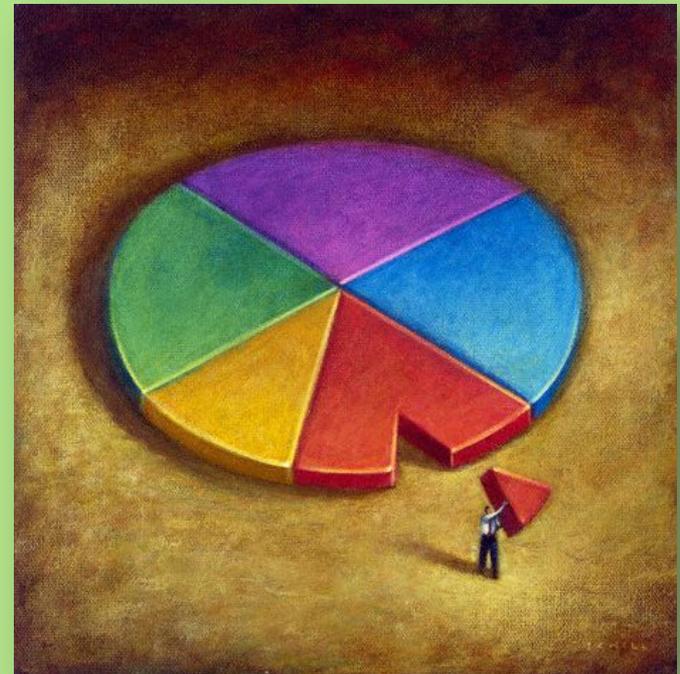


# ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD



# 1. ¿Qué es la Estadística?

*Importante*

La **estadística** es la rama de las matemáticas que se encarga de **recolectar** y **organizar** datos con el objeto de **inferir** conclusiones sobre ellos.



# 1. ¿Qué es la Estadística?

La **Estadística** se divide en dos ramas:

**Estadística descriptiva o deductiva:** trata de describir y analizar una muestra de datos sin sacar conclusiones acerca de la población que los genera.

**Estadística inferencial o inductiva:** estudia las condiciones bajo las cuales se pueden extrapolar conclusiones de una muestra a la población general.



# 1. ¿Qué es la Estadística?

## *Importante*

Llamaremos **variable estadística** a cada una de las características consideradas con el propósito de describir a cada individuo de la muestra escogida.

### **TIPOS DE VARIABLES:**

- **Variables cualitativas** (no pueden expresarse con valores numéricos). Por ejemplo: ¿qué tiempo hizo?

- **Variables cuantitativas.** Se clasifican en:

**Variables discretas:** toman valores aislados (Nº Hijos, Nº TVs, ...)

**Variables continuas:** toman cualquier valor en un intervalo numérico (Peso, Altura, ...)



## 2. Tablas de Frecuencias

La manera habitual de trabajar es colocar los datos de una muestra en tablas que indiquen el número de veces que se repite cada modalidad, estas tablas se llaman **tablas de frecuencias**.

**EJEMPLO:** Preguntamos a 605 personas por el presupuesto en euros que disponían para Semana Santa. Estos fueron los resultados.

Variable	frecuencia absoluta	frecuencia relativa	frecuencia relativa (en %)
0	206	0,34	34
menos de 100	139	0,23	23
entre 100 y 300	139	0,18	18
más de 300	151	0,25	25
<b>TOTAL</b>	<b>605</b>	<b>1</b>	<b>100</b>



# 3. Parámetros Estadísticos

## *Importante*

Las **medidas de centralización** son datos que representan de forma global a toda la población, y entorno a los cuales están agrupados todos los valores.

Las más importantes son la **media**, la **mediana** y la **moda**.

## MEDIANA



**NOTA MEDIA**



**MODA**

# 3. Parámetros Estadísticos

## Importante

Las **medidas de dispersión** nos informan de hasta qué punto las medidas de centralización son representativas como síntesis de la información.

Las **medidas de dispersión** cuantifican la separación, la dispersión, la variabilidad de los valores de la distribución respecto al valor central.

Estudiaremos a continuación el **recorrido**, la **varianza**, la **desviación típica** y el **coeficiente de variación**.

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$



# 4. Estadística Bidimensional

## *Importante*

Una **Variable Estadística Bidimensional (X,Y)** es el resultado del estudio de dos factores X e Y en los elementos de una población.

Para cada elemento de estudio obtenemos un par de valores que notaremos  $(x_i, y_i)$ , donde  $x_i$  es el valor para el factor X, e  $y_i$  para el factor Y.

Por ejemplo, de una zona olivarera podemos estudiar la producción de aceite (X), y el índice de precipitaciones de un mismo año agrícola (Y). Si en dicha zona la producción de aceite de oliva de 2001 fue de 80.000 toneladas, y ese mismo año el índice de precipitaciones fue de 450 mm, tendríamos el par (80.000, 450).



# 4. Estadística Bidimensional

Para representar muestras de variables bidimensionales se utilizan tablas de doble entrada como la siguiente...

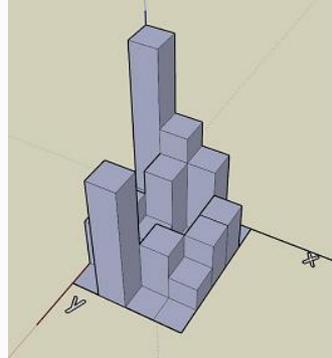
<del>(0,3)</del>	<del>(1,1)</del>	<del>(0,2)</del>	<del>(1,1)</del>	<del>(2,0)</del>	<del>(1,4)</del>
<del>(1,4)</del>	<del>(3,2)</del>	<del>(3,3)</del>	<del>(2,1)</del>	<del>(1,4)</del>	<del>(1,0)</del>
<del>(0,0)</del>	<del>(0,3)</del>	<del>(1,3)</del>	<del>(1,4)</del>	<del>(0,0)</del>	<del>(1,0)</del>
<del>(0,0)</del>	<del>(2,3)</del>	<del>(2,0)</del>	<del>(1,0)</del>	<del>(0,0)</del>	<del>(1,1)</del>
<del>(3,2)</del>	<del>(3,1)</del>	<del>(0,0)</del>	<del>(1,2)</del>	<del>(0,1)</del>	<del>(0,2)</del>
<del>(0,0)</del>	<del>(3,1)</del>	<del>(2,3)</del>	<del>(1,0)</del>	<del>(0,0)</del>	<del>(1,4)</del>

		Y				
		$y_1=0$	$y_2=1$	$y_3=2$	$y_4=3$	$y_5=4$
X	$x_1=0$	7	1	2	2	0
	$x_2=1$	4	3	1	1	5
	$x_3=2$	3	0	0	2	0
	$x_4=3$	0	2	2	1	0

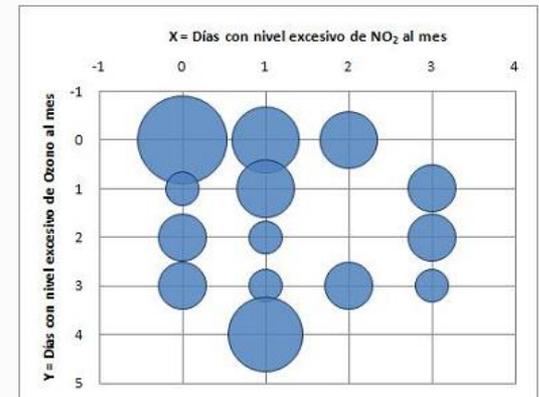
# 4. Estadística Bidimensional

## REPRESENTACIÓN GRÁFICA:

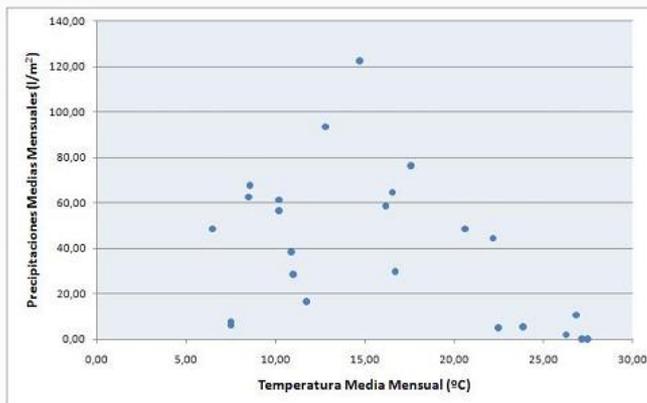
- Histogramas Tridimensionales.



- Diagramas de dispersión de burbujas.

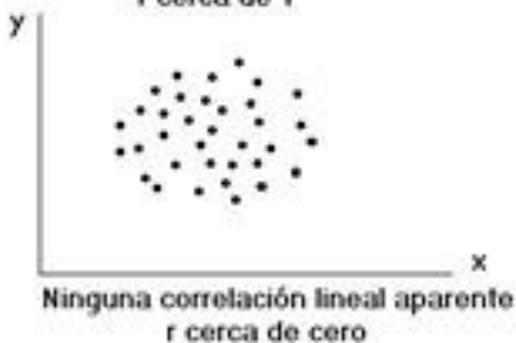
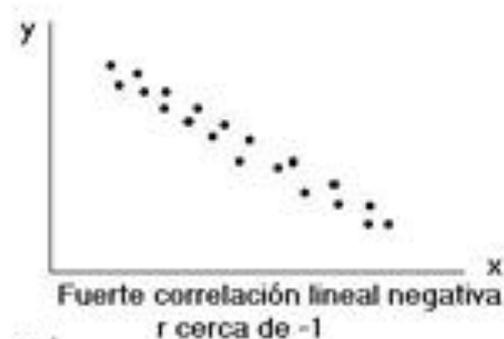
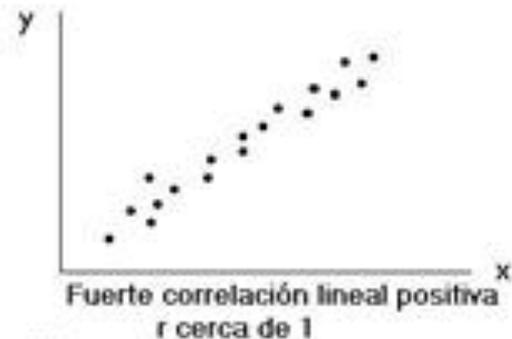


- Diagramas de dispersión mediante nubes de puntos.



# 4. Estadística Bidimensional

## CORRELACIÓN Y REGRESIÓN



$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x})$$

# 5. Probabilidad

## Origen de la Probabilidad:

Siglo XVII



Blaise Pascal ✉



✉ Pierre de Fermat

## *Curiosidad*

"Es a estos dos grandes geómetras a los que hay que atribuir los primeros elementos de la ciencia de las probabilidades, cuyo descubrimiento puede ser colocado a la altura de las cosas destacadas que han ilustrado el siglo XVII"

Pierre Simon Laplace (1749-1827)

# 5. Probabilidad

Ejemplo del cálculo de probabilidades: El problema de los pistoleros



# 5. Probabilidad

Un experimento es **determinista** si conocemos su resultado antes de realizarlo.

Un experimento es **aleatorio** si su resultado depende del azar.

Llamamos **Espacio Muestral** al **conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio**

Los grupos o subconjuntos que se pueden formar con los elementos del **Espacio Muestral** se llaman **Sucesos**

**Suceso elemental**: si sólo tiene un elemento. Por ejemplo  $C = \text{"Sacar el 5 de Diamantes"}$



# 5. Probabilidad

## Vamos a experimentar:

Álvaro se levantó y sacó una moneda de un baúl. Se la tiró a Manu y le dijo: "A ver qué te parece esto".

Manu cogió la moneda. Era un euro bastante brillante. Manu lo lanzó al aire y salió cruz.

- "¿Qué quieres que mire?" - dijo Manu.
  - "Es una moneda trucada".
  - "¿En serio? ¿Y siempre sale cruz?" - dijo mientras volvía a lanzar la moneda.
  - "No, no siempre, pero sale con más frecuencia que en una moneda normal".
  - "¿Y con qué probabilidad sale cruz?"
  - "Pues no lo sé" - dijo Álvaro- "Pero podríamos calcularlo, ¿no?".
- Hicieron diez lanzamientos y obtuvieron 6 cruces y 4 caras.
- "Si sale cruz con una **frecuencia** de 6 de cada 10, la **probabilidad** es 0,60"- dijo Álvaro.
  - "No estoy seguro... creo que deberíamos hacer más tiradas".



# 5. Probabilidad

## Vamos a experimentar:

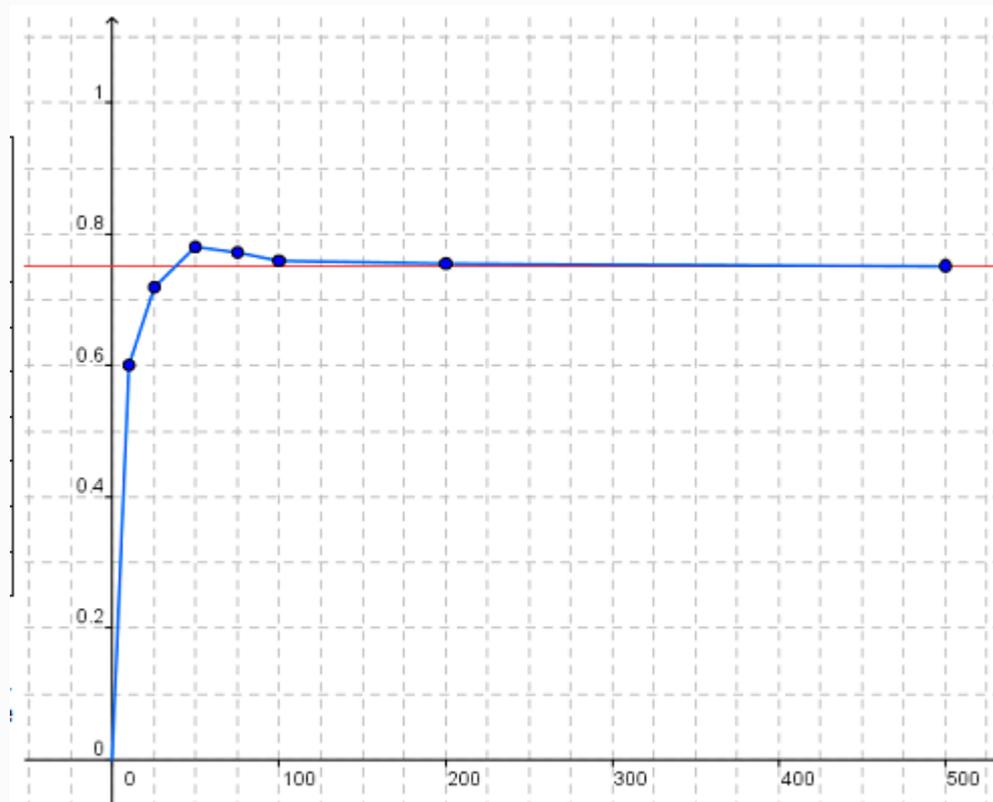
Manu y Álvaro siguieron lanzando la moneda y apuntaron los resultados, de forma que obtuvieron los siguientes resultados:

	Nº tiradas	Frec. abs.	Frec. relat.
	N	$f_i$	$F_i = f_i / N$
"Sale cruz"	10	6	0,6
	25	18	0,72
	50	39	0,78
	75	58	0,773
	100	76	0,76
	200	151	0,755
	500	376	0,752

# 5. Probabilidad

## Vamos a experimentar:

Si representamos estos datos, veremos que la Frecuencia Relativa se va acercando al valor 0,75.

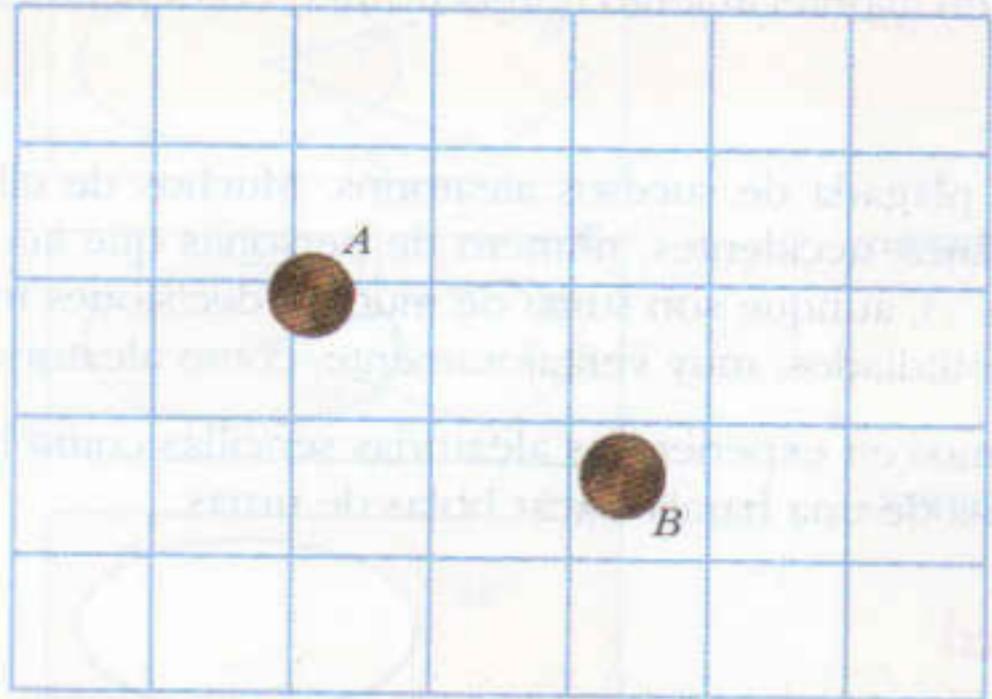


# 5. Probabilidad

## Otro experimento:

Cuadriculamos un folio con cuadrados de  $3\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ .

Si dejamos caer sobre él una moneda de 2 céntimos de euro (19 mm de diámetro), puede caer “tocando raya”, como *A*, o “sin tocar raya”, como *B*.



# 5. Probabilidad

## Otro experimento:

Vamos a calcular la probabilidad del suceso  $S$ :

$S = \text{“LA MONEDA CAE SIN TOCAR RAYA”}$

Se realiza la experiencia muchas veces y se calcula la frecuencia relativa del suceso  $S$ .

Supongamos que 30 personas (los alumnos de una clase) lo realizan 100 veces cada una (un total de 3000 experiencias), y que se contabiliza que el suceso  $S$  ha ocurrido 385 veces.

La frecuencia relativa será:

$$fr(S) = \frac{385}{3000} = 0,128$$

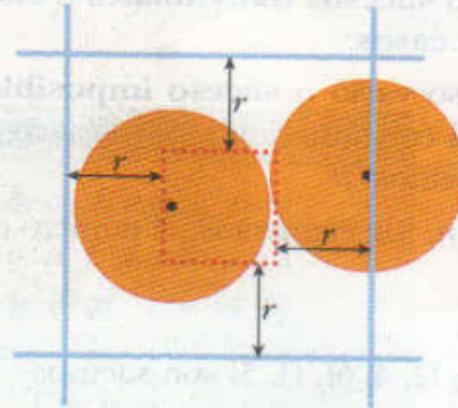
Inducimos así que:

$$P[S] \approx 0,13$$

# 5. Probabilidad

**Cálculo utilizando la definición matemática de probabilidad (Ley de Laplace)**

La posición de la moneda queda determinada por su centro.



¿En qué puntos de la cuadrícula debe quedar **el centro de la moneda** para que esta no toque raya? Es claro que debe estar en el interior del cuadrado pequeño, es decir, su distancia a cada raya debe ser mayor que el radio de la moneda.

$$\text{Área del cuadrado grande: } 3^2 = 9 \text{ cm}^2$$

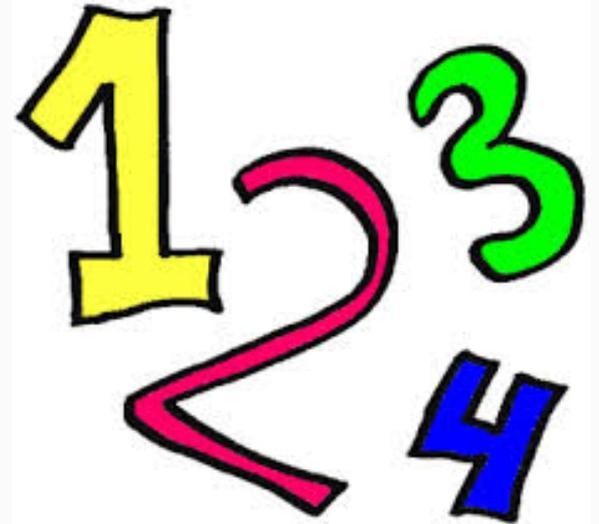
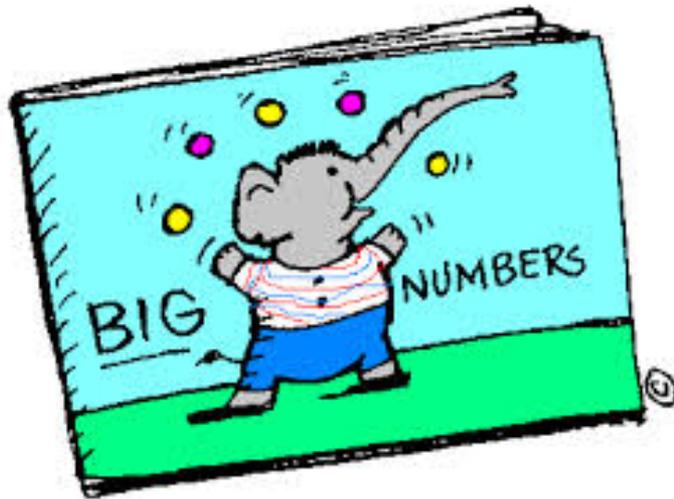
$$\text{Área del cuadrado pequeño: } (3 - 1,9)^2 = 1,21 \text{ cm}^2$$

$$P[S] = \frac{1,21}{9} = 0,134$$

# 5. Probabilidad

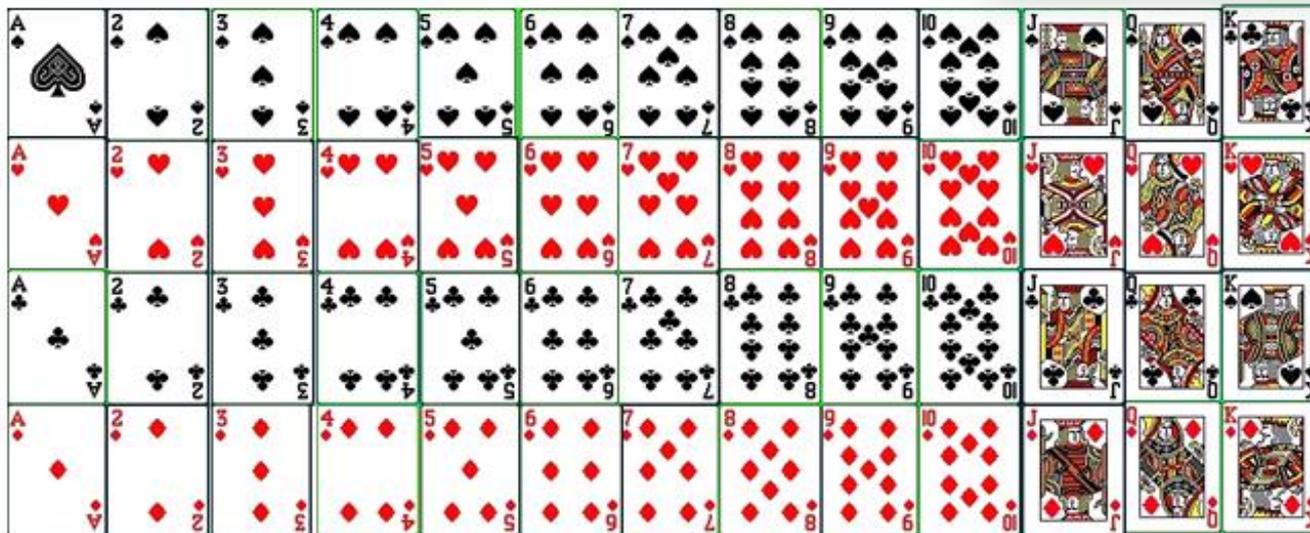
## *Importante*

La **Ley de los Grandes Números** nos dice que si realizamos un experimento aleatorio reiteradamente, la frecuencia relativa de un suceso se irá aproximando al valor de la Probabilidad de dicho suceso. Cuanto mayor sea el número de repeticiones, mejor será la aproximación a la probabilidad que buscamos.



# 5. Probabilidad

Ejemplo de experimento aleatorio: "Sacar una carta al azar de una baraja de Poker"



# 5. Probabilidad

Álvaro y Marta llegaron con unos aperitivos y unas bebidas y preguntaron a sus amigos:

- "¿Habéis decidido ya a qué vamos a jugar?"
- "Aún no. Estábamos haciendo algunas apuestas entre nosotros".
- "Me apunto". - Dijo Marta.
- "De acuerdo. ¿Cuánto apuestas a que la próxima carta que saco es un número?"
- "No es justo, la **probabilidad** de que saques un número es muy alta".
- "¿Estás segura? ¿Se puede **calcular**?"
- "A ver... en total hay 52 cartas, y de ellas 40 son números. Por lo tanto tienes una probabilidad de 40 a 52".
- "Entonces la probabilidad de sacar un número es  $40/50=0,77$ "
- "Tenías razón itengo más del 75% de probabilidad de sacar un número!".



# 5. Probabilidad

## *Importante*

**Ley de Laplace:** Si en un experimento aleatorio todos los sucesos elementales son **equiprobables** (es decir, tienen la misma probabilidad de suceder), la probabilidad de un Suceso Aleatorio A se puede calcular como:

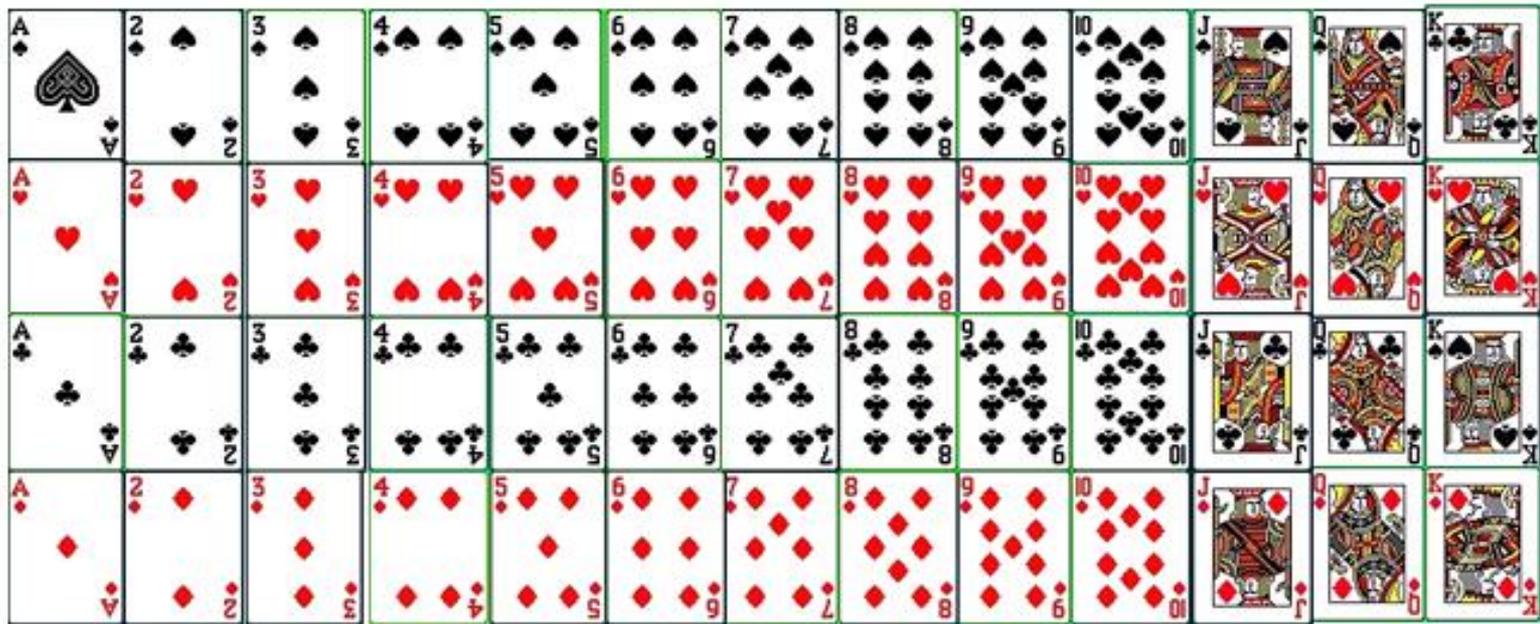
$$P(A) = \frac{\text{"N}^\circ \text{ de casos favorables a } A\text{"}}{\text{"N}^\circ \text{ de casos totales"}}$$



# 5. Probabilidad

Completa los siguientes espacios usando la Ley de Laplace. Redondea los resultados a dos cifras decimales.

1.  $P(\text{"Sacar el Rey de Corazones"}) = \frac{\square}{52} \approx \square$
2.  $P(\text{"Sacar una carta de Diamantes"}) = \frac{\square}{52} = \square$
3.  $P(\text{"Sacar una carta negra"}) = \frac{\square}{52} = \square$
4.  $P(\text{"Sacar una carta que no sea ni una figura ni sea de picas"}) = \frac{\square}{\square} \approx \square$



# 5. Probabilidad

## Importante

Si tenemos dos sucesos A y B de los que conocemos su probabilidad, se cumple que:

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P(A^c) = 1 - P(A)$
- $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

**Ejemplo:** Sucesos A = "Sacar una Figura" y B = "Sacar una carta de Corazones"

- El suceso  $A \cup B$  es  . Su probabilidad es  / 52  $\approx$
- El suceso  $A \cap B$  es  . Su probabilidad es  / 52  $\approx$
- El suceso  $B - A$  es  . Su probabilidad es  / 52  $\approx$
- El suceso  $(A \cup B)^c$  es  . Su probabilidad es  / 52  $\approx$

# 5. Probabilidad

Marta y Ana encendieron la televisión. Había un concurso que estaba acabando.

El concursante, que había perdido, tenía que sacar una bola de una urna que tenía 3 bolas verdes y 5 rojas. Si sacaba una bola verde, podría volver al día siguiente. Si era roja, no volvería más.

Además, dependiendo de la bola, podía doblar lo que había ganado, perder la mitad, o quedarse con el mismo premio.

Se puede colocar el número de bolas de cada tipo en una tabla llamada **tabla de contingencia** que permite calcular las probabilidades de forma más sencilla.

	x2	:2	=	TOTAL
VERDE	1	1	1	3
ROJA	2	2	1	5
TOTAL	3	3	2	8



# 5. Probabilidad Condicionada

Esta mañana al salir de la cama, Lola se ha dirigido a la cocina, ha abierto la puerta del frigorífico, y aún dormida, sin mirar, ha cogido un "pack" de seis yogures (tenía tres "pack", uno desnatado y dos normales). Con los ojos medio cerrados, ha separado uno de los vasitos de yogur, le ha quitado la tapa, ha metido la cucharita y se la ha llevado a la boca. En ese preciso instante es cuando se ha despertado. El sabor a plátano desnatado, el que menos le gusta de todos, le ha llevado a entrar en el nuevo día.

El "pack" desnatado estaba compuesto de tres yogures naturales, dos de fresa y uno de plátano. Los no desnatados contenían tres naturales, uno de fresa y dos de plátano.

**¿Cuál era la probabilidad de que Lola, al azar, sin mirar el tipo de "pack" ni el sabor que cogía, le tocara su odiado sabor a plátano desnatado?**

Debemos darnos cuenta de que esta experiencia es compuesta, pues consta de dos experimentos: el **primero** es elegir el pack, y el **segundo** coger el yogur en función del pack elegido.



# 5. Probabilidad Condicionada

Sean A y B dos sucesos cualesquiera con  $P(B) > 0$ . Se define la **probabilidad del suceso A condicionada al suceso B** y se representa por  $P(A/B)$  como:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(\text{"elegir un yogur sabor a plátano"} / \text{"escoger los yogures desnatados"}) = \frac{P(\text{"elegir yogur desnatado y de plátano"})}{P(\text{"elegir los yogures desnatados"})}$$

El numerador es  $1/18$ , pues sólo un yogur es desnatado y con sabor a plátano del total de 18 yogures que hay en la nevera. Y el denominador es  $1/3$ , pues de los tres "packs" de yogures, sólo uno es desnatado.



$$\frac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$



# 5. Probabilidad Condicionada

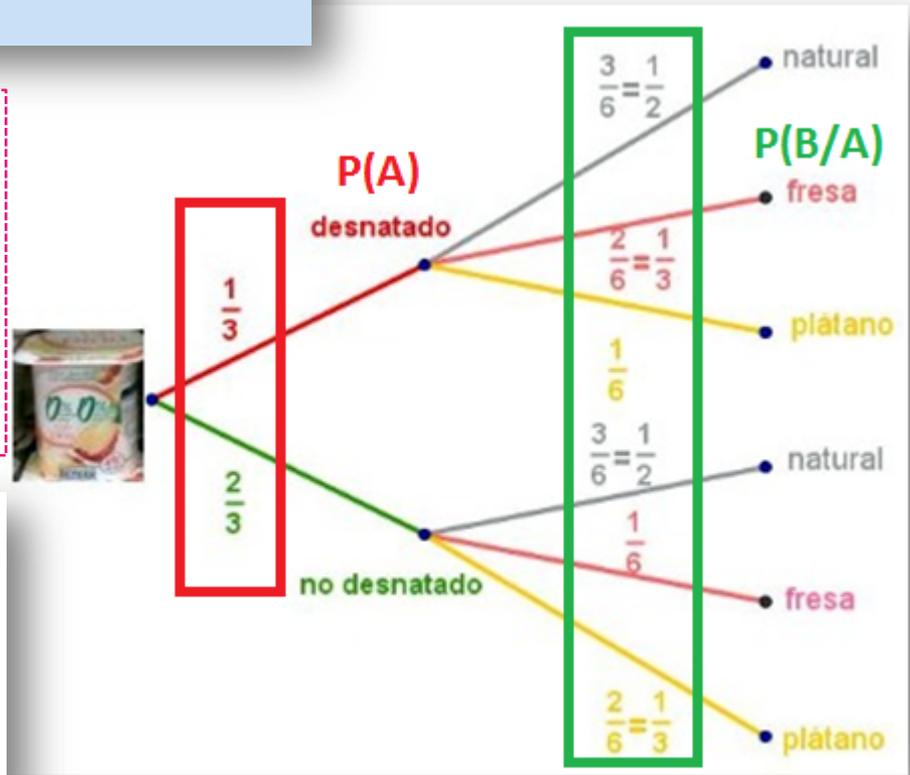
Para organizar los posibles resultados de un suceso compuesto y facilitar el recuento de todos los casos se utiliza en probabilidad el llamado **diagrama de árbol**.

La columna roja es la probabilidad del 1º suceso, la columna verde son las probabilidades condicionadas al 1º suceso y la probabilidad de la intersección es el producto de ambas columnas.

Por ejemplo,  $P(\text{"yogur desnatado"}) = \frac{1}{3}$ .

Otro ejemplo,  $P(\text{"yogur natural"} / \text{"yogur no desnatado"}) = \frac{1}{2}$ .

Un último ejemplo,  $P(\text{"yogur de fresa desnatado"}) = P(\text{"yogur desnatado"}) \cdot P(\text{"yogur de fresa"} / \text{"yogur desnatado"}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ .



# 5. Probabilidad Condicionada

Dos sucesos A y B se dice que ocurren independientemente uno del otro si la ocurrencia o no de uno de ellos no influye en la ocurrencia o no del otro. Dicho matemáticamente:

A y B serán **independientes** si y solo si

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Alonso, Webber y Vettel disputan la última carrera de la temporada donde se juegan el campeonato del mundo. Supongamos que el podium estará compuesto por estos tres pilotos.

Consideremos los siguientes 4 eventos posibles (sucesos):

$S_1$  = "Alonso llega primero"

$S_2$  = "Alonso llega segundo"

$S_3$  = "Alonso llega tercero"

$S_4$  = "Alonso llega por delante de Webber"

¿Es independiente el suceso  $S_4$  de los sucesos  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$ ?



# 5. Probabilidad Condicionada

	1 <sup>er</sup> Clasificado	2 <sup>o</sup> Clasificado	3 <sup>er</sup> Clasificado
Opción 1	Alonso	Webber	Vettel
Opción 2	Alonso	Vettel	Webber
Opción 3	Webber	Alonso	Vettel
Opción 4	Webber	Vettel	Alonso
Opción 5	Vettel	Alonso	Webber
Opción 6	Vettel	Webber	Alonso

Entonces nuestros sucesos serán:

$S_1 = \{\text{Opción 1, Opción 2}\}$ ,  $S_2 = \{\text{Opción 3, Opción 5}\}$ ,  $S_3 = \{\text{Opción 4, Opción 6}\}$  y  
 $S_4 = \{\text{Opción 1, Opción 2, Opción 5}\}$

**Calcula:**  $P(S_1)$ ,  $P(S_2)$ ,  $P(S_3)$ ,  $P(S_4)$ ,  $P(S_1 \cap S_4)$ ,  $P(S_2 \cap S_4)$ ,  $P(S_3 \cap S_4)$  y  
comprueba si los sucesos  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  son Independientes del suceso  $S_4$

# 5. Probabilidad Condicionada

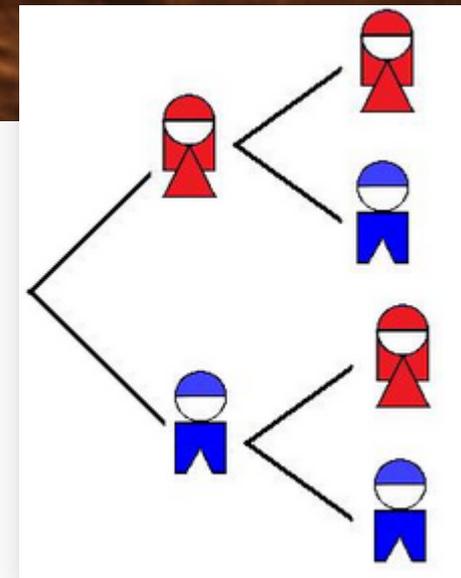
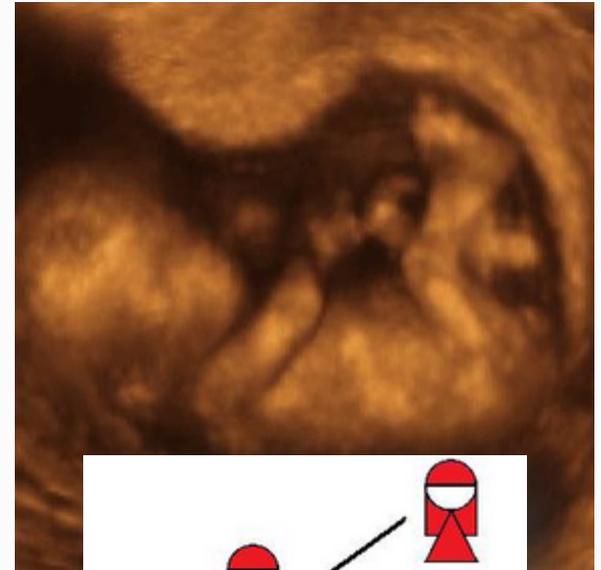
**Problema.** Una pareja, que ya tiene una niña, está muy ilusionada en tener una segunda hija para que herede todos los vestiditos de su hermana.

- ¿Podrías calcular la probabilidad de que una pareja cualquiera tenga dos niñas?
- ¿Y la probabilidad de que esta pareja tenga una niña sabiendo que su primer hijo también es una niña?

**SOLUCIÓN:**

$$P(\text{tener dos niñas}) = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{Tener 2ª Niña} / 1ª \text{ hija es niña}) = \frac{1}{2}$$



# 6. Teoremas de Probabilidad

## Teorema de la Probabilidad Total

Sea  $A_1, A_2, \dots, A_n$  un sistema completo de sucesos tales que  $P(A_i) \neq 0$ , y sea  $B$  un suceso cualquier del que se conocen las probabilidades condicionadas  $P(B/A_i)$ , entonces la probabilidad del suceso  $B$  viene dada por la expresión:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(B/A_n)$$

## EJEMPLO DEL YOGUR: ¿Cuál es la probabilidad de coger un yogur de plátano?

Tenemos los siguientes datos:

$$P(\text{Desnatado}) = 1/3$$

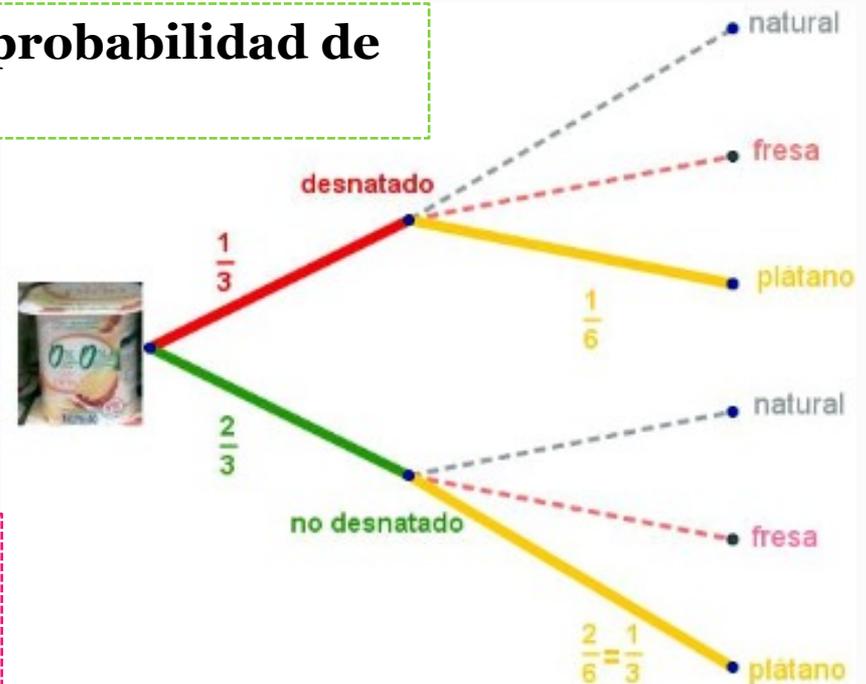
$$P(\text{No desnatado}) = 2/3$$

$$P(\text{Platano/Desnatado}) = 1/6$$

$$P(\text{Platano/No Desnatado}) = 2/6$$

$$P(\text{Platano}) = 1/3 * 1/6 + 2/3 * 2/6 = 5/18$$

De los 18 yogures hay 5 de platano.



# 6. Teoremas de Probabilidad

## Teorema de Bayes

Sea  $A_1, A_2, \dots, A_n$  un sistema completo de sucesos tales que  $P(A_i) \neq 0$ , y sea  $B$  un suceso cualquiera, con  $P(B) \neq 0$ , entonces:

$$P(A_j/B) = \frac{P(B/A_j) \cdot P(A_j)}{P(B/A_1) \cdot P(A_1) + P(B/A_2) \cdot P(A_2) + \dots + P(B/A_n) \cdot P(A_n)} \quad \text{para } j=0, \dots, n$$

### EJEMPLO:

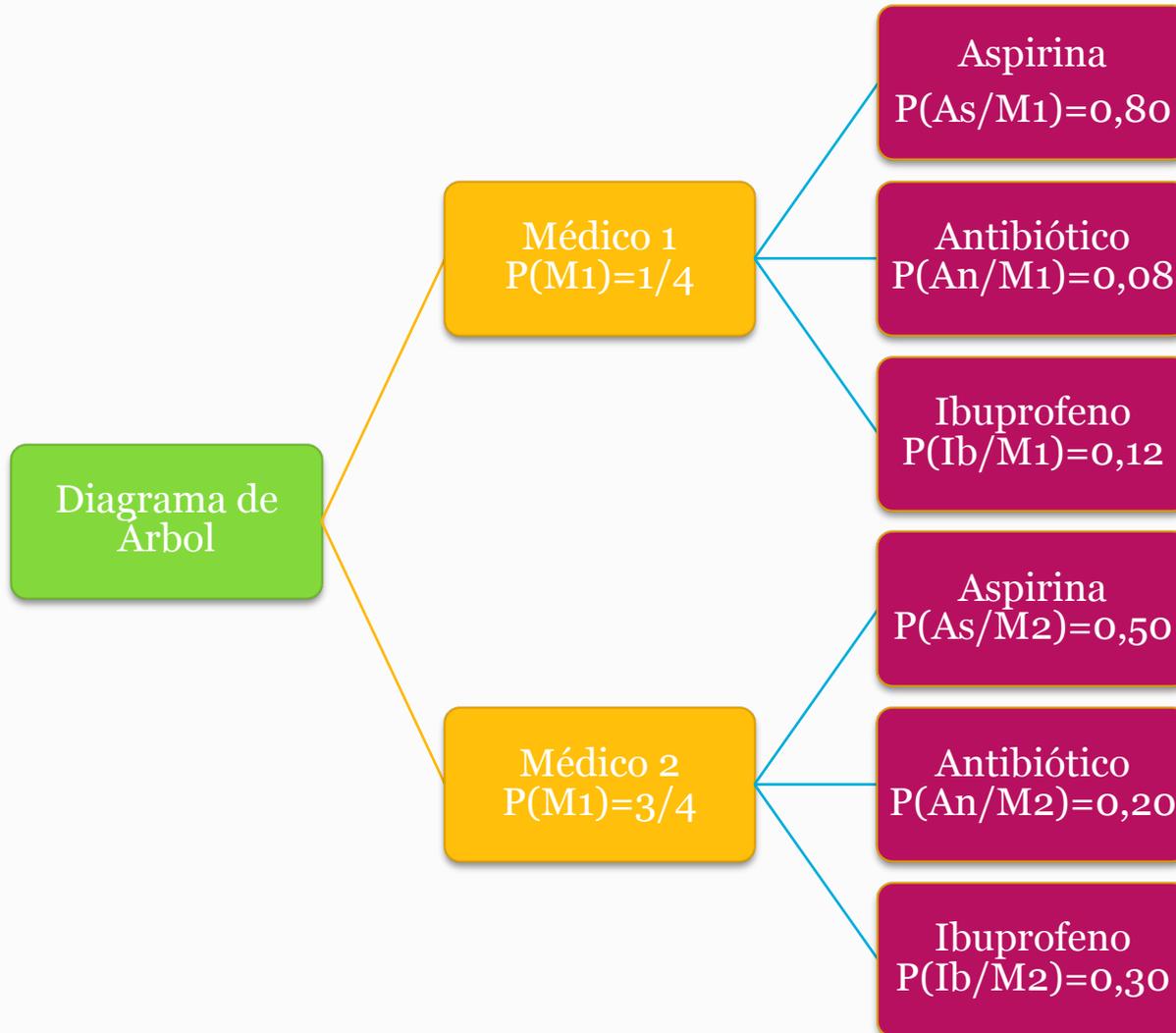
Según una encuesta del Servicio de Salud, uno de cada cuatro médicos de cabecera receta a sus pacientes el 80% de las veces aspirina, el 8% antibiótico y el 12% ibuprofeno.

De los restantes (tres de cada cuatro) recetan el 50% de las veces aspirina, el 20% antibiótico y el 30% ibuprofeno. A los sanitarios del primer tipo les llamaremos "Médico 1", y a los del segundo "Médico 2".



**Representa todos estos datos mediante un diagrama de árbol**

# 6. Teoremas de Probabilidad



# 6. Teoremas de Probabilidad

Elegimos un paciente al azar.

- Probabilidad de que habiendo sido atendido por un médico del primer tipo, le receten ibuprofeno.
- Probabilidad de que le receten ibuprofeno
- Probabilidad de que habiéndole recetado ibuprofeno, lo haya atendido un médico del primer tipo.

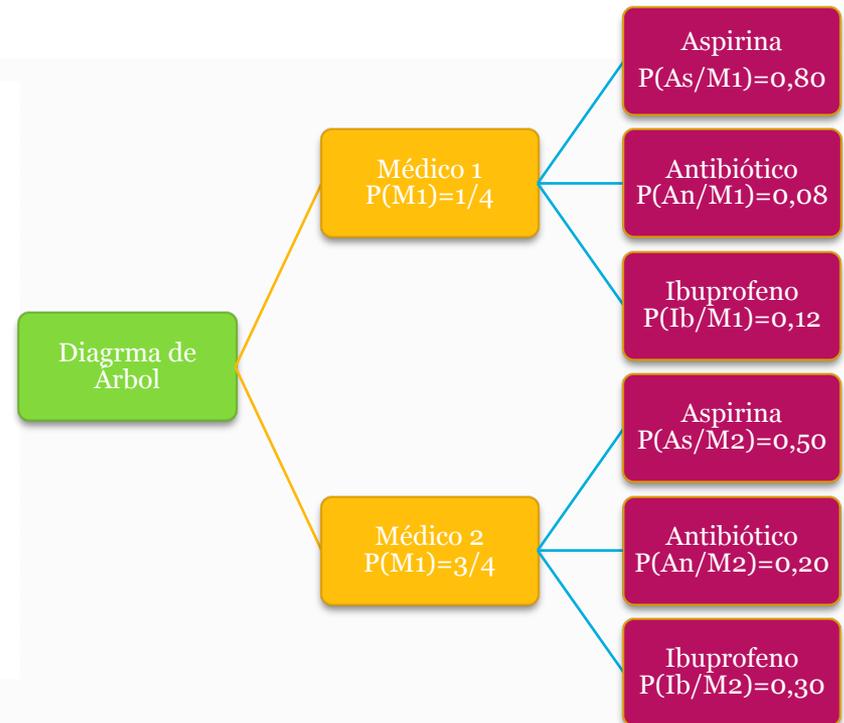
a)  $P(\text{Ib}/\text{M1})=0,12$

b) Teorema Probabilidad Total

$$P(\text{Ib})=P(\text{M1})*P(\text{Ib}/\text{M1})+P(\text{M2})*P(\text{Ib}/\text{M2})$$
$$=1/4*0,12 + 3/4*0,30$$

c)  $P(\text{M1}/\text{Ib})$  (al revés se usa T.de Bayes)

$$P(\text{M1}/\text{Ib})= P(\text{M1})*P(\text{Ib}/\text{M1}) /$$
$$P(\text{M1})*P(\text{Ib}/\text{M1})+P(\text{M2})*P(\text{Ib}/\text{M2})=$$
$$1/4*0,12 / (1/4*0,12 + 3/4*0,30)$$



# 7. Distribuciones de Probabilidad

Las distribuciones de probabilidad son idealizaciones de las distribuciones estadísticas cuando en estas se usan frecuencias relativas. Las distribuciones de frecuencias relativas son experimentales, mientras que las distribuciones de probabilidad son teóricas.

## Distribución de Frecuencias

$x_i$	$f_i$
$x_1$	$f_1$
$x_2$	$f_2$
$x_3$	$f_3$
...	...
$x_n$	$f_n$

## Distribución de Probabilidad

$x_i$	$p_i$
$x_1$	$p_1$
$x_2$	$p_2$
$x_3$	$p_3$
...	...
$x_n$	$p_n$

Pasamos de pensar en distribuciones estadísticas que se construyen a partir de una muestra a distribuciones de probabilidad que asocian a cada valor de la variable la probabilidad de que cada uno ocurra.

# 7. Distribuciones de Probabilidad

## EJEMPLO

Tiramos un dado de 6 caras 20 veces obteniendo la siguiente muestra: 1,1,1,2,2,2,2,2,3,3,3,3,4,5,5,5,6,6,6,6

Xi (Valores caras)	Frecuencia
1	3
2	5
3	4
4	1
5	3
6	4

Distribución de probabilidad asociada a la variable tirar un dado.

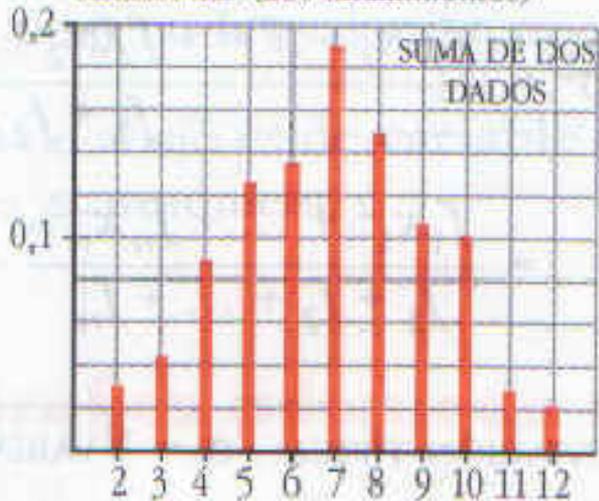
Xi (Valores caras)	Probabilidad
1	1/6
2	1/6
3	1/6
4	1/6
5	1/6
6	1/6

# 7. Distribuciones de Probabilidad

**OTRO EJEMPLO:** Tirar 2 dados y sumarlos.

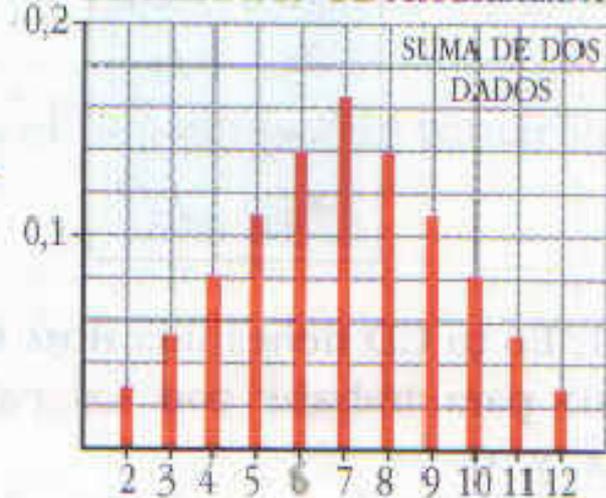
$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$n_i$	0	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
$p(x_i)$	0/36	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS RELATIVAS (200 lanzamientos)



Idealización

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDADES



# 7. Distribuciones de Probabilidad

**OTRO EJEMPLO:**  $X$ ="número de caras obtenidas al lanzar tres veces una moneda". Estudiar la distribución de probabilidad

Xi (Nº Caras en 3 tiradas)	Probabilidad
0	
1	
2	
3	

## 8. Distribuciones Discretas: Bernoulli y Binomial

Dada una variable aleatoria discreta,  $X$ , que toma los valores:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$  y dada su función de probabilidad asociada:

$p(X=x_i) = p_i$ , podemos calcularle los siguientes **parámetros**, cuyas fórmulas se detallan:

- **Media o esperanza matemática:**  $\mu = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_k \cdot p_k = \sum x_i \cdot p_i$   
(También se representa como  $E(x)$ )

Puede interpretarse como el valor esperado o medio que toma la variable o, también, como el valor central de la distribución.

- **Varianza:**  $s^2 = \sum x_i^2 \cdot p_i - \mu^2$  (También se representa con  $\text{Var}(X)$  o  $V(x)$ )

- **Desviación típica:**  $\sigma = \sqrt{s^2}$  (También se representa por  $DT(x)$ )

# 8. Distribuciones Discretas: Bernoulli y Binomial

**Existen varias distribuciones de probabilidad discretas que modelan muchas situaciones de la vida real: Bernoulli y Binomial**

Una **distribución de Bernoulli** es una variable aleatoria discreta que sólo puede tomar dos valores, 0 y 1. Normalmente, el fracaso se asocia con el valor 0 y el éxito con el 1.

Se nombra como **Be(p)**, donde  $p(X=1) = p$  es la probabilidad de obtener éxito y  $p(X=0) = q = 1-p$  la probabilidad obtener fracaso.

Sus parámetros son:

- **Media o esperanza matemática:**  $\mu = p$
- **Varianza:**  $s^2 = p \cdot q$
- **Desviación típica:**  $\sigma = \sqrt{p \cdot q}$

## EJEMPLOS

- Responder a una pregunta Sí ó No al azar y acertar (éxito) o fallar (fracaso).
- Una familia quiere que su futuro bebé sea chica. Chica (éxito) y chico (fracaso)
- Tener el cabello rubio. Sí (éxito) , No (fracaso)
- Lanzar un dado y que salga un valor mayor que 4. Si sale un 5 o un 6 (éxito), si sale cualquier otro valor (fracaso)

# 8. Distribuciones Discretas: Bernoulli y Binomial

## **BINOMIAL**

Se tienen que cumplir las siguientes condiciones:

- (1) Hay un experimento aleatorio que se repite  $n$  veces de modo independiente.
- (2) Cada vez que realizamos el experimento sólo pueden darse dos situaciones, variable aleatoria Bernoulli: éxito o fracaso
- (3) La suma de las probabilidades del éxito y del fracaso deben sumar uno, pero no tienen que valer lo mismo.

Entonces, diremos que la variable que se define como el número de éxitos conseguidos:  $X =$  "número de éxitos conseguidos al realizar los  $n$  experimentos", es una **distribución binomial** y la llamaremos  **$B(n,p)$** , donde  $n$  es el número de veces que realizamos el experimento y  $p$  es la probabilidad de obtener éxito.

La **función de probabilidad** de una variable aleatoria binomial  **$B(n,p)$**  viene dada por:

$$p(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

## 9. Distribuciones Continuas: Normal

### Distribución Normal

Investigar en internet  
que es la distribución  
normal...