iParador - Aprendizaje basado en proyectos - 1º ESO

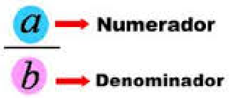
MatesChef

Cuaderno 3: Fracciones y probabilidad

Apellidos y Nombre:

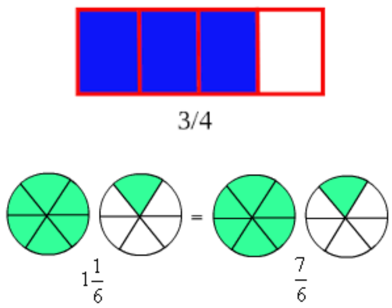
1 DIFERENTES CONCEPTOS DE FRACCIÓN

Una fracción es una expresión de la forma:



donde a y b son números enteros.

Las fracciones son utilizadas habitualmente en muy diferentes contextos con distintos significados, algunos de los cuales enumeramos a continuación. Observa detenidamente:

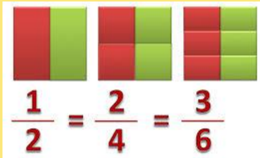
EJEMPLOS	DEFINICIONES Y SIGNIFICADOS
	**Fracción como parte de la unidad** Una fracción puede servirnos para indicar partes de una unidad dividida en porciones iguales. El denominador indica el número de partes iguales en las que se divide la unidad y el numerador las partes que se seleccionan. Llamamos ***fracción propia*** a aquella cuyo valor es siempre menor que una unidad, es decir, el numerador es más pequeño que el denominador. Llamamos ***fracción impropia*** a aquella que representa una cantidad mayor que una unidad. En este caso, el numerador es mayor que el denominador. Pueden expresarse también como una ***fracción mixta***, en la que se escribe la parte entera seguida de la fracción propia correspondiente.
Número entero: $\frac{12}{6}=2$ **Decimal finito exacto:** $\frac{2}{5}=0{,}4$ **Decimal infinito periódico puro:** $\frac{2}{3}=0{,}66666\ldots=0,\hat{6}$ **Decimal infinito periódico mixto:** $\frac{29}{22}=1{,}318181818\ldots=0{,}13\widehat{18}$	**Fracción como división** Una fracción expresa también una división entre el numerador y el denominador, donde el denominador es siempre distinto de cero. Este cociente puede dar como resultado un número entero o un número decimal, según el caso. **Fracción como decimal y porcentaje** Como una fracción expresa también una división, podemos obtener como resultado un número decimal que, a su vez, es fácilmente transformable en un porcentaje. Por tanto, en ocasiones se utilizan las fracciones para indicar también tantos por ciento. $\frac{3}{4}=0{,}75=75\%$
Calcular los $\frac{2}{5}\,de\ 25$: $\frac{2}{5}\cdot 25=\frac{2\cdot 25}{5}=\frac{50}{5}=10$ $\frac{2}{5}\cdot 25=0{,}4\cdot 25=10$	**Fracción de una cantidad** Entendiendo una fracción como un decimal o un porcentaje, podemos calcular también la fracción de una cantidad cualquiera. Para ello, existen dos opciones: - Transformar la fracción en decimal y multiplicarla por la cantidad. - Multiplicar por el numerador y dividir entre el denominador o viceversa.
La probabilidad de sacar un número impar al tirar un dado es: $P(impar)=\frac{1,3,5}{1,2,3,4,5,6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}=0{,}5$	**Fracción como probabilidad de ocurrencia de un suceso** La probabilidad de ocurrencia de un suceso A suele asignarse según la conocida como regla de Laplace: $P(A)=\frac{nº\ de\ casos\ favorables}{nº\ de\ casos\ posibles}$

2 FRACCIONES EQUIVALENTES Y FRACCIÓN IRREDUCIBLE

Dos fracciones son equivalentes cuando tienen el mismo valor o representan la misma cantidad. Para ello, puede comprobarse, por ejemplo, que el resultado de la división da lo mismo.

Ejemplo:

En este caso, las tres fracciones dan como resultado 0.5, luego son equivalentes. Observa, además, que el trozo de unidad que se obtiene es el mismo en los tres casos:

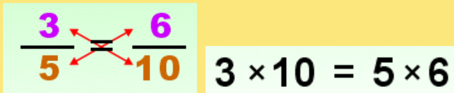


Propiedades:

1) Para comprobar si dos fracciones son equivalentes, podemos ver si el producto cruzado de sus denominadores y numeradores da el mismo resultado.

Ejemplo:

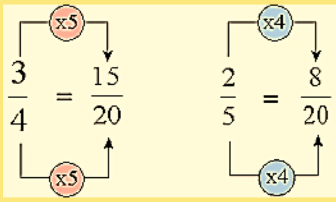
Ambas fracciones son equivalentes, lo cual supone que los productos cruzados dan el mismo resultado:



2) **Amplificación de fracciones**: Se pueden obtener fracciones equivalentes a una dada multiplicando el numerador y denominador por el mismo número. Este proceso podría ser interminable.

Ejemplo:

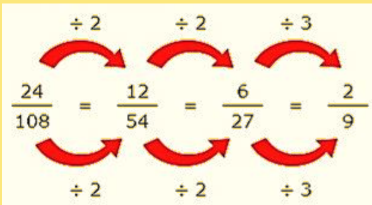
Observa cómo obtener fracciones equivalentes multiplicando numerador y denominador por el mismo número distinto de cero:



3) **Simplificación de fracciones**: Se pueden obtener fracciones equivalentes a una dada dividiendo el numerador y denominador por el mismo número. Este proceso termina cuando ya no existen números divisores comunes a ambos. En este caso se obtiene la **fracción irreducible** asociada.

Ejemplo:

Observa cómo se simplifica la siguiente fracción hasta obtener su fracción irreducible:



Para simplificar una fracción directamente a su irreducible, basta dividir numerador y denominador entre el máximo común divisor de ambos.

Ejemplo:

Si hallamos el máximo común divisor del numerador y denominador y dividimos ambos entre ese número, llegamos directamente a la fracción irreducible:

$$mcd(24{,}108) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

Entonces:

$$\frac{24}{108} = \frac{24:12}{108:12} = \frac{2}{9}$$

Ejercicios — Concepto de Fracción. Fracciones equivalentes e irreducibles

1. Expresa la fracción asociada en cada caso, el número decimal que le corresponde y su porcentaje asociado:

2. Calcula, utilizando las operaciones adecuadas:
   a) Los dos tercios de la mitad de 600 €.

   b) La doceava parte de la cuarta parte de 1.200 €.

   c) Cuatro novenos de 810 €.

   d) El 70% de 1400.

   e) El 45% de 320

3. Comprueba si los siguientes pares de fracciones son equivalentes y explica cómo lo has comprobado:
   a) $\frac{2}{9}$ y $\frac{3}{14}$

   b) $\frac{6}{5}$ y $\frac{12}{10}$

   c) $-\frac{6}{21}$ y $-\frac{2}{7}$

   d) $-\frac{3}{18}$ y $-\frac{1}{6}$

4. Calcula el término que falta en cada igualdad para que sean fracciones equivalentes:

   a) $\frac{2}{5} = \frac{x}{20}$

   b) $\frac{x}{4} = -\frac{2}{8}$

   c) $-\frac{3}{5} = -\frac{9}{x}$

   d) $\frac{7}{12} = \frac{x}{36}$

5. Las siguientes fracciones tienen asociada una letra cada una:

$\frac{3}{4}$ **S**	$\frac{8}{4}$ **M**	$\frac{1}{5}$ **E**	$\frac{2}{3}$ **U**
$\frac{3}{9}$ **P**	$\frac{7}{2}$ **E**	$\frac{11}{110}$ **L**	$\frac{14}{21}$ **H**
$\frac{10}{15}$ **C**	$\frac{6}{9}$ **A**	$\frac{4}{6}$ **M**	$\frac{9}{10}$ **T**
$\frac{5}{7}$ **R**	$\frac{2}{4}$ **O**	$\frac{7}{49}$ **A**	$\frac{5}{20}$ **B**

En ellas hay un mensaje oculto que consta de dos palabras y que debes descifrar. Para ello, debes tener en cuenta que:

- La primera palabra se forma con las letras de las 5 únicas fracciones equivalentes de la tabla.
- La segunda palabra se forma con las letras de las 6 fracciones irreducibles de la tabla.

¿Cuál es el mensaje?

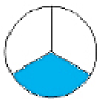
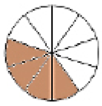
6. Rodea las fracciones irreducibles:

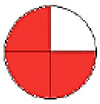
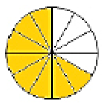
$$\frac{2}{3} \quad \frac{10}{15} \quad \frac{3}{6} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{5}{10} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{11}{110} \quad \frac{6}{4} \quad \frac{5}{7}$$

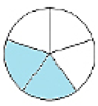
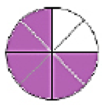
7. Rodea las fracciones equivalentes:

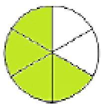
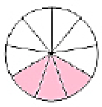
$$\frac{2}{3} \quad \frac{10}{15} \quad \frac{6}{9} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{8}{12} \quad \frac{6}{4} \quad \frac{18}{27}$$

8. Une con una línea las fracciones equivalentes:

 $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{10}$ 

 $\frac{3}{4}$ $\frac{8}{12}$ 

 $\frac{2}{5}$ $\frac{6}{8}$ 

 $\frac{4}{6}$ $\frac{3}{9}$ 

9. Ordena de menor a mayor:

$$\frac{2}{3} \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{5}{6} \quad -\frac{3}{4} \quad \frac{5}{8}$$

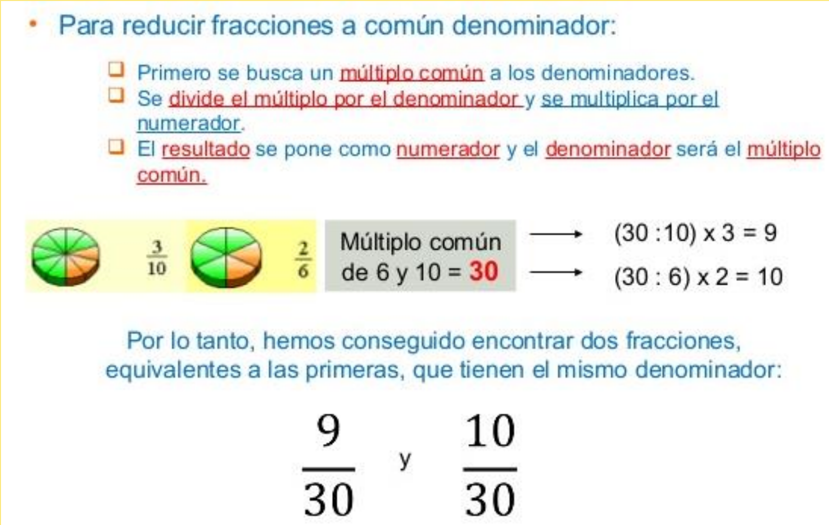
3 REDUCCIÓN A COMÚN DENOMINADOR

En muchas ocasiones nos será necesario transformar varias fracciones en otras equivalentes que tengan el mismo denominador. Esta operación es muy útil, por ejemplo, para comparar fracciones o para hacer operaciones con ellas.

1. Calculamos un múltiplo común de los denominadores de las fracciones (podemos utilizar el mínimo común múltiplo). Ese número será el nuevo denominador de las fracciones equivalentes.
2. Para hallar el nuevo numerador, dividimos ese múltiplo entre el antiguo denominador y el resultado se multiplica por el antiguo numerador. El resultado es el nuevo numerador de la fracción equivalente.

Ejemplo:

Observa cómo transformar estas fracciones en otras equivalentes con igual denominador:



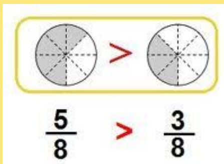
Comparación de fracciones

Para comparar dos fracciones y saber cuál de ellas es mayor o menor, podemos proceder de varias formas:

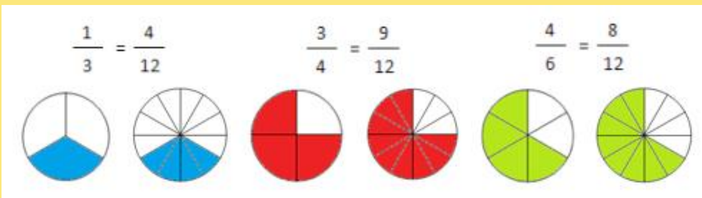
- En ocasiones, realizar un dibujo es suficiente para ver qué fracción es mayor. Pero claro, esto no siempre es posible o no será tan preciso si ambas fracciones son muy parecidas.
- Comparar dos fracciones es sencillo también cuando ambas tienen el mismo denominador, ya que será mayor de ellas la que tenga mayor numerador.
- Si ambas fracciones tienen distinto denominador, podemos reducir ambas a igual denominador y entonces compararlas igualmente.

Ejemplo:

Como ambas unidades están divididas en el mismo número de trozos, será mayor la que tenga mayor denominador:



Para comparar las fracciones $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}$ **y** $\frac{4}{6}$, podemos buscar fracciones equivalentes con el mismo denominador:



Es fácil comprobar entonces que:

$$\frac{1}{3} < \frac{4}{6} < \frac{3}{4}$$

4 OPERACIONES CON FRACCIONES

Suma y resta de fracciones

La suma y resta de fracciones con **igual denominador** es otra fracción que tiene por:

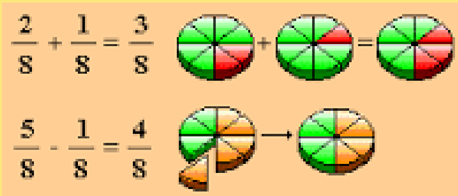
- Numerador: la suma o resta de los numeradores
- Denominador: el mismo que las fracciones que se suman o restan

Para sumar y restar fracciones con **distinto denominador** es necesario, previamente a lo anterior, reducir ambas fracciones a igual denominador.

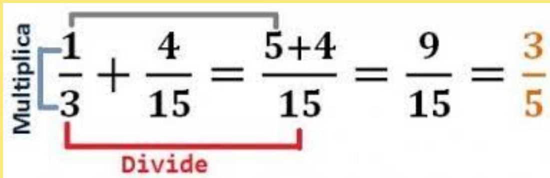
Cuestión: ¿Cómo se suma una fracción con un número entero?

Ejemplo:

Observa cómo se realizan la suma y resta de fracciones con el mismo denominador:



Observa cómo sumar fracciones con distinto denominador:



Producto o multiplicación de fracciones

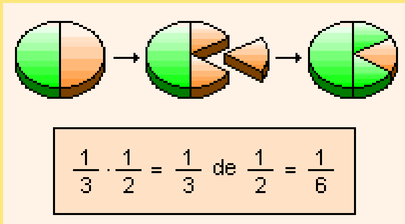
El producto o multiplicación de fracciones da como resultado otra fracción que tiene por:

- Numerador: el producto de los numeradores
- Denominador: el producto de los denominadores

Cuestión: ¿Cómo se multiplica una fracción por un número entero?

Ejemplo:

Observa, en la imagen de la derecha, que cuando se calcula una multiplicación de fracciones se obtiene un trozo de fracción, por lo que se actúa igual que cuando calculamos una fracción de una cantidad.



A continuación, algunos ejemplos sencillos:

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{2\cdot 4}{3\cdot 5}=\frac{8}{15} \qquad \frac{1}{5}\cdot\frac{5}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1\cdot 5\cdot 3}{5\cdot 3\cdot 4}=\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$$

Cociente o división de fracciones

Dada una fracción cualquiera, su fracción inversa es la que se obtiene al cambiar el numerador por el denominador dejando el mismo signo. Observa lo que ocurre si multiplicamos una fracción cualquiera por su inversa:

$$\frac{4}{7}\cdot\frac{7}{4}=\frac{7\cdot 4}{4\cdot 7}=\frac{28}{28}=1$$

Cuestión: ¿Cómo será la fracción inversa de un número entero?

Para dividir dos fracciones, basta con multiplicar la primera por la inversa de la segunda. Es decir, cambiando numerador por denominador en la segunda de ellas, multiplicamos ambas. Habitualmente, se suele expresar la división de fracciones como una multiplicación en cruz, donde la fracción resultante tiene:

- Numerador: el producto del numerador de la primera por el denominador de la segunda.
- Denominador: el producto del denominador de la primera por el numerador de la segunda.

Ejemplo:

Observa un ejemplo de división de fracciones:

$$\frac{3}{5}:\frac{2}{7}=\frac{3\cdot 7}{5\cdot 2}=\frac{21}{10}$$

Observa también cómo se calcula la inversa de un número entero:

$$\frac{2}{5}:3=\frac{2}{5}:\frac{3}{1}=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2\cdot 1}{5\cdot 3}=\frac{2}{15}$$

Ejercicios Operaciones con fracciones

1. Realiza las siguientes sumas y restas simplificando al máximo el resultado:

a) $\frac{6}{7}-\frac{2}{5}$

b) $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$

c) $\frac{5}{6}+\frac{3}{5}$

d) $\frac{4}{5}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$

e) $2+\frac{3}{5}-\frac{1}{2}$

f) $\frac{4}{5}+\frac{1}{4}-1$

g) $\frac{2}{3}+3-\frac{1}{2}-1$

2. Realiza las siguientes multiplicaciones y divisiones simplificando al máximo el resultado:

a) $\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{4}$

b) $\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{5}$

c) $\frac{5}{6}:\frac{3}{5}$

d) $\frac{5}{6}+\frac{3}{5}$

e) $\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{5}$

f) $\frac{5}{6}:\frac{3}{5}$

g) $2\cdot\frac{1}{4}$

h) $2:\frac{1}{2}$

3. Realiza las siguientes operaciones combinadas simplificando al máximo el resultado:

a) $1 - \left(\frac{3}{7} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} : \frac{3}{4}$

b) $\left(\frac{7}{5} - \frac{4}{3}\right) : \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + 1$

c) $\left(\frac{5}{2} + \frac{3}{8} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + 1\right) - \frac{3}{5}$

d) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) - \frac{3}{4}$

Ejercicios Problemas de fracciones

1. Iván colecciona piezas de ajedrez. Un séptimo de las piezas es de cristal, dos séptimos son de piedra y el resto son de madera.
   a) ¿Qué fracción de las piezas es de madera?
   b) Si tiene en total 448 piezas, ¿cuántas son de cada material?

2. Karina ha bebido un tercio del agua de una cantimplora y Pablo, tres octavos. ¿Qué fracción del agua de la cantimplora han bebido en total? ¿Qué fracción del agua queda en la cantimplora?

3. En un jarrón hay rosas y claveles. Tres quintos de las flores son rosas y dos novenos de las rosas son blancas. ¿Qué fracción de las flores son claveles? ¿Qué probabilidad hay de coger, al azar, una rosa blanca?

4. ¿Cuántos vasos de un cuarto de litro se pueden llenar con el refresco de una botella de 1 litro y medio?

5. Nuestro querido chef, Joseba, debe preparar varios platos para un almuerzo. Antes de empezar a cocinar, prepara los ingredientes necesarios para realizar cada plato.

   a) Para hacer el salteado de verduras del primer plato, utiliza 1 kg y medio de patatas, 3 cuartos de kilo de calabacines y 1 cuarto de kilo de puerros. ¿Cuánto pesan en total las patatas y la verdura?

   b) Para preparar el segundo plato, ha comprado 9 filetes que pesan un sexto de kilo cada uno. ¿Cuánto pesan en total todos los filetes?

   c) De postre quiere preparar 2 litros y cuarto de zumo de naranja. Al exprimir cada naranja obtiene un octavo de litro. ¿Cuántas naranjas necesita para preparar todo el zumo?

   d) Si reparte los 2 litros y cuarto de zumo en 9 vasos iguales, ¿qué fracción de litro de zumo echará en cada uno de los vasos?

5 SUCESO ALEATORIO. ESPACIO MUESTRAL

Experimento aleatorio y espacio muestral

Es toda experiencia que, repetido en las mismas circunstancias, puede ofrecer distintos resultados, aunque éstos son conocidos previamente. Llamaremos espacio muestral asociado a un experimento aleatorio al conjunto formado por todos los resultados posibles del experimento. Se designa por "E".

Ejemplo:

Experimentos aleatorios	**Espacio muestral asociado**
Lanzar un dado al aire	$E = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$
Lanzar una moneda	$E = \{ C, + \}$

Sucesos. Tipos de sucesos

Suceso aleatorio: Sea E el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio. Llamaremos suceso a cualquier subconjunto de E, incluidos el conjunto vacío "Ø" y el conjunto total E. Se designan con letras mayúsculas.

Dentro del espacio muestral podemos encontrar algunos tipos de sucesos:

Suceso elemental: Es todo subconjunto de E formado por un solo elemento.

Suceso compuesto: Es cualquier suceso no elemental.

Suceso contrario (Complementario): Se llama suceso contrario de A al que se verifica siempre que no se verifica A. Se indica por A^c o $\bar{A}$.

Suceso imposible: Es aquel suceso que no se verifica nunca. Se designa por $\emptyset$.

Suceso seguro: Es el que se verifica siempre. Se designa por E.

Suceso compatibles e incompatibles: Dos sucesos son incompatibles si no pueden darse simultáneamente. En otro caso se llaman incompatibles.

Unión de sucesos: La unión de dos sucesos A y B es otro suceso que ocurre cuando ocurre A ó B. Está formado por todos los sucesos elementales de A y por todos los sucesos elementales de B

Intersección de sucesos: La intersección de dos sucesos A y B es otro suceso que ocurre cuando ocurre A y B. Está formado por los sucesos elementales que están, a la vez, en A y en B.

Ejemplo:

Experimento "lanzar un dado": sucesos aleatorios:

Suceso elemental: "sacar un 2" sería $A = \{2\}$

Suceso compuesto: "salir par" sería $B = \{2, 4, 6\}$

Suceso contrario de "salir par" sería $B^c = \{ 1,3,5\}$

Suceso imposible: "salir mayor que 6"

Suceso seguro: "salir menor que 10"

Si definimos los sucesos:

P= "salir par" I="salir impar" R="salir nº primo"

Podemos decir que:

$P \cup I = \{1,2,3,4,5,6\} = E$

$P \cap I = \emptyset$ por lo que P y R son sucesos incompatibles.

Se tiene $I \cup R = \{1,2,3,5\}$ e $I \cap R = \{3,5\}$

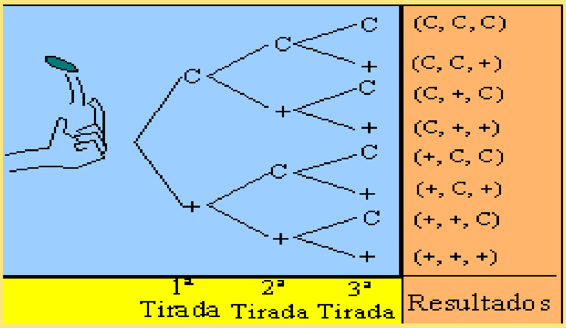
Métodos de probabilidad

Tabla de probabilidad: En algunas ocasiones, colocar los números obtenidos en forma de tabla puede ayudarnos a calcular las probabilidades asociadas a los sucesos de un experimento.

Diagrama de árbol: Un método apropiado para hallar el espacio muestral de un experimento consiste en elaborar, mediante ramas, todas las posibilidades que estamos analizando, dividiéndolo en las distintas fases.

Ejemplo:

El experimento que consiste en lanzar tres monedas se puede reflejar en un diagrama de árbol de la siguiente forma::



6 CÁLCULO DE PROBABILIDADES

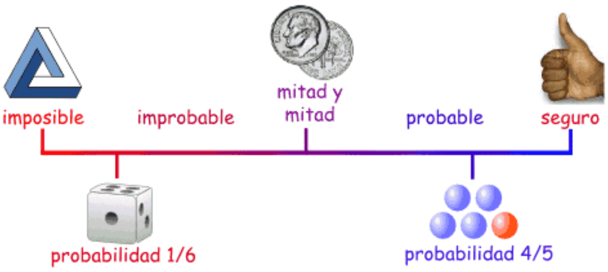
Tal y como se definió anteriormente, la probabilidad de ocurrencia de un suceso *A* suele asignarse según la conocida como regla de Laplace:

$$P(A) = \frac{n^{\underline{o}}\ de\ casos\ favorables}{n^{\underline{o}}\ de\ casos\ posibles}$$

Propiedades de la probabilidad

1. La probabilidad de cualquier suceso está entre cero y uno: $0 \leq P(A) \leq 1$
2. La probabilidad del complementario de cualquier suceso es $P(A^c) = 1 - P(A)$
3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Gracias a esta definición y sus propiedades, podemos asignar un número a la posibilidad de ocurrencia o no de un determinado suceso, diferenciando así los sucesos más probables y menos probables.



1. Una urna contiene 3 bolas blancas (B), 2 rojas (R) y 1 amarilla (A). Se extrae una bola al azar. Indica cuáles son los sucesos elementales, el suceso seguro y el suceso imposible.

2. En el lanzamiento de un dado, consideramos los sucesos A = {2, 3} y B = {2, 4, 6}. Halla el suceso unión de A y B y el suceso intersección de A y B.

3. Se lanza una moneda dos veces. Si consideramos los sucesos:

   A = "obtener lo mismo en las dos tiradas"
   B = "la primera vez sale cara"
   C = "obtener al menos una cruz"

   Halla los sucesos: $A \cup B$, $A \cap B$, $B \cup C$ y $B \cap C$

4. Observa las siguientes urnas con bolas rojas y verdes:

   a) Calcula la probabilidad de sacar bola roja en cada una de ellas. ¿De cuál es más probable?

   b) Calcula la probabilidad de sacar bola verde en cada una de ellas. ¿De cuál es más probable?

6. Observa las siguientes dianas con colores rojo, verde y azul en sus casillas:

a) ¿En cuál de las ruletas es más difícil conseguir el color azul? Razona tu respuesta.

b) ¿En cuál de las ruletas es más fácil conseguir el color rojo? Razona tu respuesta.

c) Explica en qué diana es igual de probable obtener uno de los tres colores

7. De una bolsa con 7 bolas rojas, 5 verdes, 3 amarillas, 12 negras y 3 azules, ¿cuál es la probabilidad de sacar una bola que no sea negra? Expresa la probabilidad en forma de porcentaje.

8. Hallar la probabilidad de que al lanzar dos monedas al aire salgan dos caras.

9. En una baraja de 40 cartas, hallar la $\mathrm{P(as)}$ y $\mathrm{P(copas)}$.

10. Calcular la probabilidad de que, al echar un dado al aire, salga:

    a) Número par

    b) Múltiplo de tres

    c) Mayor que cuatro

2. Los alumnos de una clase se distribuyen según esta tabla:

	CHICAS	*CHICOS*
CON GAFAS	*3*	*6*
SIN GAFAS	*12*	*10*

Si escogemos al azar a una persona de esa clase, calcula la probabilidad de que:

a) Sea chica

b) Tenga gafas

c) Sea una chica con gafas

3. Se hace girar la flecha y se observa sobre qué número se detiene. Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos:

   a) Obtener número par.

   b) Obtener número impar.

   c) Obtener 5 o más.

   d) Que no salga el 7.

4. Si jugamos a un juego en el que se tiran dos dados y se suman sus puntuaciones, calcula:

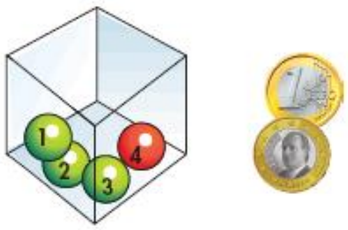
   a) El espacio muestral tomando todos los posibles resultados.

   b) La probabilidad de que la suma sea 7

   c) La probabilidad de sacar 12.

   d) La probabilidad de que sea una suma impar

5. La siguiente urna consta de tres bolas verdes (1, 2 y 3) y una roja (4). Realizamos un juego que consiste en sacar una bola de la urna y tirar una moneda. Cada suceso constará por tanto de un número y una cara de la misma: (1,C), (1, +), etc.



   a) Calcula el espacio muestral asociado al experimento (8 casos). ¿Qué probabilidad tiene cada uno? ¿Son todos ellos igualmente probables?

   b) Describe el suceso "bola verde y cara" enumerando todos sus casos. ¿Cuál es su probabilidad?

Ejercicios ACTIVIDADES Y PROBLEMAS DE REPASO

1. Un coche va a recorrer 540 Km. Cuando lleve recorridos los $\frac{5}{6}$ del trayecto ¿cuántos Km le faltaran?

2. Un cine tiene capacidad para 240 personas. Cada entrada cuesta 7,50 € y esta tarde se han vendido $\frac{2}{5}$ de las entradas. ¿Cuánto dinero se ha recaudado?

3. Un almacén de frutas tiene 15.780 Kg de manzanas. Se envasan en bolsas de 5 Kg los $\frac{2}{3}$ del total. ¿Cuántas bolsas necesitamos?

4. Pepe, Luís y María han recibido la misma caja de bombones. Pepe se ha comido $\frac{5}{7}$ de su caja, Luís $\frac{2}{5}$ de la suya y María $\frac{7}{12}$ de la suya, ¿a quién le quedan menos bombones?

5. Maribel salió de casa con 75 euros. Se ha gastado $\frac{4}{5}$ del dinero en una camisa y un pantalón. El pantalón cuesta 35 euros. ¿Cuánto ha pagado por la camisa? ¿Cuánto le ha sobrado?

6. Celia ha leído un libro de 180 páginas en tres días. El primer día se leyó $\frac{2}{3}$ de las páginas del libro. El segundo día se leyó $\frac{1}{4}$ de lo que quedaba y el tercer día el resto. ¿Cuántas páginas leyó el último día?

7. Una botella de agua de 1,5 litros está llena hasta los $\frac{3}{5}$. ¿Cuántos cl. de agua contiene?

8. He gastado las tres cuartas partes de mi dinero y me quedan 800 euros. ¿Cuánto tenía?

9. De un depósito de agua se saca un tercio del contenido y después la mitad de lo que quedaba. Si aún quedan 600 litros. ¿Cuánta agua había al principio?

10. ¿Cuántas botellas de vino de 3/4 de litro se pueden llenar con una garrafa de 30 litros?

11. Una viga de un puente tiene $\frac{1}{8}$ de su longitud clavada en el fondo de un estanque y $\frac{1}{4}$ fuera del agua.

   a) ¿Qué fracción del total de la viga está cubierta por el agua?

   b) Si se ven 240 centímetros de la viga, ¿cuál es su longitud total? ¿Qué longitud hay debajo de tierra?

12. Ana y Luis quieren ir a esquiar. Para ello, van a comprarse un equipo de esquí:

- Ana escoge unos esquís de 126 euros, unos bastones por 54 € y un equipamiento que vale 72 €.
- Luis compra un snowboard de 192 euros, y un equipamiento valorado en 96 €.

El comercio les permite pagar su compra en 6 meses sin intereses, pero deben abonar previamente una parte. Ana entrega como señal las $\frac{4}{7}$ partes del importe y Luis las $\frac{3}{8}$ partes.

   a) ¿Qué entrada paga cada uno?

   b) Si deciden pagar el resto en los seis plazos estipulados, ¿cuánto pagará cada uno al mes?

13. Un incendio destruye las $\frac{2}{5}$ partes de un bosque. Tras varios meses de trabajo se consiguieron repoblar las tres cuartas partes de la superficie quemada

   a) ¿Qué fracción del total del bosque falta por repoblar?

   b) Si antes de originarse el incendio se calculaba que había 80.000 árboles en el bosque, ¿cuántos se han conseguido plantar de nuevo?

14. Juan se ha gastado las tres cuartas partes del dinero que le dio su madre para salir a comprar. Al terminar los recados, le quedan 36 €. ¿Con cuánto dinero salió?

15. A una excursión a una granja escuela van 72 alumnos de primero.

a) Si la tercera parte son chicos, ¿cuántas chicas van?

b) Si los tres cuartos han ido en cursos anteriores, ¿cuántos van por primera vez?

16. Si Alberto se come las $\frac{2}{7}$ partes de una tarta, Belén un tercio de lo que queda y sobran 100 gr.

a) ¿Cuánto pesaba la tarta?

b) ¿Cuántos gramos se han comido cada uno?

17. Se extrae una carta de una baraja española de 40 cartas, y se consideran los siguientes sucesos:

A= "obtener un as de oros"
B = "obtener una sota"
C = "obtener un tres"

Contesta a las siguientes preguntas:

a) Di si son compatibles o incompatibles estos tres sucesos dos a dos. ¿Por qué?

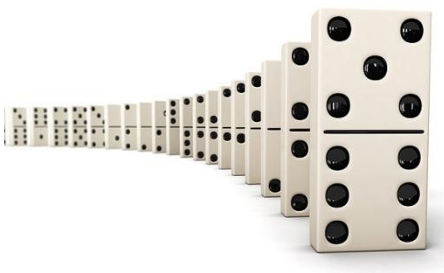
b) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos descritos, A, B y C.

c) Calcula la probabilidad de los sucesos $A \cup B$, $A \cap B$, $B \cup C$ y $B \cap C$.

18. Extraemos una ficha de un dominó. Calcula la probabilidad de que:

a) La suma de puntos sea menor que 4.

b) La suma de puntos sea múltiplo de 3.



c) Sea una ficha "doble".