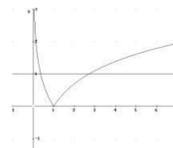


1.- Calcula las siguientes integrales definidas:

a)  $\int_0^4 \frac{e^x}{1+\sqrt{e^x}} dx$       b)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos(x) dx$       c)  $\int_0^{e-1} \frac{1}{x+1} dx + \int_0^{\pi} \cos x \cdot e^{\sin x} dx$       e)  $\int_0^1 \frac{x^2}{2x^2-2x-4} dx$       f)  $\int_0^{\pi} x^2 \cdot \sen(x) dx$   
 g)  $\int_2^4 \frac{x^2}{x^2-6x+5} dx$       h)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sen(2x) dx$       i)  $\int_2^4 \frac{e^x}{1+\sqrt{e^x}} dx$       j)  $\int_1^e x \cdot \ln x dx$       k)  $\int_0^1 \frac{x}{1+\sqrt{1-x}} dx$

Sol: a); f)  $2-(13/2)\ln 3$ ; g)  $\pi/4$ ; h) 14,15; j)  $(e^2+1)/4$ ; k)  $1/3$

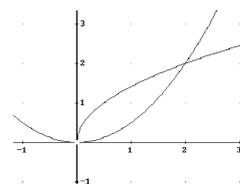
2.- Sea f la función definida por  $f(x) = |\ln x|$  para  $x > 0$ . **a)** Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta  $y=1$ . **b)** Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con la recta  $y=1$ . **c)** Calcula el área del recinto citado.



Sol: b)  $x_1 = e; x_2 = \frac{1}{3}$ ; c)  $A = \frac{1}{e} + e - 2u^2$

3.- Sean y las funciones  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = \sqrt{2x}$  y  $g(x) = \frac{1}{2}x^2$ .

**a)** Halla los puntos de corte de las gráficas de f y g. Haz un esbozo del recinto que limitan. **b)** Calcula el área de dicho recinto.



Sol: a) P.corte (0,0) y (2,2); b)  $A = \frac{4}{3}u^2$

4.- Calcula el valor de  $a > 1$  sabiendo que el área del recinto comprendido entre la parábola  $y = -x^2 + ax$  y la recta  $y=x$ , es  $4/3$ .

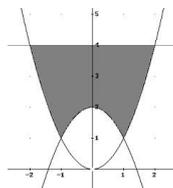
Sol:  $a=3$

5.- Sea f la función definida por  $f(x) = x \cdot \ln(x+1)$  para  $x > -1$ . Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (1,0).

Sol:  $\frac{x^2}{2} \ln(x+1) - \frac{1}{2} \left( \frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1) \right) - \frac{1}{4}$

6.- Determina una función derivable  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sabiendo que  $f(1)=-1$  y que  $f'(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x < 0 \\ e^x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

Sol:  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{3} - x^2 + 1 - e & \text{si } x < 0 \\ e^x - x - e & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$



7.- Considera el recinto limitado por las siguientes curvas:  $y=x^2$ ,  $y=2-x^2$  e  $y=4$ . **a)** Haz un esbozo del recinto y calcula los puntos de corte de las curvas. **b)** Calcula el área del recinto.

Sol:  $A=8u^2$

8.- Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ . **a)** Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa  $x = 2$ . **b)** Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, la recta  $2x+y-7=0$  y el eje OX, calculando los puntos de corte. **c)** Halla el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Sol: a)  $2x+y-7=0$ ; b) Puntos de corte: (3,0), (7/2,0) y (2,3); c)  $A=7/12u^2$ .

9.- Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ . **a)** Halla, si existe, el punto de la gráfica de f en el que la recta tangente es  $y=3-x$ . **b)** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y la recta del apartado anterior.

Sol: a) (0,3); b)  $A=27/4u^2$ .

10.- Calcula el área de la región definida por:

	Función 1	Función 2	Punto 1	Punto 2	Solución
a)	$Y=x+1$	$Y=0$	$X=0$	$X=1$	$3/2$
b)	$Y=x^2+1$	$Y=0$	$X=1$	$X=2$	$10/3$
c)	$Y=x^3$	$Y=0$	$X=0$	$X=2$	4
d)	$Y=x^2$	$Y=-x+2$	$Y=0$		$5/6$
e)	$Y=x^2-x-2$	$Y=0$	$X=0$	$X=1$	$13/6$
f)	$Y=\cos(x)$	$Y=0$	$X=\pi/2$	$X=3\pi/2$	2
g)	$Y=x$	$Y=x^2$			$1/6$
h)	$Y=6x-x^2$	$Y=x^2-2x$			$64/3$
i)	$Y=\sen x$	$Y=\cos x$	$X=0$	$X=\pi/3$	$2\sqrt{2} + \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$
j)	$Y=\sen x$	$Y=\sen^2 x$	$X=0$	$X=\pi/2$	$(3-\pi)/4$
k)	$Y=1+x^2$	$Y=1+x$			$1/6$
l)	$Y=6-x^2$	$Y= x $			$44/3$
m)	$Y=\ln(x)$	$Y=1-2^x$	$X=1$	$X=2$	$2\ln(2)-2+2/\ln 2$

11.- Calcula el valor de  $a$  en los siguientes casos:

$$a) \int_2^a \left( \frac{x}{2} + 3 \right) dx = 9$$

$$b) \int_0^1 a(x^2 + 2) dx = 1$$

$$c) \int_0^{a-1} (x+1) dx = \frac{9}{2}$$

Sol: a)  $a=4$ ; b)  $a=3/7$ ; c)  $2\sqrt{2}$ .

12.- Determina los valores de  $m$  para los que el área de la región limitada por la parábola  $y^2=x$  y la recta  $y=mx$  es 1.

Sol:  $m = 0,683821$  y para la parábola  $y=x^2$ ,  $m=1,82$ .

13.- Halla la recta tangente a la curva de ecuación  $y = x^3 - 3x$  en el punto de abscisa  $x = -1$ . Dibuja el recinto limitado por dicha recta tangente y la curva dada y calcula su área.

Sol:  $A=11/4$ .

14.- Se sabe que la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por la expresión:  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } x < 1 \\ cx & \text{si } x > 1 \end{cases}$  es derivable en todo su

dominio y que en los puntos  $x = 0$  y  $x = 4$  toma el mismo valor. **a)** Calcula  $a$ ,  $b$  y  $c$ . **b)** Calcula  $\int_0^2 f(x) dx$

Sol: a)  $a=-7/4$ ;  $b=1$  y  $c=1/4$ ; b)  $A=3/2$ .

15.- **a)** Halla el área del triángulo formado por el eje  $OX$  y las rectas tangente y normal a la curva de ecuación  $y = e^{-x}$  en el punto de abscisa  $x = -1$ . **b)** Hallar el área de la región limitada por la curva de ecuación  $y = e^{-x}$  y el eje  $OX$  para los valores  $-1 \leq x \leq 0$ .

Sol: a); b)

16.- Sabiendo que la gráfica de la función  $f(x) = \int_a^x \frac{dt}{t-1}$ , con  $x > 1$ , pasa por el punto  $(e+1, 1)$ , hallar el valor de  $a$ .

Sol:  $a=0$  y  $a=2$

17.- Encontrar la función  $f(x)$  tal que  $f(1) = 0$  y además verifica la ecuación  $x^2 f'(x) + x + 2 = 0$

Sol:  $f(x) = \frac{2}{x} - \ln|x| - 2$

18.- Hallar el área del recinto limitado por la curva de ecuación  $y = 4x - x^2$  y las rectas tangentes a dicha curva en los puntos de corte con el eje  $OX$ .

Sol:  $A=16/3$

19.- Calcula el área del recinto limitado por las siguientes curvas:  $y = x$ ;  $y = x^2$ ;  $y = \left(\frac{x}{4}\right)^2$

Sol:  $A=255/6$

20.- Hallar la derivada de la siguiente función:  $\int_{\text{sen}x}^{\cos x} \frac{1}{1+t^2} dt$

Sol:  $-\left( \frac{\text{sen}x}{1+\cos^2 x} + \frac{\cos x}{1-\text{sen}^2 x} \right)$

21.- Sea la función real de variable real dada por  $f(x) = 27 - x^3$ . **a)** Calcula el área limitada por la gráfica de la función  $f(x)$ , el eje  $OX$  entre los puntos  $x = 1$  y  $x = 5$ . **b)** Halla el área de la región acotada delimitada por la función  $f(x)$  y la función  $g(x) = -x + 27$ .

Sol: a)  $116 u^2$ ; b)  $\frac{1}{2} u^2$ .

22.- Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por:  $f(x) = |x^2 - 4|$  **a)** Haz un esbozo de la gráfica de  $f$ . **b)**

Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de  $f$  y la recta  $y = 5$ .

Sol:  $44/3$  u.a.

23.- Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ . **a)** Halla, si existe, el punto de la gráfica de  $f$  en el que la recta tangente es  $y = 3 - x$ ; **b)** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de  $f$  y la recta del apartado anterior.

Sol: a)  $y=8x-24$ ; b)  $A=27/4$  u.a.

24.- De la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , se sabe que tiene un máximo relativo en  $x=1$  y un punto de inflexión en  $(0,0)$ , y que  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{5}{4}$ . Calcula el valor de  $a, b, c$  y  $d$ .

Sol:  $f(x) = -x^3 + 3x$

25.- Determina un polinomio  $P(x)$  de segundo grado sabiendo que:  $P(0) = P(2) = 1$  y que  $\int_0^2 P(x) dx = \frac{1}{3}$

Sol:  $\frac{5}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + 1$

26.- Dada la función  $f(x) = (2x+1)e^{x^2+x}$  determina la función  $g(x)$  tal que  $g'(x) = f(x)$ , con la condición de que su gráfica pase por el punto  $(0,2)$ .

Sol:  $f(x) = e^{x^2+x} + 1$

27.- Sea  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ . **a)** Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de  $g$  en el punto de abscisa  $x = 4$ . **b)** Esboza el recinto limitado por la gráfica de  $g$ , la recta  $x - 2y + 2 = 0$ . Calcula el área de este recinto.

Sol: a)  $x - 2y + 2 = 0$ ; b)  $A = 125/48$