Farbstudie, de Kandinsky

COMBINATORIA

Un resumen de lo básico

PRINCIPIO DE RECUENTO

En un experimento compuesto por varios simples, **el número de resultados posibles** del primero **es el producto** de los números de resultados posibles de los segundos.

Ej.:

Lanzamos una moneda y un dado.

¿Cuáles son los posibles resultados?

{C1, X1, C2, X2, C3, X3,.....C6, X6}

¿Cuántos hay?

2x6=12

- Ejercicios:
- Preparando el viaje de estudios se hacen camisetas. Se encargan en blanco, rojo, verde y negro, y en tres tallas (S, M y L). ¿Cuántos modelos distintos se reciben?

$$4 \cdot 3 = 12$$

- Una bicicleta está dotada de 3 platos y 9 piñones. ¿Cuántas marchas tiene?

$$3 \cdot 9 = 27$$

PERMUTACIONES SIN REPETICIÓN

- Las **permutaciones de n elementos** son los distintos grupos que se pueden formar siempre que:
  - En cada grupo **estén los n** elementos
  - Unos grupos **se diferencian de otros sólo en el orden** de los elementos.

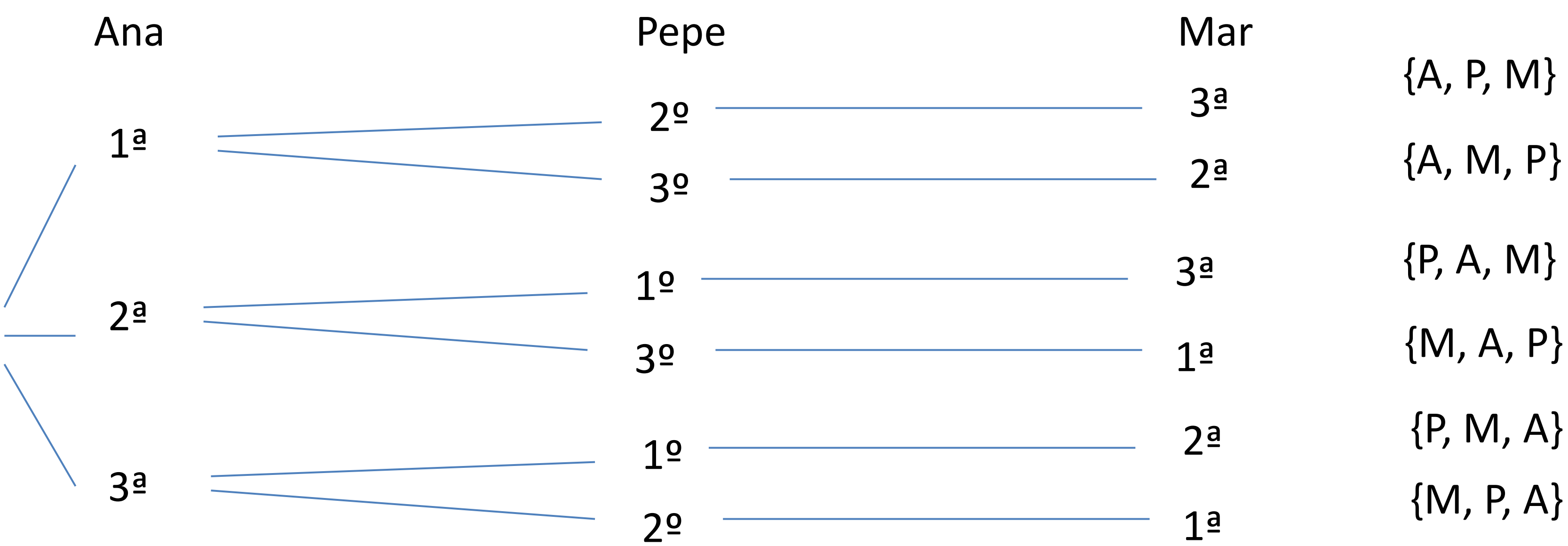
$$\boxed{P_n = n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot 2\cdot 1 = n!}$$

n! se lee “n factorial”

- **0! = 1**
- 1! = 1
- 2! = 2·1 = 2
- 3! = 3·2·1 =6
- …

- Ejemplo:

A la final de un concurso de Matemáticas llegan Ana, Pepe y Mar. ¿De cuántas formas pueden clasificarse?



$$P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

VARIACIONES SIN REPETICIÓN

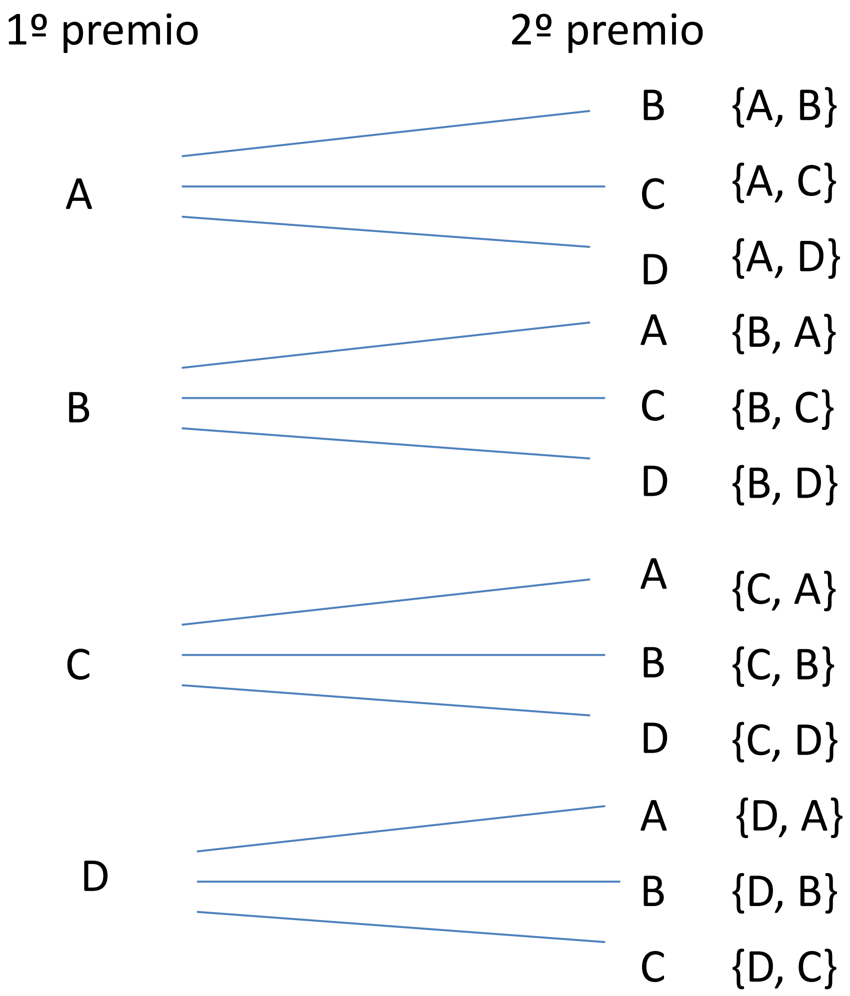
- Las **variaciones sin repetición de m elementos tomados de n en n** son los distintos grupos que se pueden formar con los m elementos siempre que:
  - En cada grupo **haya n** elementos **distintos**
  - Unos grupos **se diferencian de otros en el orden o en algún elemento**.

$$\boxed{V_{m,n} = \underbrace{m\cdot(m-1)\cdot\ldots\cdot(m-n+1)}_{\text{n términos}}}$$

- Ejemplo:

A la final de un torneo de guiñote llegan cuatro equipos: A, B, C y D. ¿De cuántas formas puede quedar la clasificación, sabiendo que sólo hay primer y segundo premio?

$$V_{4,2} = 4 \cdot 3 = 12$$

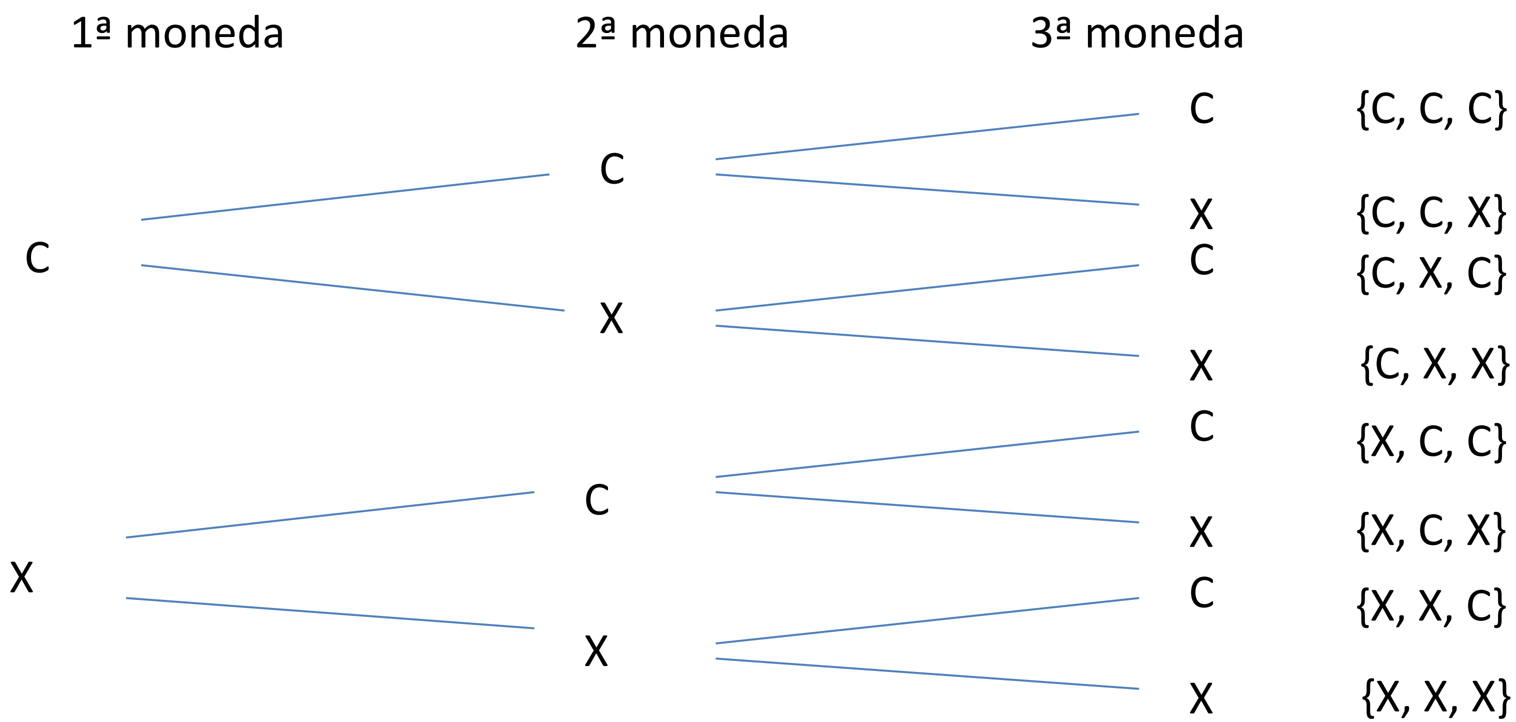


VARIACIONES CON REPETICIÓN

- Las **variaciones con repetición de m elementos tomados de n en n** son los distintos grupos que se pueden formar con los m elementos siempre que:
  - En cada grupo **haya n** elementos, **distintos o no** (pueden estar repetidos)
  - Unos grupos **se diferencian de otros en el orden o en algún elemento**.

$$\boxed{VR_{m,n} = m^n}$$

- Ejemplo: Se lanzan tres monedas al aire. ¿De cuántas maneras pueden caer?



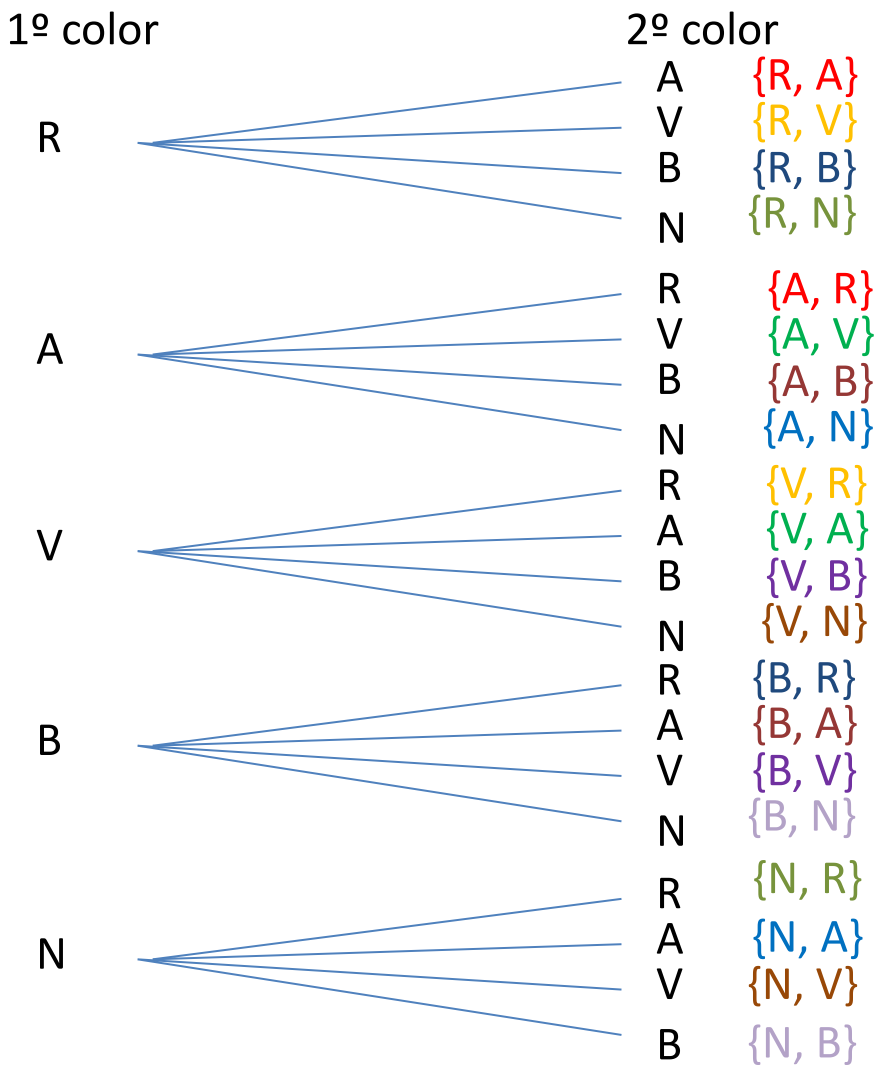
$$VR_{2,3} = 2^3 = 8$$

COMBINACIONES SIN REPETICIÓN

- Las **combinaciones sin repetición de m elementos tomados de n en n (con n≤m)** son los distintos grupos que se pueden formar con los m elementos siempre que:
  - En cada grupo **haya n** elementos **diferentes**
  - Unos grupos **se diferencian en algún elemento, pero no en el orden**.

$$\boxed{C_{m,n} = \frac{V_{m,n}}{P_n}}$$

- Ejemplo: Se fabrican jerseys con lana de dos colores, a elegir entre rojo, azul, verde, blanco y naranja. ¿Cuántos tipos de jerséis se pueden confeccionar?



5X4 = 20

20/2 = 10

$$C_{5,2} = \frac{V_{5,2}}{P_2} = \frac{5\cdot 4}{2\cdot 1} = 10$$

Tabla resumen:

	Permutaciones	Variaciones sin repetición	Variaciones con repetición	Combinaciones sin repetición
Todos los elementos	Sí	No	No siempre	No siempre
Importa el orden	Sí	Sí	Si	No
Puede haber elementos repetidos	No	No	Sí	No

NÚMEROS COMBINATORIOS

Otra manera de representar la combinaciones de m elementos tomados de n en n es:

$$\binom{m}{n} = C_{m,n} = C_m^m = \frac{m!}{n!(m-n)!} = \frac{\overbrace{m\cdot(m-1)\cdot(m-2)\cdot\ldots}^{n \text{ veces}}}{n!}$$

A $\binom{m}{n}$ se le llama ***número combinatorio*** y se lee “m sobre n”

Ejemplo:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4\times3\times2\times1}{2\times2} = 6$$

NÚMEROS COMBINATORIOS

Propiedades de los números combinatorios:

a) $\binom{m}{0}=1$

b) $\binom{m}{1}=m$

c) $\binom{m}{m-n}=\binom{m}{n}$

d) $\binom{m}{n}+\binom{m}{n+1}=\binom{m+1}{n+1}$

e) $\binom{m}{m}=1$

Recuerda:

$$\binom{m}{n}=\frac{m!}{n!(m-n)!}$$

BINOMIO DE NEWTON

Es una expresión que nos permite elevar un binomio a cualquier potencia de exponente natural, es decir, desarrollar: $(a+b)^n$

Comenzaremos por valores bajos de *n*:

$$(a+b)^1 = a + b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b) = (a^2+2ab+b^2)(a+b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 = (a+b)^3(a+b) = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

Si observamos los coeficientes vemos que siguen esta estructura:

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

…

Es el lamado ***Triángulo de Tartaglia o de Pascal***

(Observa la simetría.
Cada número es la suma de los dos que tiene encima
Para saber más
: http://www.disfrutalasmatematicas.com/triangulo-pascal.html

El **triángulo de Tartaglia** lo podemos escribir con números combinatorios:

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & 1 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 2 & & 1 & & \\
 & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\
1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1
\end{array}
\longrightarrow
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & \binom{1}{0} & & \binom{1}{1} & & & \\
 & & \binom{2}{0} & & \binom{2}{1} & & \binom{2}{2} & & \\
 & \binom{3}{0} & & \binom{3}{1} & & \binom{3}{2} & & \binom{3}{3} & \\
\binom{4}{0} & & \binom{4}{1} & & \binom{4}{2} & & \binom{4}{3} & & \binom{4}{4}
\end{array}
$$

De modo que el binomio de Newton queda así:

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \ldots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n \longrightarrow (a+b)^n = \sum_{k=0}^{k=n}\binom{n}{k}a^{n-k}b^k$$

Ejemplo:

$$(2x-3y)^{15} = \binom{15}{0}(2x)^{15} + \binom{15}{1}(2x)^{14}(-3y) + \binom{15}{2}(2x)^{13}(-3y)^2 + \ldots + \binom{15}{15}(-3y)^{15}$$

Farbstudie, de Kandinsky

COMBINATORIA

Un resumen de lo básico

http://catedu.es/matryc