EJERCICIOS DEREPASO 1º BACHILLERATO

MATEMÁTICAS DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA I

ALUMNO/A

Apellidos: ____________________________________ **Nombre:** ___________

Curso: 2º BACH. Grupo: Examen: JUEVES 28 MARZO 2019

TEMA 1: NÚMEROS REALES

TEMA 2: POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

TEMA 3. ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS

TEMA 4: TRIGONOMETRÍA

TEMA 5: NÚMEROS COMPLEJOS

TEMA 1: NÚMEROS REALES

1º) Expresa en forma de intervalo los números que verifican cada una de las desigualdades:

a) $|x-1|<3$ b) $|x+1|\geq 2$ c) $|x+2|\geq 3$

(Sol.: a) (-2, 4) b) $(-\infty,-3]\cup[1,+\infty)$ c) $(-\infty,-5]\cup[1,+\infty)$)

2º) Efectúa las siguientes operaciones, dando el resultado en notación científica:

a) $3{,}84\cdot 10^6+2{,}53\cdot 10^8-3{,}42\cdot 10^5$

b) $1{,}02\cdot 10^{-2}+3{,}47\cdot 10^{-3}$

c) $\dfrac{4{,}83\cdot 10^6+2{,}45\cdot 10^5}{3\cdot 10^{-5}}$

(Sol.: a) 2,56 10^8; b) 1,37 10^{-2}; c) 1,69 10^{11})

3º) Efectúa y simplifica:

a) $\sqrt{\dfrac{x^3y^2}{z^6}}:\sqrt[3]{\dfrac{x^2y^3}{z^4}}$ b) $\left(\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}\right)^2:\sqrt[4]{27}$ c) $\left(\dfrac{\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt{32}}{\sqrt{2}}\right)^3$

(Sol.: a) $\dfrac{1}{z}\sqrt[6]{\dfrac{x^5}{z^4}}$; b) 3; c) 512)

4º) Calcula y simplifica:

a) $\dfrac{3\sqrt{45}}{2}-\dfrac{\sqrt{20}}{5}+4\sqrt{125}-\sqrt{5}$ b) $3\sqrt{72}-\sqrt{18}+5\sqrt{2}+\sqrt{50}-2\sqrt{8}$

(Sol.: a) $\dfrac{137\sqrt{5}}{6}$ b) 21 $\sqrt{2}$)

5º) Racionalizar y simplifica:

a) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ b) $\dfrac{\sqrt{2}\cdot(3-\sqrt{2})^2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

(Sol.: a) $-4\sqrt{6}$; b) $11\sqrt{6}-22-12\sqrt{3}$)

6º) Calcula, basándote en la definición de logaritmo:

a) $\log\sqrt{\dfrac{1}{10}}$ b) $\log_3\sqrt[4]{3^5}$ c) $\log\sqrt{0{,}001}$ d) $\log_3\dfrac{1}{27}$

(Sol.: a) – ½; b) 5/4; c) -3 /2; d) -3

7º) Sabiendo que log A = -1,2, log B = 0,7 y log C = 2,3, calcula:

a) $\log\dfrac{\sqrt[3]{A^2B}}{10C}$ b) $\log\dfrac{\sqrt[6]{A^5}\cdot B^3}{\sqrt{C}}$ (Sol.: a) -3,867; b) -0,05)

8º) Halla el valor de x en cada caso, aplicando las propiedades de los logaritmos:

a) log x = 2 log 3 + 3 log 2

b) $\log_2 x = 4\log_2 3-\dfrac{1}{3}\log_2 27$ (Sol.: a) x = 72; b) x = 27)

TEMA 2: POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

1º) Factorizar los siguientes polinomios:

a) $2x^3 - 7x^2 + 4x + 4$

b) $x^4 - x^3 - 3x^2 + 3x$

c) $x^3 - 2x^2 - x + 2$

(Sol.: a) $(x-2)^2(2x+1)$; b) $x(x-1)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$; c) $(x-1)(x+1)(x-2)$)

2º) Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\dfrac{6x^2-6x-12}{3x^3-12x^2+12x}$ b) $\dfrac{x^3-2x^2+x}{x^4-x^2}$

(Sol.: a) $\dfrac{2x+2}{x^2-2x}$ b) $\dfrac{x^2-1}{x^2-2x}$)

3º) Efectúa las siguientes operaciones:

a) $\dfrac{2x+1}{x^2-1}+\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{1}{x-1}$ b) $\dfrac{x+1}{x^2-4}+\dfrac{2}{x+2}-\dfrac{1}{2x-4}$ c) $\dfrac{(x+1)^2x^2}{x^2+2x+1}:\dfrac{x^3-x}{(x-1)^2}$

d) $\left(\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x-1}{x+1}\right):\dfrac{4x}{x^2-1}$ e) $\left(\dfrac{m(m+1)}{m-1}-\dfrac{m^2-1}{m-1}\right):\dfrac{2m+2}{m-1}$

(Sol.: a) $\dfrac{x^2-x+3}{x^2-1}$; b) $\dfrac{5x-8}{2x^2-8}$; c) $\dfrac{x^2-x}{x+1}$; d) 1; e) ½)

TEMA 3. ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS

1º) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\left(2-\frac{x}{2}\right)^2 - \frac{3}{2}(4-x) = \frac{x^2+1}{4} - \frac{x+1}{2}$ b) $\frac{(2x-1)(2x+1)}{2} - \frac{1}{2}(x-\frac{1}{3}) = 1-(2-2x^2)$

(Sol.: a) No tiene solución; b) 4/3)

2º) Resuelve:

$4-2x^2 + \frac{3x(x-1)}{4} = \frac{5(2x^2-1)}{3} - \frac{55x^2+9x}{12}$ (Sol.: No tiene solución)

3º) Resuelve:

a) $\begin{cases} (x-y)^2 & = & 16 \\ 2x+4y & = & 3(y-2)+20 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x & = & 6y \\ x(2y-1)-(y+1)^2 & = & -1 \end{cases}$

(Sol.: a) x = 6, y= 2; x =10/3, y = 22/3; b) x=-2, y = -4; x = -2, y =4;
x = 2, y = -4; x = 2, y = 4)

4º) Resuelve las siguientes ecuaciones factorizando previamente:

a) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$ b) $4x^3 - 6x^2 - 6x + 4 = 0$

(Sol.: a) 2, -2, -3; b) 2, -1 y ½)

5º) Resuelve las ecuaciones:

a) $\frac{x^4}{4} - \frac{5x^2}{4} - 9 = 0$ b) $x^4 + \frac{7}{2}x^2 = 2$

(Sol.: a) -3 y 3; b) – ½ y ½)

6º) Resuelve:

a) $3\sqrt{3x+4} - 2x = 5$ b) $2\sqrt{3x-2} - \sqrt{x+3} = \sqrt{x-1}$

(Sol.: a) -1 y 11/4; b) 1 y 7/6)

7º) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x^2-1}{x} + \frac{x-1}{2x} = \frac{2x^2+x-3}{2x} + \frac{1}{4x}$ b) $\frac{3x+1}{2x} - \frac{3x}{2x+1} = \frac{5x+1}{4x^2+2x}$

c) $\frac{(x-2)^2}{3x+1} \cdot \frac{9x^2-1}{x-2} = 22$

(Sol.: a) No tiene solución; b) Infinitas soluciones; c) 4 y – 5/3)

8º) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $5^{2x+1} + 3 \cdot 5^{2x+3} = \frac{76}{5}$ b) $9^x + 3^{x+1} - 108 = 0$ c) $\frac{3^{x+1}}{5^{2x}} = 1$

(Sol.: a) -1 ; b) 2 ; c) 0,518

9º) Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 2^{x+1} + 2^{y} = 12 \\ 2^{x} - 2^{y+1} = -4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 5^{x} - 5^{y} = 100 \end{cases}$

(Sol.: a) x = 2 , y = 2 ; b) x = 3, y = 2; x= 3,86, y =3,72)

10º) Resuelve las ecuaciones:

a) 2 log (x – 1) + log 5 = log (7x – 1)

b) Ln (4x - 2) – 2 Ln x = Ln 18 – Log 25

c) $\log_2(4x-1) - 3\log_2 4 = 5$

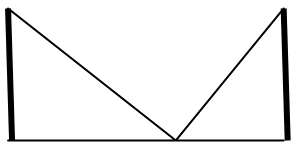
(Sol.: a) 3; b) 5 y 5/9; c) 2049/4)

11º) Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 2x + y = 12 \\ \log x - \log y = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2\log x - 3\log y = -1 \\ 5\log x + \log y = 6 \end{cases}$

(Sol.: a) x= 1 y = 10 ; b) x= 10 , y = 10)

12º) Entre dos postes de 12 m de altura cada uno, se ha colocado un cable como indica la figura:


P

Sabiendo que entre los dos postes hay 14 m y que la longitud total del cable es de 28 m, calcula la distancia del punto P a la base de cada uno de los postes.

(Sol.: a 5 m de un poste y a 9 m del otro)

13º) Resuelve:

a) $\dfrac{3x-2}{4} - \dfrac{2x+1}{3} > \dfrac{5(x+1)}{2}$ b) $\begin{cases} 3(2x+1) \leq 5(x+1) \\ 5x - 3 > 12 \end{cases}$

(Sol.: a) (- ∞, -40/29) b) No tiene solución)

14º) Resuelve:

a) $6x^2 + 7x - 3 < 0$ b) (2x + 1) (3x – 2) < 0 c) $\dfrac{2x-6}{x+3} \leq 0$

(Sol.: a) (-3/2, 1/3); b) (-1/2, 2/3); c) (-3,3]

15º) Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con dos incógnitas:

a) $\begin{cases} y \geq 2x - 1 \\ x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y \geq 4 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \leq -2 \end{cases}$

TEMA 4: TRIGONOMETRÍA

1º) Halla las demás razones trigonométricas del ángulo α :

a) cos α = 0,52 y tang α < 0

b) tang α = 1,7 y $\alpha < 90^0$

c) tang α = 2,5 y $\alpha > 180^0$

d) sen α = - 0,35 y tang α > 0

(Sol.: a) sen = -0,85, tang = -1,64; b) sen = 0,86, cos = 0,51;
c) sen = -0,93, cos -0,37; d) cos =-0,94, tang =0,37)

2º) Representa el ángulo comprendido entre 0^0 y 360^0 que cumple las dos condiciones dadas y halla las otras razones trigonométricas:

a) $\text{sen}\,\alpha = -\frac{3}{5}$ y tang α >0   b) tang α = 1,5 y cos α >0

(Sol.: a) cos = -0,8 y tang =0,75; b) sen =0,83, cos =0,55)

3º) Calcula las razones trigonométricas de los siguientes ángulos a partir de las razones trigonométricas de 48^0 (sen 48^0 = 0,74, cos 48^0 = 0,67 y tang 48^0 = 1,11)

a) 42^0 b) 138^0 c) 132^0 d) 228^0 e) 312^0

(Sol.: a) sen 42 = 0,67 , …; b) sen 138= 0,67,… ; c) sen 132 = 0,74, …;
d) sen 228 = -0,74,…; e) sen 312 = -0,74)

4º) Expresa con un ángulo del primer cuadrante:

a) cos 800^0 b) tang 2040^0 c) sen 1935^0

(Sol.: a) cos 80, b) tang 60; c) –tang 45)

5º) Con ayuda de la calculadora, representa gráficamente las funciones:
y = sen 2x y y = cos 2x

6º) Las diagonales de un rombo miden 24 cm y 16 cm, respectivamente. Halla sus ángulos.

(Sol.: 67^0 22´48´´ y 112^0 37´12´´)

7º) En un triángulo ABC conocemos los lados AB = 12 cm, BC = 20 cm y el ángulo B = 40^0. Halla los demás elementos.

(Sol.: h = 7,7 cm; BD = 9,2 cm , AC = 13,3 cm; ángulo C = 33^0 29´)

8º) El mástil de una bandera está sujeto a tierra por dos cables que forman ángulos de 42^0 y 28^0 con la horizontal. La distancia entre los puntos de anclaje es de 50 m. halla la altura del mástil. (Sol.: h = 16,71 m)

9º) Para medir la altura de un repetidor de televisión hacemos una doble observación. Desde un punto del suelo lo observamos bajo un ángulo de 40^0 y si nos alejamos 25 m, nos da un ángulo de 30^0. ¿Cuál es su altura? ¿Desde qué distancia se hizo la primera observación?

(Sol.: d = 55,14 m, h =46,27 m)

10º) De un triángulo ABC conocemos el lado c = 50 m y el ángulo A = 35^0.
Resuelve el triángulo en los siguientes casos:

a) a = 60 m b) a = 20 m c) a = 40 m

(Sol.: a) C = 28^0 33´13´´, B = 116^0 26´47´´, b = 93,67; b) No existe triángulo con estos datos; c) C = 45^0 48´18´´ y C = 134^0 11´42´´, b = 68,84 m b= 13,07)

11º) Dos personas observan un árbol situado en la orilla opuesta de un río bajo ángulos de 40^0 y 55^0, respectivamente. La distancia entre ellas es de 150 m.¿A qué distancia de cada una está el árbol?

(Sol.: AB = 123,4 m , AC = 96,8 m)

12º) Entre dos casas A y B, hay un lago que impide medir la distancia entre ellas. Desde un punto P, situado a 1500 m de A y a 2750 m de B, observamos las dos casas bajo un ángulo de 75^0.¿Cuál es la distancia entre las dos casas? Halla los otros ángulos del triángulo PAB (Sol.: ángulo a= 73^0 28´19´´)

13º) Resuelve los siguientes triángulos:

a) b = 110 cm, a = 72 cm C = 50^0
b) b = 14 cm, c = 8 cm, A = 105^0
c) b = 23 m, c = 40 m y C = 65^0
d) a = 17,5 cm, b = 23 cm, c = 14,2 cm

(Sol.: a) c= 84,3, B = 89^0 6´3´´; b) a = 17,8 B = 49^0 31´57´´; c) a = 43,9 cm, B = 31^0 24´28´´; d) A = 49^0 28´49´´, B = 92^0 26´4´´)

14º) De un depósito de agua salen dos tuberías, una de 175 m y otra de 205 m, que abastecen dos casas, A y B. Si el ángulo que forman las tuberías es de 105^0, ¿cuál es la distancia entre las casas?

15º) Si sen 25^0= 0,42 y cos 40^0 = 0,77 , halla cos 25^0; tang 25^0; sen 40^0 y tang 40^0, y a partir de ellas halla las razones trigonométricas de 65^0 y de 15^0

(Sol.: cos 25 = 0,91; sen 40 = 0,64; sen 65 = 0,91; sen 15 = 0,26)

16º) Sabiendo que sen 82^0 = 0.99, halla cos 82^0 y tang 82^0, y a partir de ellas calcula las razones trigonométricas de 164^0 y 41^0 aplicando las fórmulas del ángulo doble y del ángulo mitad, respectivamente.

(Sol.: tang 82^0 = 7,1; tang 164^0 = -0,29; tang 41^0= 0,87)

17º) Si tang α = 5/4 y sen α < 0, calcula sin hallar α las siguientes razones trigonométricas:

a) sen $\alpha/2$ b) cos 2α c) tang $(\alpha - \frac{\pi}{4})$ d) sen $(\alpha + \frac{\pi}{3})$

(Sol.: a) 0,9; b) – 9/41; c) 1/9; d) -0,93)

18º) Resuelve la ecuación:

a) sen x = tang 2x ; b) 2 + $\cos^2$ x = - 2 sen x; c) 4 sen^2 x $\cos^2$ x + 2 $\cos^2$ x - 2 = 0

(Sol.: a) 0^0, 120^0 y 240^0; b) 270^0; c) 360^0, 180^0, 45^0, 135^0, 225^0, 315^0)

19º) Resuelve:

a) $\begin{cases} x+y = 90^0 \\ 2\cos x \cdot \cos y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} senx+\cos y = 1 \\ x+y = 90 \end{cases}$

(Sol.: a) x = 45 , y = 45; b) x = 30 , y = 60)

TEMA 5: NÚMEROS COMPLEJOS

1º) Dados los números complejos z_1 = -3 + 2i z_2 = 1 – i, z_3 = -2i, halla:

a) $z_1 + z_2$ b) $z_1 \cdot z_2$ c) $(z_3)^3$

(Sol.: a) -2+i; b) -1 + 5i; c) 8i)

2º) Efectúa:

a) $\frac{5-2i}{3+4i}$ b) $\frac{3-2i}{1+i}+\frac{5i}{1-i}$ (Sol.:a) $\frac{1}{25}(7-26i)$ b) -2)

3º) a) Pasa a forma polar los siguientes números complejos: z_1= -3 + 3i y z_2=-i

b) Pasa a forma binómico los siguientes números complejos: $z_3= 3_{120}$ y $z_4 = 4_{180}$

(Sol.: a) $z_1 = 3\sqrt{2}_{135}$; $z_2 = 1_{270}$; b) $z_3 = -\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i$ z_4 = -4)

4º) Dados los complejos z = $\sqrt{3}-i$ y w = -1 + i, calcula en forma polar:

a) z . w b) z / w c) z^3 d) $\left(\frac{w}{z}\right)^2$

(Sol.: a) $2\sqrt{2}_{105}$; b) $\sqrt{2}_{195}$; c) 8_{270}; d) $\left(\frac{1}{2}\right)_{330}$

5º) Expresa en forma polar, efectúa la operación indicada y calcula las raíces:

$\sqrt[5]{\frac{2}{(1-i)^4}}$ (Sol.: $0{,}76_{36}$; $0{,}76_{108}$; $0{,}76_{180}$; $0{,}76_{252}$; $0{,}76_{324}$)

6º) Dados los complejos z = 5_{45^0} , u = 2_{15^0} , t = 4 i , obtén en forma polar:

a) $z \cdot t$, b) $\frac{z}{w^2}$ c) $\frac{z^3}{w \cdot t^2}$ d) $\frac{z \cdot w^3}{t}$

(Sol.: a) 10_{60^0} ; b) $(5/4)_{15^0}$; c) $(125/32)_{300^0}$; d) 10_{0^0})

7º) Resuelve la ecuación $z^3 + 27 = 0$. Representa sus soluciones.

(Sol.: $z_1 = \frac{3+3\sqrt{3}i}{2}$; z_2 = -3; $z_3 = \frac{-3-3\sqrt{3}i}{2}$

8º) Calcula: a) $\sqrt[3]{-i}$ b) $\sqrt[4]{-8+8\sqrt{3}\ i}$ c) $\sqrt{-25}$

(Sol.: a) i; $\frac{-\sqrt{3}-i}{2}$; $\frac{\sqrt{3}+i}{2}$; b) $\sqrt{3}+i$; -1 + $\sqrt{3}\ i$; -1- $\sqrt{3}\,i$; $\sqrt{3}-i$; c) 5i; - 5i)

TEMA 6: VECTORES

1º) Dados los vectores a(2, 3), b(-2, -2) y c) (3, 0). Efectúa graficamente:

a) a + c b) b + c c) b + a d) a + b + c

2º) Con los vectores u, v y w efectúa las siguientes operaciones gráficamente y mediante pares de números: u(3, 1) , v(2, -2) y w(3, -1)

a) 2u + 3v b) –v + 5w c) 2u + 3v – 4w

¿Cómo designarías al vector resultante de esta última operación?

(Sol.: c) el vector nulo)

3º) Si las coordenadas de los vectores u y v son (3, –5) y (–2, 1), obtén las coordenadas de:

a) –2u + v b) $-u - \frac{3}{5}v$ c) $\frac{1}{2}(u + v) - \frac{2}{3}(u - v)$

4º) Halla el vector b tal que $c = 3a - \frac{1}{2}b$, siendo a (–1, 3) y c (7, –2).

(Sol.: b (–20, 22))

5º) Halla las coordenadas de un vector v tal que a = 3u – 2v, siendo a(1, -7) y $u(\frac{5}{6}, \frac{2}{3})$

(Sol.: $v(\frac{3}{4}, \frac{9}{2})$)

6º) Dados los vectores a (3, –2), b (–1, 2) y c (0, –5), calcula *m* y *n* de modo que: c = *m*a + *n* b.

(Sol.: m = - 5/4; n = -15 / 4)

7º) Calcula *x*, de modo que el producto escalar de a (3, –5) y b(*x*, 2) sea igual a 7.

(Sol.: x = 17/3)

8º) Dado el vector u (–5, *k*) calcula *k* de modo que:

a) u sea ortogonal a v (4, –2).

b) El módulo de u sea igual a . $\sqrt{34}$ **(Sol.: a) k = -10, b) k = ± 3)**

9º) Halla las coordenadas de un vector v(x, y), ortogonal a u(3,4) y que mida el doble que u.

(Sol.: v (-8, 6) o v(8, -6))

10º) Siendo u(5, -b) y v(a, 2), halla a y b, sabiendo que u y v son ortogonales y que $|v| = \sqrt{13}$

(Sol.: a = 3, b = 15 / 2; o a = -3, b= -15/2)

11º) Halla el ángulo que forman los siguientes pares de vectores:

a) u(3,2), v(1, -5) b) m(4, 6), n(3, -2) c) a(1, 6), b(- ½, -3)

Sol.: a) 112^0 22´ 48´´; b) 90^0; c) 135^0)

12º) Dado el vector u(6, -8), determina:

a) Los vectores unitarios (módulo 1) de la misma dirección que u.
b) Los vectores ortogonales a u que tengan el mismo módulo que u.
c) Los vectores unitarios y ortogonales a u.

13º) Si $|u| = 7, \quad |v| = 5 \; y \; |u+v| = 10$, ¿qué ángulo forman u y v?

(Sol.: 68^0 11´46,5´´)

14º) Calcula x para que los vectores a(7, 1) y b(1, x) formen un ángulo de 45^0

(**Sol.: x = 4/3 o x = - ¾)**

15º) Calcula x para que a(3, x) y b(5, 2) formen un ángulo de 60^0

(Sol.: x=2,36 o x = 20,82)

TEMA 7: GEOMETRÍA ANALÍTICA. PROBLEMAS AFINES Y MÉTRICOS

1º) Dados los puntos *P*(3, 9) y *Q*(8, –1):

a) Halla el punto medio de *PQ*.

b) Halla el simétrico de *P* respecto de *Q*.

c) Halla el simétrico de *Q* respecto de *P*.

d) Obtén un punto *A* de *PQ* tal que *PA*/*AQ* = 2/3.

e) Obtén un punto *B* de *PQ* tal que $PB/PQ = 1/5$.

(Sol.: a) M(11/2, 4); b) P´(13, -11); c) Q´(-2, 19); d) A(5,5); e) B(4,7))

2º) Escribe las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por:

a) *P*(5, –2) y *Q*(0, 4) b) *M*(3, 7) y *N*(3, 0)

c) *A* (0, 0) y *B* (7, 0) d) *R*(1, 1) y *S* (3, 3)

3º)

Halla el ángulo que forman las siguientes rectas:

$r_1: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 7 + t \end{cases} \qquad r_2: \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 4 + 3t \end{cases}$

(**Sol.: 10^0 18´ 17,4 ´´)**

4º)

Considera las siguientes rectas:

$r_1: \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = -2 - 3t \end{cases} \quad r_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \end{cases} \quad r_3: \begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = -5 - 6t \end{cases} \quad r_4: \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -12 + 4t \end{cases}$

Halla la posición relativa de r_1 y r_2, r_2 y r_3, r_3 y r_4.

(Sol.: r1 y r2 se cortan el punto (2,1); r2 = r3; r3 paralela a r4)

5º)

Halla la ecuación implícita de la recta: $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$

(Sol.: 2x+3y-7 = 0)

6º) Halla las ecuaciones de las rectas que pasan por los siguientes pares de puntos:

a) (–7, 11), (1, 7) b) (3, –2), (1, 4)

c) (6, 1), (11, 1) d) (–2, 5), (–2, 8)

7º)

Averigua la posición relativa de los siguientes pares de rectas:

a) $\begin{cases} -x + 3y + 4 = 0 \\ 3x - 9y - 12 = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + y + 3 = 0 \\ x - 2y + 16 = 0 \end{cases}$

8º)

Halla la distancia de $Q(-3, 4)$ a las siguientes rectas:

a) $2x + 3y = 4$ b) $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-4}{5}$ c) $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 - 6t \end{cases}$ d) $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 1$

(Sol.: a) 0,55; b) 3,71; c) 4,11; d) 1,94)

9º) Escribe las ecuaciones paramétricas de las siguientes rectas:

a) Su vector de posición es a(-3, 1) y su vector de dirección v(2, 0)
b) Pasa por A(5, -2) y es paralela a: $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \end{cases}$
c) Pasa por A(1, 3) y es perpendicular a la recta de ecuación $2x - 3y + 6 = 0$
d) Es perpendicular al segmento PQ en su punto medio, siendo P(0, 4) y Q(-6, 0), en su punto medio.

10º) Halla la distancia entre las rectas r: $x - 2y + 8 = 0$ y r' : $-2x + 4y - 7 = 0$.

11º) En el triángulo de vértices $A(-2, 3)$, $B(5, 1)$, $C(3, -4)$, halla las ecuaciones de:

a) La altura que parte de *B*.
b) La mediana que parte de *B*.
c) La mediatriz del lado *CA.*

(Sol: a) $5x - 7y - 18 = 0$; b) *mB*: $6x - 18y - 12 = 0$; c) *z*: $5x - 7y - 6 = 0$)

12º) Las ecuaciones de los lados del triángulo *ABC* son *AB*: $x + 2y - 4 = 0$, *AC*: $x - 2y = 0$, *BC*: $x + y = 0$. Halla:

a) Los vértices del triángulo.
b) El vector que une los puntos medios de *AB* y *AC*. Comprueba que es paralelo a *BC*.

☛ *b) Las coordenadas de BC deben ser proporcionales a las del vector que has hallado.*

13º) Calcula el área del triángulo cuyos lados están sobre las rectas:

r: $x = 3$ s: $2x + 3y - 6 = 0$ t: $x - y - 7 = 0$ (Sol.: A = 46/5)

14º) En el triángulo de vértices $A(-1, -1)$, $B(2, 4)$ y $C(4, 1)$, halla las longitudes de la mediana y de la altura que parten de *B*.

15º) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto (0, 2) y forma un ángulo de 30° con la recta $x = 3$.

☛ *La recta que buscamos forma un ángulo de 60° o de 120° con el eje OX.*

16º) Halla el punto simétrico de $P(1, 1)$ respecto a la recta $x - 2y - 4 = 0$.
(Sol.: (3, -3))

TEMA 8: FUNCIONES ELEMENTALES

1º) Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \sqrt{x^2+1}$ **b)** $y = \sqrt{x-1}$ **c)** $y = \sqrt{1-x}$

d) $y = \sqrt{4-x^2}$ **e)** $y = \sqrt{x^2-4}$ **f)** $y = 1/\sqrt{x^2-1}$

g) $y = 1/\sqrt{x-1}$ **h)** $y = 1/\sqrt{1-x}$ **i)** $y = 1/\sqrt{4-x^2}$

j) $y = 1/\sqrt{x^2-4}$ **k)** $y = x^3 - 2x + 3$ **l)** $y = \dfrac{1}{x}$

m) $y = \dfrac{1}{x^2}$ **n)** $y = \dfrac{1}{x^2-4}$ **ñ)** $y = \dfrac{1}{x^2+4}$

o) $y = \dfrac{1}{x^3+1}$

p) El área de un cuadrado de lado variable, l, es $A = l^2$.

2º) Representa las parábolas:

a) $y = x^2 - 2x + 3$ b) $y = -x^2 - 2x - 3$ c) $y = x^2 - 6x + 5$

d) $y = 2x^2 - 10x + 8$ e) $y = \dfrac{1}{4}x^2 - x + 3$ f) $y = \dfrac{1}{3}x^2 + x - 2$

3º) Representa las funciones:

a) $y = x^2 - 6x + 1,\ x \in [2, 5)$ b) $y = -x^2 + 3x,\ x \in [0, 4]$

c) $y = x^2 - 4,\ x \in (-\infty, -2) \cup (2, -\infty)$

4º) Representa gráficamente las funciones:

a) $y = \dfrac{4}{x}$ **b)** $y = -\dfrac{4}{x}$

c) $y = \dfrac{4}{x-3}$ **d)** $y = \dfrac{4}{x-3} + 2$

5º) Representa las siguientes funciones:

a) $y = 3 + \sqrt{x-4}$ **b)** $y = \sqrt{2-x}$

c) $y = \sqrt[3]{-x}$ **d)** $y = \sqrt[3]{-x} + 2$

6º) Representa esta función:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \in [-3, 0) \\ x^2 - 2x + 1 & x \in [0, 3] \\ 4 & x \in (3, 7) \end{cases}$$

7º) Representa: a) y = $\left|-x^2 + 4x + 5\right|$ b) y = $\left|x^2 - 3\right|$

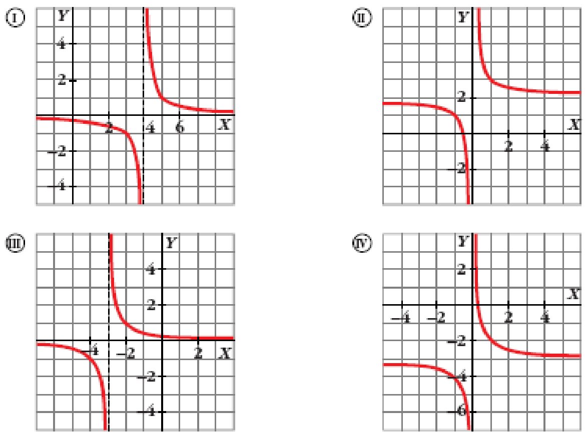
8º) Representa las siguientes funciones:

a) $y = 2^{x-1}$ b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3}$

c) $y = 1 - 2^x$ d) $y = 2^{-x}$

9º) Asocia a cada una de las gráficas una de las siguientes expresiones analíticas:

a) $y = \frac{1}{x} + 2$ b) $y = \frac{1}{x+3}$ c) $y = \frac{1}{x} - 3$ d) $y = \frac{1}{x-4}$



10º) Dibuja la gráfica de las siguientes funciones:

a) $y = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \le 1 \\ (2x-1)/3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ b) $y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x \le 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

c) $y = \begin{cases} -x^2 - 4x - 2 & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } x \ge -1 \end{cases}$ d) $y = \begin{cases} -x^2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$

11º) La factura del gas de una familia, en septiembre, ha sido 24,82 euros por 12 m3, y en octubre, 43,81 por 42 m3.

a) Escribe la función que da el importe de la factura según los m3 consumidos y represéntala.

b) ¿Cuánto pagarán si consumen 28 m3?

14º) El precio del billete de una línea de cercanías depende de los kilómetros recorridos. Por 57 km he pagado 2,85 euros y por 168 km, 13,4 euros. Calcula el precio de un billete para una distancia de 100 km. ¿Cuál es la función que nos indica el precio según los kilómetros recorridos?

15º) La dosis de un medicamento es 0,25 g por cada kilo de peso del paciente, hasta un máximo de 15 g. Representa la función *peso del paciente-cantidad de medicamento* y halla su expresión analítica.

16º) Los gastos fijos mensuales de una empresa por la fabricación de *x* televisores son $G = 3\,000 + 25x$, en miles de euros, y los ingresos mensuales son

$I = 50x - 0{,}02x^2$, también en miles de euros. ¿Cuántos televisores deben fabricarse para que el beneficio (ingresos menos gastos) sea máximo?

17º) Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba desde lo alto de un edificio. La altura que alcanza viene dada por la fórmula $h = 80 + 64t - 16t^2$ (t en segundos y h en metros).

a) Dibuja la gráfica en el intervalo [0, 5].

b) Halla la altura del edificio.

c) ¿En qué instante alcanza su máxima altura?

18º) El precio de venta de un artículo viene dado por la expresión $p = 12 - 0{,}01x$ (x = número de artículos fabricados; p = precio, en cientos de euros).

a) Si se fabrican y se venden 500 artículos, ¿cuáles serán los ingresos obtenidos?

b) Representa la función *Nº de artículos-Ingresos*.

c) ¿Cuántos artículos se deben fabricar para que los ingresos sean máximos?

19º) Un fabricante vende mensualmente 100 electrodomésticos a 400 euros cada uno y sabe que por cada 10 euros de subida venderá 2 electrodomésticos menos.

a) ¿Cuáles serán los ingresos si sube los precios 50 euros?

b) Escribe la función que relaciona la subida de precio con los ingresos mensuales.

c) ¿Cuál debe ser la subida para que los ingresos sean máximos?

TEMA 9: LÍMITES DE FUNCIONES. CONTINUIDAD. RAMAS INFINITAS

1º) Representa gráficamente las siguientes funciones y di, de cada una de ellas, si es continua o discontinua.

a) $y = \begin{cases} x^2 + 3 & x < 1 \\ 5 - x^2 & x \geq 1 \end{cases}$

b) $y = \begin{cases} 4 & x < 0 \\ 4 - x & 0 \leq x \leq 5 \\ 2x - 11 & x > 5 \end{cases}$

c) $y = \begin{cases} \sqrt{x + 3} & x < 1 \\ 2/x & x \geq 1 \end{cases}$

d) $y = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ 2x & 0 \leq x < 3 \\ x + 2 & x \geq 3 \end{cases}$

2º) Calcula los límites de las funciones siguientes en los puntos que se indican. Donde convenga, especifica el valor del límite a la izquierda y a la derecha del punto. Representa gráficamente los resultados.

a) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 4}$ en -2, 0 y 2

b) $f(x) = \dfrac{4x - 12}{(x - 2)^2}$ en 2, 0 y 3

c) $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x - 3}$ en 1 y -3

d) $f(x) = \dfrac{x^4}{x^3 + 3x^2}$ en 0 y -3

3º) Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa la curva respecto a cada una de ellas:

a) $y = \dfrac{(3-x)^2}{2x+1}$

b) $y = \dfrac{5x-2}{2x-7}$

c) $y = \dfrac{x+2}{x^2-1}$

d) $y = \dfrac{x^2}{x^2+x+1}$

e) $y = \dfrac{x^3}{x^2-4}$

f) $y = \dfrac{3x^2}{x+2}$

4º) Calcula, en cada caso, el valor de k para que la función f(x) sea continua en todo R.

a) $f(x) = \begin{cases} x^2-4 & \text{si } x \le 3 \\ x+k & \text{si } x > 3 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 6-(x/2) & \text{si } x < 2 \\ x^2+kx & \text{si } x \ge 2 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} (x^2+x)/x & \text{si } x \ne 0 \\ k & \text{si } x = 0 \end{cases}$

5º) Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} 2-x & \text{si } x < 1 \\ 1/x & \text{si } x \ge 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -x-1 & \text{si } -1 \ge x \\ 1-x^2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ x-1 & \text{si } x \ge 1 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{si } x \le 0 \\ 2^{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

6º) Calcula a para que las siguientes funciones sean continuas en x = 1:

a) $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \le 1 \\ 4-ax^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} (x^2-1)/(x-1) & \text{si } x \ne 1 \\ a & \text{si } x = 1 \end{cases}$

TEMA 10: DERIVADAS

1.- Halla la función derivada por la definición, en los puntos que se indican:

a) $y = \dfrac{3}{x-2}$ en los puntos de abscisas 1, -1 y 5

b) $y = x^2 - 2x$ en los puntos de abscisas -2, -1 y 0

2.- Halla la función derivada de las siguientes funciones:

1. *f* (*x*) = 3*x*2 – 6*x* + 5

2. $f(x) = \sqrt{X} + \sqrt[3]{X}$

3. $f(x) = \dfrac{1}{X\sqrt{X}}$

4. *f* (*x*) = *sen x cos x*

5. *f(x) = tang x*

6. $f(x) = x\,e^x$

7. $f(x) = x\,2^x$

8. $f(x) = (x^2 + 1)\ Ln\ x$

9. $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2+1}$

10. $f(x) = sen\,(x^2 - 5x + 7)$ 11. $f(x) = (5x + 3)^{2/3}$ 12. $f(x) = \frac{\log x}{x}$

13. $f(x) = sen\,(3x + 1) \cdot cos\,(3x + 1)$ 14. $f(x) = x\,e^{2x+1}$ 15. $\frac{sen(x^2+1)}{\sqrt{1-x^2}}$

3.- Calcula la función derivada de $f(x) = x^3 - 4x^2 + 1$ y halla:

a) Las pendientes de las rectas tangentes en las abscisas –1, 1 y 3.

b) Las ecuaciones de dichas rectas tangentes.

c) Las abscisas de los posibles máximos y mínimos relativos.

d) ¿Es $f(x)$ creciente o decreciente en $x = 2$?

(Sol.: a) 11, –5 y 3; b) $y = 11x + 7$; $y = -5x + 3$; $y = 3x + 1$; c) $x = 0$, $x = 8/3$; d) D)

4.- Sabiendo que la derivada de $f(x) = \sqrt{x}$ es $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, responde:

a) ¿Cuál es la ecuación de la tangente en x = 1?

b) ¿Tiene f puntos de tangencia horizontal?

c) ¿Es creciente o decreciente en x = 4?

5.- Halla la pendiente de la recta tangente a la función de $f(x) = (x - 3)^2$ en los puntos x = 1 y x = 3

6.- Halla la pendiente de la tangente a la curva $y = x^2 - 5x + 1$ en el punto de abscisa x = -2 y x = 2

7.- Halla la pendiente de la tangente a la curva $y = 4x - x^2$ en el punto de abscisa x = 2 y x = 0

8.- Comprueba que la función $y = x^2 - 5x + 1$ tiene un punto de tangente horizontal en x = 2,5.

9.- Halla la función derivada de estas funciones y calcula su valor en los puntos que se indican:

a) $y = 2x^3 + 3x^2 - 6$; x = 1 y x = -1

b) $y = \cos(2x + \pi)$; x = 0

c) $y = \frac{1}{2x+1}$, x = 1 y x = -1

d) $y = x\,sen\,(\pi - x)$; $x = \pi/2$

e) $y = (5x - 2)^3$; x = 1/ 5

f) $y = \frac{x+5}{x-5}$; x = 3

10.- Halla la función derivada de estas funciones:

a) $y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ b) y = (x^2 – 3)^3 c) y = $\dfrac{x^3 - x^2}{x^2}$ d) y = $\sqrt{x^2 + 1}$

e) y = $\sqrt[3]{(x+6)^2}$ f) y = sen $\sqrt{x}$ g) y = $\sqrt{\dfrac{x^3}{x^2 - 4}}$ h) y = $\left(\dfrac{x}{2}\right)^3 \cdot e^{1-x}$

i) y = $\log \dfrac{x^2}{3-x}$ j) y = $\sqrt{\ln\ x}$ k) y = arc tang (x^2 + 1)

l) y = arc sen $\dfrac{1}{x}$ m) y = $\sqrt{\arctan g\ x}$ n) y = arccos e^x ñ) y = arctang $\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)$

11.- Halla la ecuación de la recta tangente a las curva siguientes en los puntos que se indican:

a) y = x^2 – 5x + 6 en los puntos de abscisas x = -1 y x = 2

b) y = - x^3 + 3x en los puntos de abscisas x = -2 y x = 3

c) y = $\sqrt{x+1}$ en los puntos de abscisas x = -2 y x = 3

12.- Escribe las ecuaciones de las tangentes a la curva y = x^3 – 3x que sean paralelas a la recta 6x – y + 10 = 0

13.- ¿En qué puntos de y = 1/x la tangente es paralela a la bisectriz del segundo cuadrante? ¿Existe algún punto de tangente horizontal en esa función?.

14.- Escribe las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva y = $\dfrac{2x}{x-1}$ que son paralelas a la recta 2x + y = 0

15.- Comprueba que la función y = $\dfrac{x^2+1}{x}$ tiene dos puntos de tangente horizontal (-1, -2) y (1, 2); sus asíntotas son x = 0 e y = x y la posición de la curva respecto de las asíntotas es la de la derecha. Represéntala.

16.- Comprueba que la función y = $\dfrac{2x^2}{x^2+1}$:

- Tiene derivada nula en (0,0)
- La recta y = 2 es una asíntota horizontal
- Posición de la curva respecto a las asíntotas

17.- Representa las siguientes funciones racionales, calculando:

a) Puntos de corte con los ejes

b) Máximos y mínimos

c) Asíntotas 1) $y = \dfrac{x^2 + 3x}{x+1}$ 2) $y = \dfrac{x^2}{x^2+1}$ 3) $y = \dfrac{x^2 - 1}{x}$