



**iParador** - Aprendizaje basado en proyectos -



**1º ESO**

# MatesChef

## Cuaderno 2: Proporcionalidad y porcentajes

Apellidos y Nombre: \_\_\_\_\_

## 1 PROPORCIONALIDAD ENTRE MAGNITUDES

**MAGNITUD:** Llamaremos magnitud a todo aquello que se puede pesar, contar o medir de alguna manera. Por tanto, son magnitudes el tiempo, el peso, la longitud, el precio, etc.

Diremos que dos magnitudes son **directamente proporcionales** si al multiplicar (o dividir) un valor de una de ellas por un número, el valor de la otra queda automáticamente multiplicado (o dividido) por ese mismo número. Al aumentar una magnitud al doble o triple, la otra queda también aumentada en el doble o el triple, y al disminuirla, la otra también disminuye en el mismo sentido.

### Ejemplo:

El peso de las naranjas y su precio son magnitudes directamente proporcionales:

<b>Peso (kilos)</b>	1	2	3	4	1/2	1/3	1/4
<b>Precio (€)</b>	0,72	1,44	2,16	2,88	0,36	0,24	0,18

Por el contrario, dos magnitudes son **inversamente proporcionales** si al multiplicar (o dividir) un valor de una de ellas por un número, el valor de la otra queda automáticamente dividido (o multiplicado) por ese mismo número. Obsérvese que en este caso ocurre lo contrario que en la anterior, al aumentar una de las magnitudes al doble o el triple, la otra disminuye a la mitad o a la tercera parte y viceversa.

### Ejemplo:

La velocidad de un vehículo y el tiempo que necesita para hacer el mismo recorrido son magnitudes inversamente proporcionales

<b>Velocidad (km/h)</b>	60	120	180	30	10
<b>Tiempo (min)</b>	30	15	10	60	180

## PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Cuando dos magnitudes son directamente proporcionales, existen dos métodos para poder calcular una cantidad desconocida a partir de otras tres que conocemos: el método de reducción a la unidad y la regla de tres directa.

### Método de reducción a la unidad directa:

Este método es muy lógico e intuitivo, y consiste en trasladar los datos conocidos del problema a una unidad de la magnitud que se desea conocer y, posteriormente, trasladar el resultado al deseado multiplicando.

#### Ejemplo:

Tres cajas iguales pesan 1,5 kg. ¿Cuánto pesarán cinco como las anteriores?

<b>Nº de cajas</b>	3	1	$x$
<b>Peso (Kg)</b>	1,5	0.5	5

Para calcular el valor desconocido, bastará con multiplicar el peso de una caja por el número de cajas que tenemos, luego:

$$x = 5 \cdot 0,5 = 2,5 \text{ kg}$$

La clave está, como vemos, en calcular el valor de la magnitud conocida para una unidad de la desconocida, y posteriormente multiplicar (en el caso de proporcionalidad directa).

## Método de la regla de tres directa:

En este método formamos una pareja de fracciones equivalentes y utilizamos la regla de los productos cruzados para obtener el término desconocido. Es MUY IMPORTANTE colocar las magnitudes y los valores ofrecidos correctamente para que el método funcione, ya que, si no, no existiría proporcionalidad. Observa, además que ahora colocamos las magnitudes en una tabla vertical.

### Ejemplo:

Tres cajas iguales pesan 1.5 kg. ¿Cuánto pesarán cinco como las anteriores?

Nº de cajas	Peso (Kg)
3	1,5
5	$x$

Para calcular el valor desconocido, bastará con igualar las razones y utilizar la regla de los productos cruzados:

$$\frac{3}{5} = \frac{1,5}{x}$$

Despejando la incógnita de la ecuación, obtenemos el resultado:

$$3x = 5 \cdot 1,5 \Rightarrow 3x = 7,5 \Rightarrow x = \frac{7,5}{3} = 2,5 \text{ kg.}$$

## PROPORCIONALIDAD INVERSA

Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales, existen dos métodos para poder calcular una cantidad desconocida a partir de otras tres que conocemos: el método de reducción a la unidad y la regla de tres inversa.

### Método de reducción a la unidad inversa:

Este método es muy lógico e intuitivo, y consiste en trasladar los datos conocidos del problema a una unidad de la magnitud que se desea conocer y, posteriormente, trasladar el resultado al deseado dividiendo.

### Ejemplo:

Seis obreros hacen un trabajo en 4 horas. ¿Cuánto tardarían tres obreros?

Nº de obreros	6	1	3
Tiempo (horas)	4	24	$x$

Para calcular el valor desconocido, bastará con dividir el número de horas que tardaría un obrero sólo entre el número de obreros de los que disponemos, luego:

$$x = \frac{24}{3} = 8 \text{ horas}$$

La clave está, en este caso, en calcular el valor de la magnitud conocida para una unidad de la desconocida, y posteriormente dividir (en el caso de proporcionalidad inversa).

### Método de la regla de tres inversa:

Una vez hemos comprobado que dos magnitudes son inversamente proporcionales, podemos encontrar el valor que falta resolviendo un problema de regla de tres (inversa), que recibe este nombre por tener tres valores que forman una proporción y calculando el cuarto valor de la proporción, resolvemos el problema y siempre teniendo en cuenta que las magnitudes sean inversamente proporcionales.



El funcionamiento es igual que para la regla de tres directa, salvo que a la hora de resolver hemos de cambiar la razón de la incógnita por su inversa, es decir, cambiar numerador por denominador.

### Ejemplo:

Un barco de pesca de 12 tripulantes tiene alimentos para navegar durante 70 días. Si en un puerto se añaden 8 tripulantes más ¿Para cuántos días durarán ahora los víveres?

Calculamos primero el número total de tripulantes:

$$12 + 8 = 20$$

Nº de tripulantes	Nº de días
12	70
20	$x$

Para calcular el valor desconocido, bastará con igualar las razones y utilizar la regla de los productos cruzados:

$$\frac{12}{20} = \frac{x}{70}$$

Despejando la incógnita de la ecuación, obtenemos el resultado:

$$20x = 70 \cdot 12 \Rightarrow 20x = 840 \Rightarrow x = \frac{840}{20} = 42 \text{ días.}$$

## Ejercicios Proporcionalidad directa e inversa

1. Completa las siguientes tablas indicando si existe proporcionalidad directa o inversa e indicando la constante de proporcionalidad:

<b>A</b>	3	5	7	8		12
<b>B</b>	9		21		30	

<b>A</b>	2		4	5		10
<b>B</b>	30	20	15		10	

2. Un tiovivo da 18 vueltas en 3 minutos.
  - a. ¿Cuánto tarda en dar una vuelta?
  - b. ¿Cuánto tiempo invierte en un viaje de 21 vueltas?
3. Hemos tardado 6 minutos en llenar, en una fuente, un cántaro de 30 litros. ¿Cuánto tardaremos en llenar otro cántaro de 60 litros? ¿Y un cántaro de 45 litros?

4. ¿Cuánto pagaré por 250 gramos de queso que está a 21 € el kg?
  
5. Sabiendo que 1/4 kg de aceitunas valen 2,3 € y que 1/4 kg de pepinillos valen 2,8 €, ¿cuánto pagaré por 250 gramos de aceitunas y 100 gramos de pepinillos?
  
6. Un bólido, en una carrera, ha dado 5 vueltas al circuito en 10 minutos y 30 segundos. Si mantiene la misma velocidad, ¿cuánto tardará en dar las tres próximas vueltas?
  
7. Una rueda de coche da 4590 vueltas en 9 minutos. ¿Cuántas vueltas dará en 24 horas y 24 minutos?
  
8. Una rueda de coche da 4590 vueltas en 9 minutos. ¿Cuántas vueltas dará en 24 horas y 24 minutos?
  
9. En los últimos meses el precio del billete de autobús ha pasado de 1,10€ a 1,16€ y el bono-bús de diez viajes ha pasado de 4,70€ a 4,91€. ¿Qué tanto por ciento de subida ha sufrido cada uno?
  
10. Un grupo de jubilados contrata un autocar a un precio fijo. En principio se apuntan 42 personas al viaje, teniendo que pagar cada una 6,10€. Finalmente, sólo van 35 personas. ¿Cuánto tendrá que pagar cada uno? ¿Cuánto cuesta el autocar?



## 2 PORCENTAJES O TANTOS POR CIENTO

Es una costumbre muy extendida en toda clase de ámbitos, el expresar datos numéricos referidos al número 100, que es un número bastante pequeño, redondo y que todo el mundo entiende. También se pueden escribir en forma de fracción decimal de denominador 100 y de número decimal.

Expresión	%	Significa	Fracción	Decimal
55 % de la población son mujeres	55 %	De cada 100 habitantes, 55 son mujeres	$\frac{55}{100}$	0,55
Rebajas del 30 %	30 %	De cada 100 € nos descuentan 30 €	$\frac{30}{100}$	0,30
Rebajas del 40 %	40 %	De cada 100 € nos descuentan 40 €	$\frac{40}{100}$	0,40
Efectividad en tiros de 3 puntos del 9 %	9 %	De cada 100 tiros, se encestan 9	$\frac{9}{100}$	0,09

### Cálculo del tanto por ciento de una cantidad:

Existen dos maneras muy sencillas:

1. Se multiplica el tanto por ciento por la cantidad y se divide luego entre 100.

$$t \% \text{ de } C = \frac{t \cdot C}{100}$$

#### Ejemplo:

Calcular el 20% de 300€

$$20 \% \text{ de } 300 = \frac{20 \cdot 300}{100} = 60 \text{ €}$$

2. Se multiplica el tanto por ciento en número decimal por la cantidad.

#### Ejemplo:

Calcular el 20% de 300€

$$20 \% \text{ de } 300 = 0,20 \cdot 300 = 60 \text{ €}$$

## PROBLEMAS DE PORCENTAJES

Los porcentajes también se pueden interpretar como proporciones directas. Siempre serán problemas de **regla de tres simple directa**, y podemos construir la tabla utilizando la parte y el total. Hay varios tipos:

### A) Conocemos el porcentaje y el total. Calcular la parte:

#### Ejemplo:

El 85 % de las camas de un hospital están ocupadas. Si hay 3.000 camas en total, ¿cuántas camas hay ocupadas?

	Parte	Total
Nº de camas	$x$	3.000
Porcentaje (%)	85	100

Para calcular el valor desconocido, igualamos las razones:

$$\frac{x}{85} = \frac{3000}{100}$$

Despejando:

$$100x = 3000 \cdot 85 \Rightarrow 100x = 255.000 \Rightarrow x = \frac{255.000}{100} = 2.550 \text{ camas.}$$

Como hemos explicado anteriormente, estos problemas pueden resolverse utilizando directamente el porcentaje como fracción o decimal multiplicando por la cantidad total.

#### Ejemplo:

El 60 % de los alumnos de mi clase son chicas. Si somos 30 en total, ¿cuántas chicas habrá? ¿Cuántos chicos?

	Parte	Total
Nº de alumnos/as	$x$	30
Porcentaje (%)	60	100

Para calcular el valor desconocido, igualamos las razones:

$$\frac{x}{60} = \frac{30}{100}$$

Despejando:

$$100x = 30 \cdot 60 \Rightarrow 100x = 1.800 \Rightarrow x = \frac{1.800}{100} = 18 \text{ chicas.}$$

Para calcular el número de chicos, restamos:

$$30 - 18 = 12 \text{ chicos}$$

Como sabemos que el 60% son chicas, podríamos haber calculado también el porcentaje de chicos restando:

$$100 - 60 = 40\% \text{ chicos}$$

Y ahora aplicamos el porcentaje de una cantidad total:

$$x = 40\% \text{ de } 30 \Rightarrow x = 0,4 \cdot 30 \Rightarrow x = 12 \text{ chicos.}$$

**B) Conocemos el total y una parte. Calcular el porcentaje:**

**Ejemplo:**

De 1.200 entrevistas realizadas al alumnado de un Instituto, 876 contestan que se cepillan los dientes a diario. ¿Qué porcentaje de alumnos se cepillan los dientes a diario? ¿Qué porcentaje no lo hacen?

	Parte	Total
Nº de personas	876	1.200
Porcentaje (%)	$x$	100

Para calcular el valor desconocido, igualamos las razones:

$$\frac{876}{x} = \frac{1.200}{100}$$

Despejando:

$$1.200x = 100 \cdot 876 \Rightarrow 1.200x = 87.600 \Rightarrow x = \frac{87.600}{1.200} = 73\%.$$

Si el 73% se cepillan los dientes, entonces no lo hacen el:

$$100 - 73 = 27\%$$

**c) Conocemos el porcentaje y la parte que le corresponde. Calcular el total:**

**Ejemplo:**

Un autobús de donantes de sangre, realiza extracciones a 540 personas de una empresa. Si éstas suponen el 20 % del total de la plantilla, ¿cuántas personas hay en la empresa?

	Parte	Total
Nº de personas	540	$x$
Porcentaje (%)	20	100

Para calcular el valor desconocido, igualamos las razones:

$$\frac{540}{20} = \frac{x}{100}$$

Despejando:

$$20x = 100 \cdot 540 \Rightarrow 20x = 54.000 \Rightarrow x = \frac{54.000}{20} = 2.700 \text{ personas.}$$

## INCREMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES

Los porcentajes pueden utilizarse también para aumentar una determinada cantidad (impuestos, incrementos, ...) o para disminuirla (descuentos, rebajas, ...). Para calcular estos incrementos o disminuciones porcentuales existen dos posibilidades:

### A) Calcular el porcentaje correspondiente y sumarlo o restarlo a la cantidad:

#### Ejemplo:

¿Cuánto tendrá que pagar el padre de Luis por un coche, cuyo precio de fábrica es de 15.000 €, si hay que sumarle el 21 % del IVA?

Calculamos el porcentaje:

$$21\% \text{ de } 15.000 = 0,21 \cdot 15.000 = 3.150 \text{ €}$$

Ahora se lo sumamos a la cantidad inicial y obtenemos el precio final:

$$15.000 + 3.150 = 18.150 \text{ €}$$

#### Ejemplo:

¿Cuánto tendrá que pagar el padre de Luis por un coche, cuyo precio de fábrica es de 15.000 €, si le han hecho una rebaja del 15 %?

Calculamos el porcentaje:

$$15\% \text{ de } 15.000 = 0,15 \cdot 15.000 = 2.250 \text{ €}$$

Ahora se lo restamos a la cantidad inicial y obtenemos el precio final:

$$15.000 - 2.250 = 12.750 \text{ €}$$

### B) Calcular el porcentaje final con el incremento o descuento y aplicarlo a la cantidad:

#### Ejemplo:

¿Cuánto tendrá que pagar el padre de Luis por un coche, cuyo precio de fábrica es de 15.000 €, si hay que sumarle el 21 % del IVA?

Calculamos el porcentaje final:

$$100 + 21 = 121\%$$

con el incremento porcentual expresado en números decimales:

$$121\% \text{ de } 15.000 = 1,21 \cdot 15.000 = 18.150 \text{ €}$$

#### Ejemplo:

¿Cuánto tendrá que pagar el padre de Luis por un coche, cuyo precio de fábrica es de 15.000 €, si le han hecho una rebaja del 15 %?

Calculamos el porcentaje final:

$$100 - 15 = 85\%$$

con el incremento porcentual expresado en números decimales:

$$85\% \text{ de } 15.000 = 0,85 \cdot 15.000 = 12.750 \text{ €}$$

1. Expresa el tanto por ciento equivalente a las siguientes razones:

$$\frac{1}{2} =$$

$$\frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{10} =$$

$$\frac{3}{4} =$$

2. Calcula:

- a) El 65 % de 3.200 =
- b) El 60 % de 60 =
- c) El 75 % de 1.000 =
- d) El 5,5 % de 200 =
3. En un parque de atracciones el domingo han entrado 13.680 personas y nos han dicho que suponen el 42 % de los visitantes totales de esta semana. ¿Cuántas personas visitaron este parque durante toda la semana?
4. Una colección de cromos tiene completa 220 cromos. Si yo tengo en estos momentos 170 cromos ¿Qué porcentaje tengo? ¿Qué porcentaje me falta?
5. Unos pantalones vaqueros costaban 60 €, pero me hacen una rebaja del 12 %. ¿Cuánto me ahorro? ¿Cuánto tendré que pagar?
6. El padre de Juan cobra 26.000 € al año y paga 5.200 € de impuestos. La madre de Iván cobra 46.500 € al año y paga 8.370 €. Calcula el porcentaje de impuestos que paga cada uno.
7. Si hoy han faltado a clase por tener la gripe el 20 % de los 30 alumnos que somos. ¿Cuántos hemos asistido? ¿Cuántos han faltado?
8. En una población determinada se mandan 50.000 mensajes a teléfonos móviles durante un día. Si 35.000 de ellos se mandan por la tarde. ¿Qué porcentaje representan del total?
9. Los embalses de agua que abastecen a nuestra ciudad, con una capacidad total de 400 hm<sup>3</sup>, se encuentran al 27 %. ¿Cuántos hm<sup>3</sup> de agua hay pues a día de hoy?
10. Un DVD costaba 350 €, pero me descuentan el 20 %. Calcula la cantidad final que tengo que pagar y cuál ha sido el descuento aplicado.

## Ejercicios ACTIVIDADES Y PROBLEMAS DE REPASO

- 1) (1 punto) Señala cuáles son magnitudes proporcionales y qué tipo de proporcionalidad existe entre ellas:
  - a) El precio de un automóvil y el número de caballos que tiene de potencia.
  - b) El precio de la gasolina y el número de litros.
  - c) Los litros de agua vertidos por un grifo y el tiempo de llenado de la piscina.
  - d) El número de habitantes de un país y su extensión en kilómetros cuadrados.
  - e) Cantidad de leche y número de botellas para llenar.
  - f) El número de albañiles para construir una casa y el tiempo que invierten en terminarla.
- 2) (1 punto) Nieves trabaja como dependienta en las vacaciones de Navidad. Por 5 días de trabajo cobra 150 euros. ¿Cuánto cobrará por 10 días? ¿Y por 14?
- 3) (1 punto) En una población de 2.000 habitantes, el 40% viven de la agricultura y el 30% de la ganadería. ¿Cuántos viven de la agricultura? ¿Cuántos de la ganadería? ¿Cuántos viven de otras cosas?
- 4) (1 punto) Una máquina embotelladora ha llenado 135 botellas en 15 minutos. ¿Cuántas llenará en hora y media? ¿Y en 5 horas?
- 5) (1,25 puntos) Queremos comprar un DVD y lo hemos encontrado en dos tiendas:
  - En la primera, el DVD cuesta 25 € con IVA, pero nos rebajan un 15%.
  - En la segunda, el DVD cuesta 20 €, pero hay que añadirle el 16% de IVA.¿Cuánto cuesta el DVD en cada tienda? ¿En cuál lo comprarías?
- 6) (1 punto) En una encuesta sobre salud, de un total de 400 personas encuestadas, 60 declaran padecer algún tipo de alergia. ¿Cuál es el porcentaje de alérgicos?
- 7) (1 punto) Un restaurante tiene reservadas 12 mesas para una cena, lo que supone el 75% del total de ocupación. ¿De cuántas mesas dispone el restaurante?
- 8) (1,25 puntos) Un barco de pesca de 12 tripulantes tiene alimentos para navegar durante 70 días. Si en un puerto se añaden 8 tripulantes más ¿Para cuántos días durarán ahora los víveres?
- 9) (1,5 puntos) En la siguiente tabla se muestran las cantidades necesarias para hacer un flan para 8, 6 y 3 personas. Completa tú la tabla con los ingredientes necesarios para el resto de comensales:

INGREDIENTES	8 Personas	6 Personas	3 Personas
Huevos		3	
Leche (litros)	1		
Azúcar (cucharadas)			2
Canela (gramos)	2		