$

d) $y = x^2 - 2$

APLICA

2 La función $y = x^2 - 5x + 6$, ¿en qué puntos corta a los ejes?

3 Representa la función $y = 3$. ¿Qué observas? ¿En qué puntos corta a los ejes?

2.Elementos a estudiar de una función

4 Dada la función $y = \frac{2}{x}$, di en qué puntos corta a los ejes.

5 La función $y = 5x$, ¿en qué punto corta al eje Y?
¿Y la función $y = 5x + 1$?
¿Y la función $y = 5x - 2$?
Con los resultados anteriores, ¿en qué punto crees que cortará al eje Y la función $y = 5x - 7$?

6 ¿Cuántos puntos de corte puede tener una función con el eje Y? ¿Y con el eje X?

2.Elementos a estudiar de una función

Simetrías

- **Función simétrica respecto del eje Y.**

  Una función es simétrica respecto del eje de ordenadas, o función par, cuando $f(x) = f(-x)$.

- **Función simétrica respecto del origen.**

  Una función es simétrica respecto del origen de coordenadas, o función impar, cuando $-f(x) = f(-x)$.

Representa las funciones $y = x^2$ e $y = \frac{1}{x}$ y estudia sus simetrías.

2.Elementos a estudiar de una función

Analiza las simetrías de estas funciones.

a) $y = 4$ b) $y = x^4$ c) $y = x^3$

3.Interpretando funciones

EJERCICIOS PROPUESTOS

●● En un instituto han medido la longitud de la sombra del edificio principal cada hora, a lo largo de un día de invierno (a partir de las 18:00 horas era de noche), obteniendo esta tabla.

Hora	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Longitud	23	18	14	10	4	2	6	10	16	21

a) Haz la representación gráfica.

b) ¿Es una función continua o discontinua?

c) Estudia las características de la función.

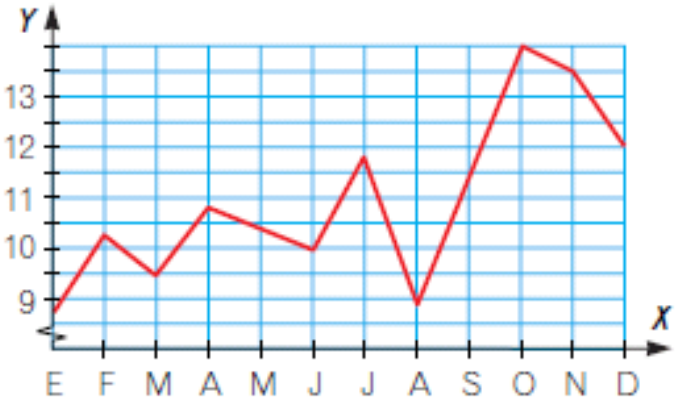
3.Interpretando funciones

●● Un tren realiza el trayecto entre dos ciudades *A* y *B*. Sale de *A* a las 07:00 horas y se dirige a *B* a velocidad constante, llegando en 40 minutos. Después, para durante 20 minutos y parte de *B* hacia *A*, llegando en 50 minutos. Se detiene 10 minutos y, a la hora en punto, vuelve a salir hacia *B*.

Representa la función *Tiempo–Distancia* a la ciudad *A*.

3.Interpretando funciones

●● En la gráfica se muestra la superficie de edificación de viviendas (en millones de m^2) concedida en cada mes del año.



a) Analiza su continuidad.

b) ¿En qué puntos corta a los ejes?

c) Estudia su crecimiento.

d) Señala sus máximos y mínimos, indicando si son absolutos o relativos.

e) ¿En qué meses se superaron los 12 millones de metros cuadrados? ¿Entre qué dos meses se registró el mayor crecimiento?

3.Interpretando funciones

●● En un entrenamiento para una carrera de 5.000 m, un atleta ha registrado estos tiempos.

Tiempo (s)	0	10	20	30	40	50	…
Espacio (m)	0	65	130	195	260	325	…

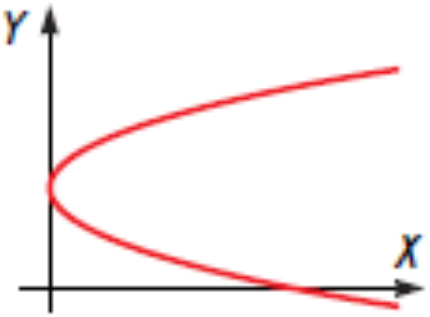
a) Representa los datos en una gráfica.

b) Si continúa con la misma velocidad, ¿qué tiempo tardará en recorrer 5.000 m?

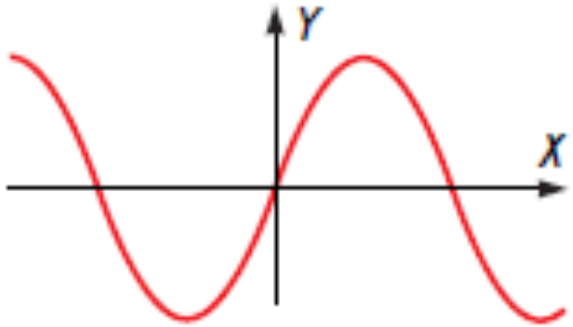
c) Escribe la expresión algebraica que relaciona el espacio recorrido con el tiempo empleado.

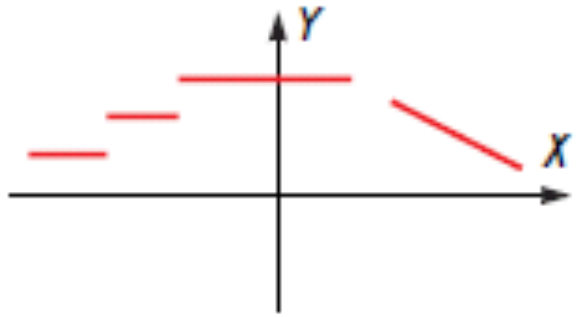
4. Repaso para el examen

- Indica cuáles son funciones y cuáles no.

a) 

c)

b) 

d) 

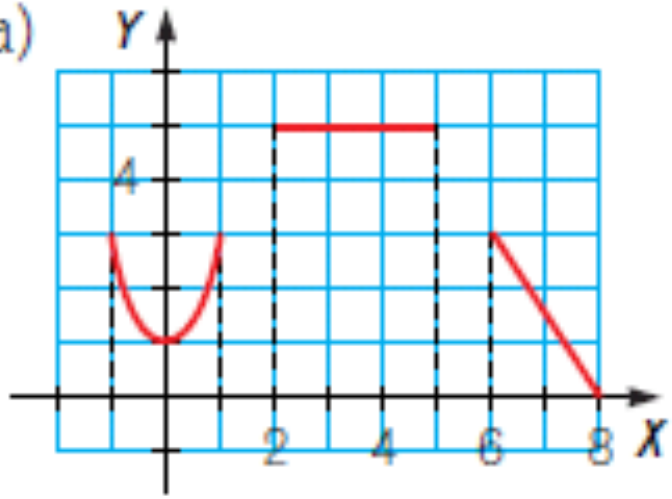
5. Repaso para el examen

●● Una bolsa de patatas fritas cuesta 1,50 €. Expresa algebraicamente la función *Número de bolsas–Precio*, construye una tabla de valores y realiza su gráfica.

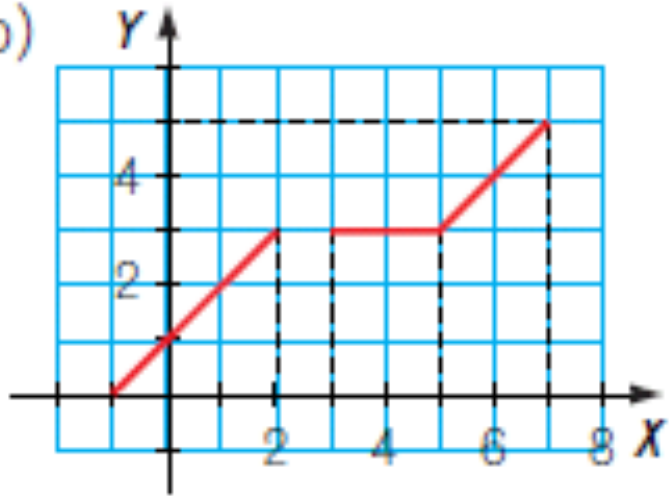
5. Repaso para el examen

- Determina el dominio y el recorrido de estas funciones.

a)

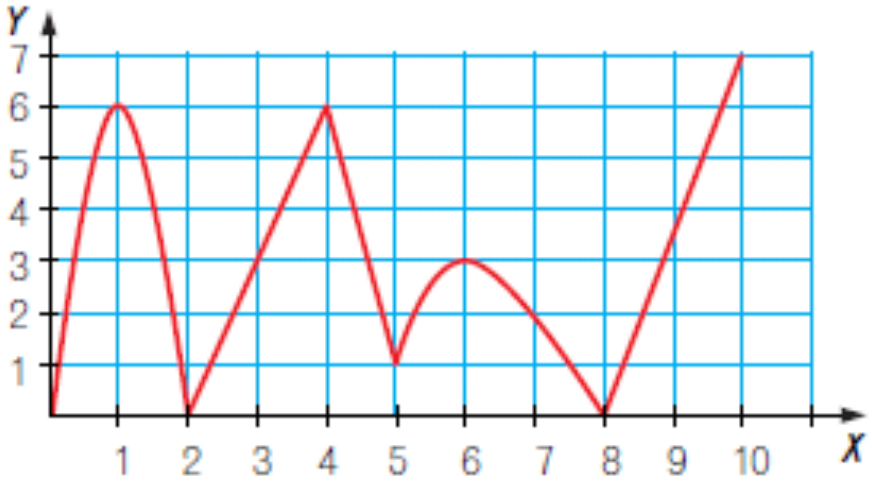


b)



4. Repaso para el examen

● Observa la gráfica correspondiente a esta función.



a) Señala su dominio y recorrido.

b) ¿Es una función continua?

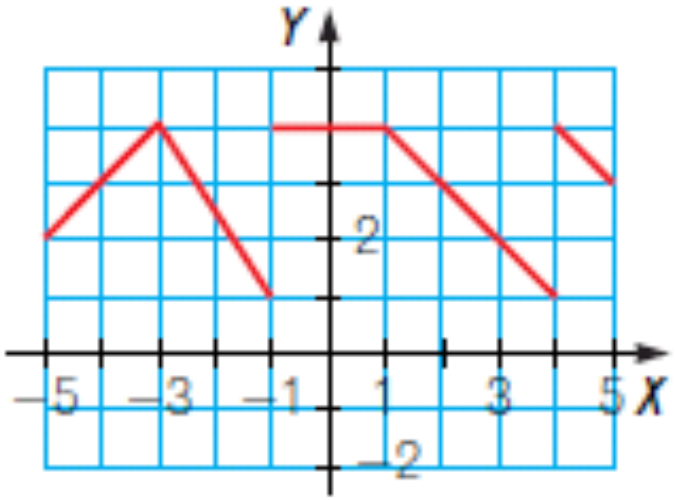
c) Estudia su crecimiento y decrecimiento.

d) Señala sus máximos y mínimos, si los tiene.

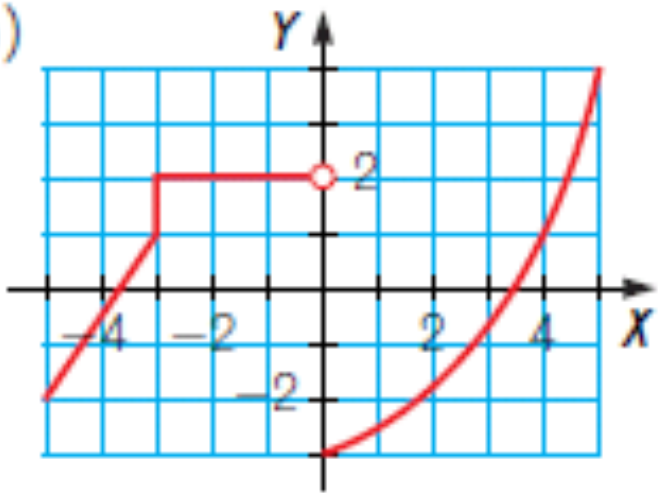
4. Repaso para el examen

- Estudia la continuidad de estas funciones. ¿Tienen puntos de discontinuidad?

a)



b)



4. Repaso para el examen

●● **Representa una función tal que:**

– Dom $f = \mathbb{R}$

– Pasa por los puntos (5, 0) y (7, 0).

– Tiene puntos mínimos en (0, 1) y (6, –3).

– Tiene un máximo en (3, 5).

●● **Representa una función con estas características.**

– Dom $f = \mathbb{R}$

– Pasa por los puntos (–3, 0) y (0, 2).

– Es creciente hasta $x = -2$, constante en el intervalo (–2, 4) y decreciente a partir de $x = 4$.